



## اثر میدان مغناطیسی قوی بر ویژگی های ذرات باردار در پلاسمای هیدروژنی ضعیف یونیزه

محمد محسن حاتمی\* - سارا ملک گودار

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده علوم، گروه فیزیک

### چکیده:

به کمک روش های عددی و معادلات هیدرودینامیکی، ناحیه غلاف پلاسمایی (*plasma sheath*) در یک پلاسمای هیدروژنی که تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی قوی قرار دارد مدل سازی می شود. در این مدل سازی فرض می شود که پلاسمای برخوردی و شامل الکترون و یون مثبت باشد. نتایج عددی نشان می دهد که با اعمال میدان مغناطیسی قوی، چگالی یونها و الکترونها در ناحیه غلاف کاهش خواهد یافت در حالیکه سرعت و در نتیجه انرژی جنبشی یونهای مثبت در این ناحیه افزایش می یابد. همچنین با توجه به نتایج عددی بدست آمده طول ناحیه غلاف با افزایش میدان مغناطیسی اعمال شده کاهش می یابد.

**کلمات کلیدی:** غلاف پلاسمایی، پلاسمای مغناطیده، معادلات هیدرودینامیک.

### مقدمه :

شناخت ویژگی های ناحیه غلاف در پلاسماهای شبه خنثی موضوع بسیاری از پژوهش های انجام شده در زمینه فیزیک هسته ای (همجوشی هسته ای و توکامک) و پلاسمای بوده و هست [۱-۱۰]. این ناحیه در مجاورت مرز مشترک پلاسمای دیواره محصور کننده آن تشکیل می شود. مهمترین ویژگی ناحیه غلاف، اختلاف پتانسیل شدیدی است که یونها در آن احساس کرده و به طرف دیواره شتاب می گیرند در حالی که بدلیل پتانسیل منفی اعمال شده به دیواره (کاتد)، الکترونها از ورود به این ناحیه منع می شوند. بنابراین نوعی بار-فضای مثبت در ناحیه غلاف تشکیل خواهد شد.

تا کنون افراد متعددی مساله برهم کنش پلاسمای دیواره اطراف آن را در پلاسماهای مغناطیده و غیر مغناطیده بررسی کرده اند [۳-۸]. اما تقریباً در تمام بررسی های انجام شده روی پلاسماهای مغناطیده، میدان مغناطیسی اعمال شده ضعیف فرض شده است [۴, ۶-۸]. همچنین در بسیاری از این مقالات، پلاسمای مذکور غیر برخوردی فرض شده است [۳, ۶, ۷].

در این مقاله به کمک روشهای عددی به بررسی تاثیر اعمال میدان مغناطیسی قوی (بین ۵-۱ تسلا) بر یک پلاسمای برخوردی و شبه خنثی ( $n_{oe} = n_{oi} = 3 \times 10^{19} m^{-3}$ ) متشکل از الکترونها و یونهای مثبت هیدروژن پرداخته می شود. برای این کار، پلاسمای مورد نظر را به کمک معادلات هیدرودینامیکی توصیف می کنیم.



نتایج بدست آمده نشان می دهد که با افزایش بزرگی میدان مغناطیسی خارجی، چگالی یونهای مثبت و الکترونها در ناحیه غلاف کاهش می یابد در حالیکه انرژی جنبشی یونهای مثبت در این ناحیه افزایش خواهد یافت. همچنین حل عددی معادله های پلاسمای مذکور نشان می دهد که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی طول ناحیه غلاف کاهش می یابد.

### روش کار :

در این بخش، مدل استفاده شده برای توصیف پلاسمای شبه خنثی یون-الکترون معرفی می گردد. برای این منظور، ابتدا فرض می شود چگالی الکترونها از رابطه بولتزمن پیروی کند [۸-۶]:

$$n_e = n_{oe} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right), \quad (1)$$

که  $n_{oe}$ ،  $e$ ،  $\phi$ ،  $T_e$  به ترتیب دمای الکترونی، پتانسیل الکتریکی، واحد بار الکتریکی، و چگالی اولیه الکترونها هستند. همچنین فرض می شود میدان مغناطیسی طوری به پلاسمای اعمال شده باشد که راستای آن با راستای  $x$  (راستای عمود بر دیواره) زاویه  $\theta$  بسازد (مطابق شکل (۱)). بنابراین صفحه  $x=0$  مرز مشترک پلاسمای و ناحیه غلاف خواهد بود. بدون آنکه به نتایج کار لطمه ای وارد شود می توان فرض کرد تغییرات مکانی کمیت ها در راستای  $x$  از دیگر راستاها بیشتر باشد [۷، ۸]. بنابراین می توان نوشت  $\vec{\nabla} \approx \hat{x} \partial / \partial x$ . با فرض آنکه یونها سرد باشند ( $T_i \ll T_e$ ) و با در نظر گرفتن برخورد بین یونها با اتم های گاز، مولفه های معادله حرکت یونها به شکل زیر قابل نوشتن است:

$$m_i V_{ix} \frac{\partial V_{ix}}{\partial x} = -e \frac{\partial \phi}{\partial x} + e V_{iy} B_0 \sin \theta - m_i v_i V_{ix}, \quad (2)$$

$$m_i V_{ix} \frac{\partial V_{iy}}{\partial x} = -e V_{ix} B_0 \sin \theta + e V_{iz} B_0 \cos \theta - m_i v_i V_{iy}, \quad (3)$$

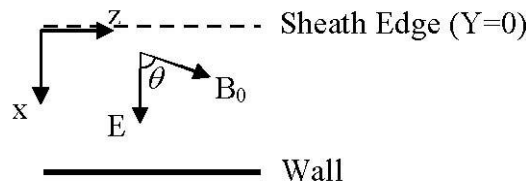
$$m_i V_{ix} \frac{\partial V_{iz}}{\partial x} = -e V_{iy} B_0 \cos \theta - m_i v_i V_{iz}, \quad (4)$$

که  $V_i$  و  $m_i$  سرعت و جرم یونهای مثبت،  $v_i$  فرکانس برخورد یونها با اتم های خنثی پلاسمای و  $B_0$  بزرگی میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده است.

با فرض آنکه مسیر آزاد میانگین یونها بزرگتر از طول ناحیه غلاف باشد می توان از اثرات وجود چشمه یا چاه در طرف راست معادله پیوستگی یونها صرف نظر کرد. بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{\partial n_i V_i}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

در نهایت آخرین معادله لازم برای کامل شدن معادله های هیدرودینامیکی معادله پواسون است که برای این پلاسمای به شکل زیر نوشته می شود:



شکل (۱). آرایش ناحیه غلاف پلاسمایی.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_e), \quad (6)$$

که  $\epsilon_0$  ثابت دی الکتریک خلا می باشد.

با استفاده از متغیرهای بهنجار شده زیر

$$Y = x / \lambda_{De}, \quad N_e = n_e / n_{0e}, \quad \phi = -e\phi / T_e, \quad \vec{u}_i = \vec{V}_i / V_S, \quad N_i = n_i / n_{0e}, \quad (7)$$

که  $V_S = (T_e / m_i)^{1/2}$  سرعت یونی-صوتی یونهاست، معادلات (۱) - (۶) بصورت زیر قابل نوشتن هستند:

$$u_{ix} \frac{\partial u_{ix}}{\partial Y} = \left( \frac{\partial \phi}{\partial Y} + \rho u_{iy} \sin \theta - \alpha u_{ix} \right), \quad (8)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{iy}}{\partial Y} = \rho (-u_{ix} \sin \theta + u_{iz} \cos \theta - \alpha u_{iy}), \quad (9)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{iz}}{\partial Y} = -\rho u_{iy} \cos \theta - \alpha u_{iz}, \quad (10)$$

$$\frac{d^2 \phi}{dY^2} = \left[ \frac{M}{u_{ix}} - \exp(-\phi) \right], \quad (11)$$

که  $M = V_{ix}(x=0) / V_S$  عدد ماخ،  $\alpha = v_i \lambda_{De} / V_{ix}$  کمیتی بی بعد معرف بزرگی فرکانس برخورد و

$\rho = \sqrt{\epsilon_0 / n_{0e} m_i} B_0$  کمیتی بی بعد معرف بزرگی میدان مغناطیسی است.

حال برای بررسی تاثیر بزرگی میدان مغناطیسی خارجی ( $B_0$ ) بر پلاسمای مورد نظر کافی است معادله های

(۱۱) - (۸) بطور عددی حل شوند. برای این کار از روش Runge-Kutta مرتبه چهارم با شرایط زیر استفاده می

شود:  $\phi(Y=0) = 0$ ،  $T_e = 1eV$  و  $(d\phi/dY)_{Y=0} = 0.01$  که  $\phi(Y=0) = 0$  و  $(d\phi/dY)_{Y=0}$  به

ترتیب پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی در لبه ناحیه غلاف ( $Y=0$ ) می باشند. همچنین به کمک نتایج

مرجع [۹، ۱۰]، مقادیر مجاز عدد ماخ ( $M$ ) برای حالتی که یونها در راستای عمود بر دیواره وارد ناحیه غلاف

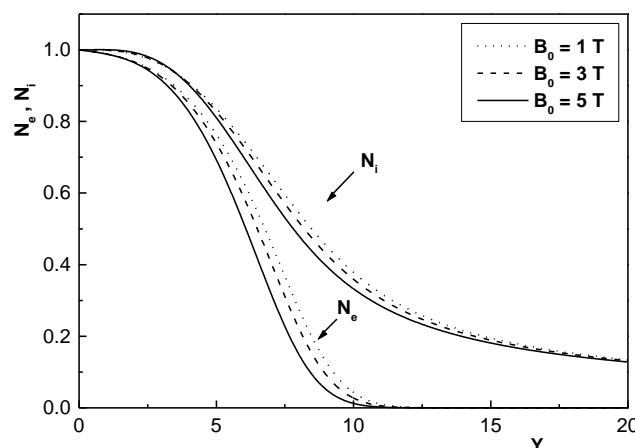
شوند ( $u_{iy}(Y=0) = 0$ ) قابل محاسبه است. در این مقاله مقدار عدد ماخ برابر  $M = 1$  فرض شده است که برای مقادیر مختلف  $B_0$  قابل قبول است. ضمناً با توجه به اینکه یکی از کمیت های مفید و قابل اهمیت در مطالعه تاثیر اعمال میدان مغناطیسی قوی بر یک پلاسما، انرژی جنبشی یونهای مثبت است کمیته بی بعد  $E_K$  را بصورت نسبت انرژی جنبشی یونهای مثبت به دمای الکترونی به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$E_K = \frac{m_i V_i^2}{2T_e} = \frac{u_i^2}{2}, \quad (12)$$

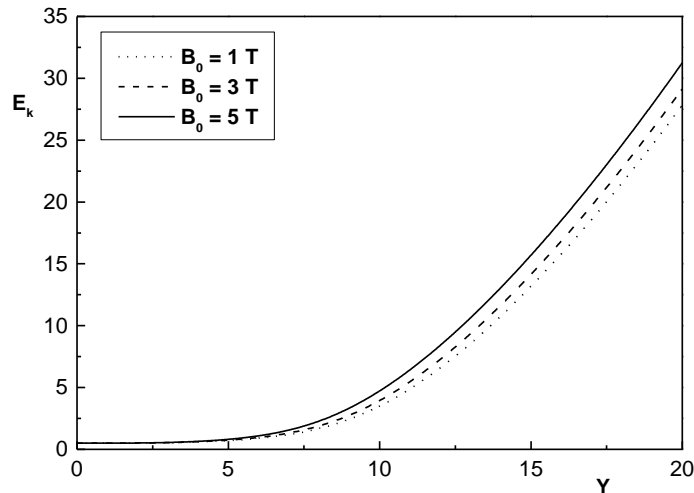
$$u_i = \sqrt{u_{ix}^2 + u_{iy}^2 + u_{iz}^2} \quad \text{که}$$

### نتایج:

نتایج عددی به دست آمده از مدل ارایه شده در شکل های (۲) و (۳) نشان داده شده است. در شکل (۲)، تاثیر اعمال یک میدان مغناطیسی قوی که راستای آن تقریباً موازی با سطح دیواره فرض شده است ( $\theta = 80^\circ$ ) بر توزیع چگالی الکترونها و یونهای مثبت هیدروژن نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می شود با افزایش قدرت میدان مغناطیسی ( $B_0 = 1 T, 3 T, 5 T$ )، چگالی الکترونها و یونهای مثبت در ناحیه غلاف کاهش می یابد. به عبارت بهتر می توان گفت که با افزایش بزرگی میدان مغناطیسی طول ناحیه غلاف (ناحیه ای که در آن شرط شبه خنثایی برقرار نیست) کاهش می یابد. همچنین با در نظر گرفتن نیروی لورنتس وارد بر یونهای مثبت، بدیهی به نظر می رسد که هر چه راستای میدان مغناطیسی به راستای عمود بر دیواره نزدیکتر شود (زاویه  $\theta$  کاهش یابد) اثر بزرگی میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده بر رفتار ذرات ناچیزتر گردد.



شکل (۲). منحنی توزیع چگالی یون و الکترون در ناحیه غلاف به ازای  $\alpha = 0.01$ ،  $\theta = 80^\circ$  و مقادیر مختلف بزرگی میدان مغناطیسی ( $B_0$ ).



شکل (۳). منحنی انرژی جنبشی یونهای مثبت هیدروژن به ازای  $\theta = 80^\circ$ ,  $\alpha = 0.01$  و مقادیر مختلف بزرگی میدان مغناطیسی ( $B_0$ ).

در شکل (۳)، تغییرات انرژی جنبشی یونهای مثبت به ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی خارجی در نشان داده شده است. همانطور که از رابطه (۵) ملاحظه می شود در مدل استفاده شده تغییرات چگالی و سرعت یونهای مثبت با هم رابطه عکس دارند. بنابراین می توان پیش بینی کرد که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، یونهای مثبت با سرعت بیشتری در درون ناحیه غلاف پلاسمایی حرکت کنند. این واقعیت در شکل (۳) نشان داده شده است. همانطور که منحنی های رسم شده نشان می دهند با افزایش قدرت میدان مغناطیسی خارجی، انرژی جنبشی یونهای مثبت در درون ناحیه غلاف پلاسمایی افزایش یافته است.

### بحث و نتیجه گیری:

در این مقاله از یک مدل سیالی برای بررسی تاثیر اعمال میدان مغناطیسی قوی بر چگالی و سرعت ذرات باردار موجود در یک پلاسمای هیدروژنی (الکترون و یونهای مثبت) استفاده شد. در این بررسی اثرات برخورد بین اتم های خنثی و یونهای مثبت پلاسمای در نظر گرفته شد. نتایج عددی بدست آمده نشان داد که بزرگی میدان مغناطیسی اعمال شده می تواند توزیع چگالی ذرات باردار و نیز انرژی جنبشی یونهای مثبت را در ناحیه غلاف تحت تاثیر قرار دهد. این بررسی ها نشان داد که با افزایش بزرگی میدان مغناطیسی، چگالی یونهای مثبت و الکترونها در این ناحیه کاهش می یابد در حالیکه انرژی جنبشی یونهای مثبت در این ناحیه افزایش خواهد

یافت. همچنین با توجه به نتایج عددی بدست آمده معلوم شد که با افزایش میدان مغناطیسی طول ناحیه غلاف کاهش می یابد.

مراجع :

- [۱] J. Reece Roth, Industrial plasma engineering, IOP, Philadelphia, ۱۹۹۰.  
[۲] P.C. Stangeby, The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices, IOP Publishing Ltd., Bristol and Philadelphia, ۲۰۰۰.  
[۳] J. Krek, N. Jelić and J. Duhovnik, Particle-in-cell (PIC) simulations on plasma-sheath boundary in collision-free plasmas with warm-ion sources, Nucl. Eng. and Design, ۲۴۱, ۱۲۶۱-۱۲۶۶, ۲۰۱۱.  
[۴] D. Tskhakaya, S. Kuhn, Boundary conditions for the multi-ion magnetized plasma-wall transition, J. Nucl. Mater. ۳۳۷-۳۳۹, ۴۰۵-۴۰۹, ۲۰۰۵.  
[۵] L. Schiesko, M. Carre`re, G. Cartry, J.M. Layet, Positive sheath behavior in low pressure Argon plasma, J. Nucl. Mater. ۳۶۳-۳۶۵, ۱۰۱۶-۱۰۲۰, ۲۰۰۷.  
[۶] M. M. Hatami, A. R Niknam., B. Shokri, and H. Ghomi, Magnetized plasma sheath with two species of positive ions, Physics of plasmas, ۱۵, ۰۵۳۵۰۸-۰۵۳۵۱۳, ۲۰۰۸.  
[۷] X. Zou, M. Qiu, H. Liu, L. Zhang, J. Liu and Y. Gong, The ion density distribution in a magnetized plasma sheath, Vacuum, ۸۳, ۲۰۵-۲۰۸, ۲۰۰۹.  
[۸] S. F. Masoudi, Strong dependency of ion acceleration on ion beam divergency in magnetized collisionless plasma sheath, J. Fusion Energ. ۲۹, ۲۷۵-۲۷۸, ۲۰۱۰.  
[۹] J. Y. Liu, Z. X. Wang, X. Wang, Sheath criterion for a collisional sheath, Phys. Plasmas, ۱۰, ۳۰۳۲-۳۰۳۴, ۲۰۰۳.  
[۱۰] M. M. Hatami and B. Shokri, Bohm's criterion in a collisional magnetized plasma with thermal ions, Phys. Plasmas ۱۹, ۰۸۳۵۱۰-۰۸۳۵۱۶, ۲۰۱۲.