جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

معرفی تابع توزیع جدید برای مطالعه رفتار آماری سیستم های هسته ای

ناصرفولادی - محمد علی جعفریزاده- بهرام رشیدیان ملکی - سید خلیل موسوی مبارکه - هادی صبری*

دانشگاه تبریز، دانشکده فیزیک،گروه فیزیک هسته ای

چکیده

در این مقاله تابع توزیع جدید در برگیرنده حدود گاوسی اورتوگونال، گاوسی یکانی و پواسونی برای مطالعه رفتار آماری سیستم های هسته ای در قالب آمار نزدیکترین فاصله بین ترازی پیشنهاد شده است. افزایش دقت و همچنین امکان مقایسه فاصله تابع توزیع حاصل برای هر دنباله نسبت به تمام حدود با استفاده از معیار همگرائی کولبک – لایبلر از مزیات این تابع توزیع می باشد. همچنین رفتار آماری دو دنباله از ترازهای انرژی هسته های کروی در دو بازه جرمی $A \leq 50$ و $100 < A \leq 150$ بررسی شده است.

کلمات کلیدی: آمار نزدیکترین فاصله بین ترازی ، توزیع برودی تعمیم یافته ، هسته های کروی ، معیارهمگرائی کولبک – لایبلر

مقدمه

بررسی رفتار غیر خطی و رفتار آماری طیف انرژی[۱] سیستم های مختلف به عنوان یکی از مفاهیم مورد علاقه در مطالعات سالیان اخیر محسوب می گردد. نظریه ماتریس تصادفی[۲] به عنوان پرکاربردترین مفهوم در مطالعه رفتار آماری و افت وخیزهای صورت پذیرفته در طیف انرژی سیستم های هسته ای شناخته می شود[۳-۱]. این نظریه رفتار آماری آن دسته ازسیستم های نامنظم[۳] را با استفاده ازآنسامبل گاوسی اورتوگونال[٤] ویا آنسامبل گاوسی یکانی[٥] ، به ترتیب بسته به وجود ناوردائی انعکاس زمانی و یا عدم وجود آن در سیستم توصیف می نماید[٤]. با توجه به اینکه در مطالعات اولیه عدم وجود ناوردائی انعکاس زمانی برای سیستم های هسته ای دور از ذهن به نظر می رسید لذا تمام توابع توزیع معرفی شده برای مطالعه رفتار اماری سیستم های هسته ای درچارچوب آمارتوزیع نزدیکترین فاصله بین ترازی[٦] صرفا دو حد گاوسی اورتوگونال و پواسونی را برای توصیف رفتار آماری سیستم های نامنظم و منظم را پوشش می دهند. بر اساس نتایج حاصل از مطالعات سالیان اخیر در خصوص سیستم هائی با تقارن های گسسته، چنین سیستم هائی در زیر فضاهای تحویل ناپذیر اصلی[٧]

---

[۱] Spectral statistics

[۲] Random Matrix Theory (RMT)

[۳] chaos

[٤] Gaussian Orthogonal Ensemble (GOE)

[٥] Gaussian Unitary Ensemble (GUE)

[٦] Nearest Neighbor Spacing Distribution(NNSD)

[٧] certain irreducible subspaces

جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

خود رفتار آماری نزدیکتر به حد گاوسی یکانی در مقایسه باحد گاوسی اورتوگونال نمایش می دهند. با توجه به محدودیت های اشاره شده ناشی از ویژگی توابع توزیع در آمار NNSD ، استفاده از روش های آماری دیگر من جمله آمار $\Delta_3(L)$ دایسون- مهتا و آن هم به صورت مقایسه ای بین دو حد مورد استفاده قرار می گیرد[۲].

ما در این مقاله برای بررسی رفتار آماری سیستم های انتخابی نسبت به هر سه حد پواسونی (منظم)، گاوسی اورتوگونال وگاوسی یکانی(نامنظم) به صورت توام در قالب آمارNNSD و همچنین کاهش مقدار خطا در فرآیند تخمین رفتار آماری، تابع توزیع برودی[۸] را تعمیم دادیم. همچنین برای توصیف رفتار آمار ی آن دسته از سیستم ها نامنظم نسبت به دو حد GOE وGUE، با استفاده از معیار همگرائی کولبک-لایبلر فاصله تابع توزیع جدید را نسبت به این حدود تعیین نموده وبراساس فاصله کمتر، رفتارآماری مربوطه را پیشنهاد می دهیم[٤]. این فرآیند برای دو مجموعه از ترازهای انرژی هسته های کروی با A فرد در محدوده های جرمی متفاوت را بررسی نموده و افزایش دقت در فرآیند تخمین را نشان خواهیم داد.

روش کار

رفتار آماری و ویژگی های افت وخیزی طیف انرژی سییستم های مختلف با استفاده از روش های آماری مختلف از جمله آمار نزدیکترین فاصله بین ترازی (NNSD)، آمار $\Delta_3(L)$دایسون- مهتاو ... **بررسی** می شود که آمار NNSD به عنوان پرکاربردترین روش مورد استفاده قرار می گیرد. مشابه با هر مطالعه آماری که از مفاهیم RMT استفاده می نماید، ما نیازمند دنباله ای از داده های سیستم مورد مطالعه با میانگین واحد می باشیم. این شرط که تحت عنوان فرآیند واپیچش[۹] شناخته می شود، با استفاده ازبرازش یک عبارت برای کمیت $N(E)$ به عنوان تعداد ترازهائی با انرژی کمتر ازانرژی E حاصل می شود. عبارت مورد استفاده در این مقاله برای این کمیت همان رابطه حاصل از دمای ثابت می باشد که عبارت است از[۱]

$$N(E) = N_0 + \exp(\frac{E - E_0}{T}) \quad , \qquad (1)$$

سه ثابت این رابطه، E_0 , N_0 و T کاملا وابسته به جرم هر هسته انتخابی بوده و با برازش به داده های تجربی قابل محاسبه می باشد که ما در ادامه برای آن دسته از هسته های مورد مطالعه به صورت کامل معرفی خواهیم نمود. حال با فرض تعداد ترازها در هر بازه انرژی به صورت $s_i = N(E_i)$ فاصله بین نزدیکترین ترازهابه صورت $s_i = E_{i+1} - E_i$ حاصل می شود. آمار NNSD یا همان توابع $P(s)$ معرف احتمال قرار گرفتن هرکمیت s_i در بازه $[s, s+ds]$ می باشد. براساس پیش بینی های RMT، ویژه مقادیر انرژی متعلق به نمایش های تحویل ناپذیر گروه های تقارنی ، از نظر آماری مستقل بوده ومتناظر با پیش بینی حد GOE

---

[۸] Brody Distribution

[۹] unfolding

جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

$$P(s)=\frac{1}{2}\pi s e^{-\frac{\pi s^2}{4}} \quad , \qquad (2)$$

و یا GUE

$$P(s)=\frac{32}{\pi^2}s^2 e^{-\frac{4s^2}{\pi}} \quad , \qquad (3)$$

خواهد بود که وابسته به وجود یا عدم وجود ناوردائی انعکاس زمانی می باشد. از طرف دیگر، در آن دسته از سیستم های غیر اندرکنشی که تعدادی از مولفه های هامیلتونین سیستم به دلیل وجود تقارن هائی همچون ایزواسپین غیر صفر می باشد، توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازی با توزیع پواسون

$$P(s)=e^{-s} \quad , \qquad (4)$$

توصیف می شود. مطالعات متعدد صورت پذیرفته روی رفتار آماری سیستم های مختلف، رفتار بینابین این حدود را پیشنهاد می نماید[۱]. برای بررسی کمی این رفتار بینابینی بر حسب پارامترقابل مقایسه، توابع توزیع مختلفی همچون برودی، بری-روبنیک و ... پیشنهاد شده است که البته در این بین، تابع توزیع برودی دارای بیشترین بازده در فرآیند تخمین یا همان کمترین میزان خطا برای نتایج حاصل می باشد [۳]. از طرفی، این توابع توزیع صرفا دو حد GOE وپواسونی را پوشش داده وبرای بررسی رفتار آن دسته از سیستم های دارای ویژگی های تقارنی نزدیک به حد GUE، فرد مجبور به استفاده از آمارهای دیگر می باشد. برای حل این مشکل ، ما چنان تابع توزیعی را در نظر می گیریم که هر سه حد قابل مشاهده در سیستم های فیزیکی را پوشش دهد. با استفاده از دو رابطه (۳-۴) و تعمیم تابع توزیع برودی برای پوشش هر سه حد، به این نتیجه می رسیم که[۴]

$$P(s)=b(1+q)(\alpha s^q+\beta s^{q+1})e^{-bs^{q+1}} \quad , \qquad (5)$$

این تابع توزیع به ازای $(q=0\ \&\ \beta=0)$ حد پواسونی، $(q=1\ \&\ \beta=0)$ حد GOE ونهایتا به ازا $(q=1\ \&\ \alpha=0)$ حد GUE را تامین می نماید. ثابت های این تابع توزیع به ازا شرایط نرمالیزاسیون

$$\int_0^\infty P(s)\,ds=1 \qquad \& \qquad \int_0^\infty s\,P(s)\,ds=1$$

حاصل خواهند شد که بعد از اعمال، نتایج زیر برای این کمیات به صورت زیر حاصل می شود

$$\alpha=1-\frac{\left(\dfrac{\Gamma[\frac{q+2}{q+1}]}{b^{\frac{1}{q+1}}}\right)^2-\dfrac{\Gamma[\frac{q+2}{q+1}]}{b^{\frac{1}{q+1}}}}{\left(\dfrac{\Gamma[\frac{q+2}{q+1}]}{b^{\frac{1}{q+1}}}\right)^2-\dfrac{\Gamma[\frac{q+3}{q+1}]}{b^{\frac{2}{q+1}}}} \quad , \quad \beta=\frac{\left(\dfrac{\Gamma[\frac{q+2}{q+1}]}{b^{\frac{1}{q+1}}}\right)-1}{\left(\dfrac{\Gamma[\frac{q+2}{q+1}]}{b^{\frac{1}{q+1}}}\right)^2-\dfrac{\Gamma[\frac{q+3}{q+1}]}{b^{\frac{2}{q+1}}}} \qquad (6)$$

برای بررسی رفتار آماری سیستم های مورد مطالعه با استفاده از این تابع توزیع، میتوان دنباله حاصل از اطلاعات هر سیستم را با این تابع توزیع برازش نموده وبا استفاده از روش های تخمین از جمله روش حداقل

مربعات[۱۰] و یا روش تخمین حداکثر شانس[۱۱]، مقدار کمیات q و b را تعیین نمود. ما در مرجع [٤]، روش دوم،MLE، را مورد بررسی قرار داده و نتایج حاصل برای بررسی رفتار آماری سیستم هائی با تقارن های خاص دینامیکی معرف دقت بیشتر این تابع توزیع نسبت به تابع توزیع برودی می باشد ولیکن در این مقاله، با استفاده ار روشLSF، ثابت های تابع توزیع را تعیین می نمائیم.

همچنین در خصوص آن دسته از سیستم های فیزیکی با رفتار آماری نامنظم، حدGOE یا GUE، و برای بررسی دقیق رفتار آماری نزدیکتر به یکی از این حدود، ما از معیار همگرائی کولبک-لایبلر استفاده می نمائیم که به صورت زیر تعریف می شود[٤-۳]

$$D_{KL}(P \parallel Q) = \sum_{s_i} P(s_i) \log \frac{P(s_i)}{Q(s_i)} \qquad , \qquad (7)$$

در این رابطه،$P(s_i)$ معرف تابع توزیع جدید برازش شده به دنباله موردنظرو$Q(s_i)$ معرف یکی از حدود GOE (GUE) در نظر گرفته می شود. شرط$D_{KL}(P\|Q)\rightarrow ۰$ معرف تطابق دو تابع توزیع نسبت به هم می باشد که این بدان معناست، فاصله کمتر نسبت به هر یک از دو حد مورد نظر معرف رفتار آماری مشابه با آن حد خواهد بود.

نتایج عددی

در این مقاله ، برای بررسی توانائی های تابع توزیع جدید در بررسی رفتار آماری سیستم های مختلف، با استفاده از آخرین اطلاعات تجربی قابل دسترس[٥] برای ترازهای انرژی هسته های کروی با A فرد در دو محدوده جرمی $A \le 50$ و $100 < A \le 150$، دو دنباله نرمالیزه را با استفاده از روش واپیچش حاصل می نمائیم. با توجه به شرط استفاده از کمیاتی با تقارن مشابه در RMT، صرفا ترازهائی با اسپین پاریته $(1/2)^+$ را ازاین هسته ها در نظر می گیریم که هسته های انتخابی و همچنین تعداد ترازهای هر هسته در جدول (۱) نمایش داده شده است.

---

[۱۰] Least square fit (LSF)

[۱۱] Maximum Likelihood Estimation (MLE)

جدول ۱. هسته های کروی با A فرد مورد مطالعه و تعداد ترازهای $(1/2)^{+}$ هر هسته.

هسته	N	هسته	N	هسته	N	هسته	N	هسته	N
^{31}S	٥	^{33}S	١٠	^{33}Cl	٧	^{35}S	١٣	^{37}Kr	١٢
^{39}Ca	٥	^{41}Ca	٧	^{41}Sc	١٦	^{43}Ca	١٠	^{45}Ca	١٠
^{45}Sc	٥	^{47}Ca	١٠	^{47}V	٥	^{49}Ti	٧	^{49}V	٥
^{49}Cr	٧	^{131}Ti	٧	$^{139}\mathrm{Pr}$	٨	^{145}Pm	٥	^{145}Eu	٥

حال برای بررسی رفتار اماری این هسته ها در دو محدوده جرمی مورد نظر، باید دو دنباله نرمالیزه ایجاد نمود. با استفاده از روش واپیچش ، مقادیر ثابت های رابطه (۱) با برازش به اصلاعات تجربی در مورد تعداد ترازها در انرژی های خاص به صورت زیر حاصل می شود

$$T=(4.17\pm0.23)-(0.015\pm0.007)A+(4.08\pm0.35)\times10^{-5}A^{2} \quad , \tag{8a}$$
$$E_{0}=(3.51\pm0.31)-(0.027\pm0.011)A+(1.87\pm0.42)\times10^{-5}A^{2} \quad , \tag{8b}$$
$$N_{0}=(0.64\pm0.05)-(0.005\pm0.003)A+(2.09\pm0.28)\times10^{-5}A^{2} \quad , \tag{8c}$$

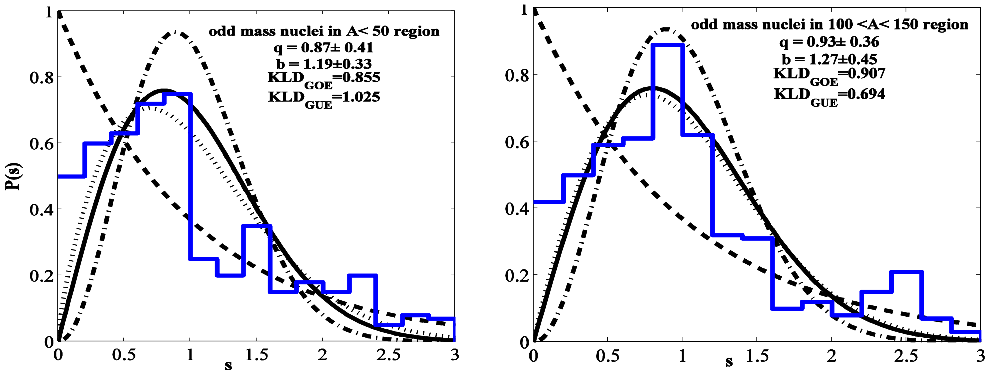
حال با برازش تابع توزیع جدید به این دو دنباله، هسته های فرد در دو محدوده جرمی $A\leq 50$ و $100<A\leq150$ ، دو کمیت q و b حاصل می شود. مقدار $q\to1$ برای این دو دنباله رفتار نامنظم را پیشنهاد می دهد. برای تعیین دقیقتر رفتار آماری این دو دنباله نسبت به حدود GOE و GUE،ما فاصله تابع توزیع جدید را در هر دو دنباله ها نسبت به این حدود بدست می آوریم که نتایج در جدول (۲) بیان شده است. همچنین هیستوگرام مربوط به NNSD این دو دنباله در شکل (۱) نمایش داده شده است.

جدول ۲ مقادیر عددی پارامترهای تابع توزیع جدید به ازا دو دنباله مورد مطالعه. KLD_{GOE} و KLD_{GUE} معرف فاصله تابع توزیع جدید در دو دنباله نسبت به حدود GOE و GUE می باشد.

ده جرمی	q	b	KLD_{GUE}	KLD_{GOE}
$A\leq50$	0.87 ± 0.41	1.19 ± 0.33	1.025	0.855
$100<A\leq150$	0.93 ± 0.36	1.27 ± 0.45	0.694	0.907

نتایج حاصل در خصوص رفتار آماری این دو مجموعه از هسته های کروی، رفتار نامنظم این سیستم ها را تائید می نماید. این نتایج درانطباق کامل با پیش بینی های نظریه ماتریس تصادفی برای این هسته ها می باشد. هسته های کروی که دارای ساختار طیفی مشابه با پیش بینی های مدل لایه ای بوده ولذا $E\propto L(L+1)$، این بدان معناست که فاصله بیشتر بین ترازهای انرژی در مقایسه با هسته های تغییر شکل یافته، رفتار نامنظم تر و لذا میل به سمت حد GOE یا GUE را پیشنهاد می دهد که تحت عنوان اثر بی نظمی ابولمجد- ویده مولرشناخته می شود[٦] . از طرفی نتایج حاصل ، وجود

یک انحراف به سمت حد GUE را در رفتار آماری آن دسته از هسته های کروی در محدوده جرمی $100 < A \le 150$ نمایش می دهد. مطابق موارد اشاره شده در مقدمه، آن دسته از سیستم های دارای تقارن های گسسته، علیرغم ناوردائی انعکاس زمانی، رفتار آماری مشابه با پیش بینی های این حد از نظریه ماتریس تصادفی را توصیف خواهند نمود. این حالت متناظر با وجود تبه گنی کرامری در این سیستم ها می باشد که البته چنین تبه گنی برای هسته های فرد نیز قابل تعریف می باشد[۷].



شکل ۱. توزیع NNSD برای دو دنباله انتخابی. خط چین، نقطه چین، خط–نقطه به ترتیب معرف حدود پواسونی، GOE وGUE می باشند. خط کامل نیز معرف پیش بینی تابع توزیع جدید در این دنباله ها است.

نتیجه گیری

در این مقاله ، تابع توزیع جدیدی برای مطالعه رفتار آماری سیستم های هسته ای در قالب آمار NNSD پیشنهاد شده است. پوشش حدود بیشتری از نظریه ماتریس تصادفی و همچنین افزایش دقت از مزیات این تابع توزیع می باشد. همچنین رفتار آماری دو مجموعه از هسته های کروی با جرم فرد بررسی شده است که هسته های فرد در محدوه جرمی $100 < A \le 150$آمارنزدیک به پیش بینی هایGUE از خود نمایش می دهند.

منابع

[۱]. T. A. Brody, J.Flores, J.P.French, P.A.Mello, A.Pandev. S. S. M. Wong, Rev. Mod. Phys ۵۳(۱۹۸۱)۳۸۵.
[۲]. F. J. Dyson and M. L. Mehta, J. Math. Phys ٤(۱۹٦۳)۷۰.
[۳]. M.A.Jafarizadeh, N.Fouladi, H.Sabri, B.R.Maleki.Nucl.Phys.A, ۸۹۰-۸۹۱(۲۰۱۲)۲۹.
[٤]. M.A.Jafarizadeh , N.Fouladi,H.Sabri and B.R.Maleki submitted to J.Phys G.(nucl/th/۱۱۰۱,۰۹۵۸)
[۵]. National Nuclear Data Center,(Brookhaven National laboratory), chart of nuclides, (http://www.nndc.bnl.gov/chart/reColor.jsp?newColor=dm)
[٦]. Paar .V, Vorkapic.D. Phys.Lett.B, ۲۰۵ (۱۹۸۸)۷ and Phys.Rev.C ٤۱(۱۹۹۰)۲۳۹۷.
[۷]. J. B. French, V. K. B. Kota, A. Pandey, S. Tomosovic. Phys. Rev. Lett, ۵٤(۱۹۸۵)۲۳۱۳.