جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

محاسبه انرژی بستگی وشعاع باری دوترون در حضور پتانسیل یوکاوا وپتانسیل تبادلی پیون با استفاده از روش تحلیلی Nikiforov-Uvarov

محمدرضا شجاعی* ، مریم فرخ، علی اکبر رجبی

دانشگاه صنعتی شاهرود, دانشکده فیزیک, گروه فیزیک هسته ای

چکیده

محاسبه انرژی بستگی و شعاع باری هسته ها از مطالب مهم در فیزیک هسته ای می باشد. حل دقیق معادله شرودینگر با پتانسیل یوکاوا بدون تقریب امکان پذیر نمی باشد در این مقاله در مرحله اول با استفاده از تقریب مناسب و روش تحلیلی , NUمعادله شرودینگر را در حضور این پتانسیل حل کرده تابع موج و مقدار انرژی بستگی دوترون را بدست آوردیم.در مرحله دوم به کمک روش عددی به حل دقیق این مساله پرداخته ایم.روش عددی در نظر گرفته شده برای اینکار روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم می باشد همچنین با در نظر گرفتن پتانسیل ناشی از تبادل یک پیون .در این مرحله نیز توانستیم با حل معادله شرودینگر,تابع موج ومقدار انرژی بستگی و شعاع دوترون رابرای هر دو حالت L=۰,L=۲ بدست آوردیم.مشاهده شده است که مقادیر به دست آمده در این مقاله با مقادیر تجربی همخوانی خوبی دارد.

کلید واژه:دوترون, انرژی بستگی, شعاع باری,NU

مقدمه

یکی از ویژگی های برهمکنش بین نوکلئونها آن است که در ساده ترین حالت پتانسیل بین نوکلئونها را به صورت یک پتانسیل مرکزی در نظر می گیرند. هسته ها را می توان به کمک تعدادی از ویژگی های استاتیکی هسته ها تا حد قابل توجهی توصیف کرد.از مهمترین این ویژگی ها انرژی بستگی وشعاع باری ودوقطبی الکتریکی می باشد.درک خواص استاتیکی و دینامیکی و تفسیر آنها بر پایه برهمکنش بین تک تک نوکلئونهای موجود در هسته وظیفه ای بس خطیر است که هر متخصص فیزیک هسته ای با آن سروکار دارد. در این کار می خواهیم ویژگی های استاتیکی ساده ترین هسته طبیعت را بدست آوریم که مقدمه ای بر توجیهات فیزیکی برهمکنش ها در هسته های سنگین تر می باشد.

حالت های مقید دو نوکلئونی -دوترون و پتانسیل یوکاوا:

دوترون برای مطالعه وبررسی خواص هسته ای مناسب ترین هسته می باشد [۱]. مطالعات درباره دوترون روشن کرده است که دوترون هیچ حالت برانگیخته ای ندارد و همچنین برای محاسبه وبژگی های هسته ها انتخاب نوع پتانسیل بین نوکلئونها از اهمیت ویژه ای برخوردار است. .پتانسیل های مختلفی برای این برهمکنش ها در نظر گرفته شده است[٤].از این پتانسیل ها میتوان به پتانسیل یوکاوا ,نوسانی , وودساکسون وهامادا جانسون اشاره کرد[۱،۲].اکثر این پتانسیل ها مرکزی می باشند.از مهمترین این پتانسیل ها ,پتانسیل یوکاوا است که به شکل زیر می باشد:

جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

$$v_c(r)=v_0\frac{e^{-\alpha r}}{r} \qquad (۱)$$

که در آن ضرایب v_0,α به برد نیروی هسته ای وعمق چاه پتانسیل اشاره دارد.حل معادله شرودینگر با این پتانسیل به طور دقیق امکان پذیر نیست و معمولا از تقریب های مناسب و روش های عددی استفاده می نمایند در این کار ما ابتدا با استفاده از روش تحلیلی NU به حل معادله پرداخته ایم.و سپس برای روش های بهتر از روش عددی نیز استفاده نموده ایم.

حل معادله شرودینگردر حضورپتانسیل یوکاو ا به روش تحلیلی:

برای یک سیستم دو ذره ای مانند دوترون در حضور پتانسیل مرکزی معادله شرودینگر به صورت زیر می باشد:

$$\frac{-\hbar^2}{2\mu}\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{d}{dr}-\frac{L^2}{r^2}\right]\psi(r)+v(r)\psi(r)=\varepsilon\psi(r) \qquad (2)$$

که در آن $v(r)$ پتانسیل مرکزی و μ جرم کاهش یافته نوترون وپروتون می باشد. با بسط پتانسیل یوکاوا به شرح زیر محاسبات را ادامه می دهیم

$$v_c(r)=v_0\frac{e^{-\alpha r}}{r}=\frac{v_0}{r}(1-\alpha r) \qquad (3)$$

وبا قرار دادن پتانسیل بالا در معادله شرودینگر خواهیم داشت

$$\frac{d^2\psi(r)}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{d\psi(r)}{dr}-\frac{1}{r^2}\left[\left(E-\upsilon_0'\alpha\right)r^2+\upsilon_0'r+L^2\right]\psi(r)=0 \qquad (4)$$

که درآن $E=-\frac{2\mu}{\hbar^2}\varepsilon$ و $\upsilon_0'=-\frac{2\mu}{\hbar^2}v_0$ می باشد. برای حل این معادله از روش تحلیلی Nikioforov-Uvarov استفاده کردیم[۳].

مروری بر روش تحلیلی NU:

روش NU بر اساس تقلیل یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم به یک معادله از نوع فوق هندسی پایه ریزی شده است.پس از انتخاب یک تغیر متغیر مناسب s=s(r) معادله تبدیل یافته را به صورت زیر داریم:

$$\psi_n''(s)+\frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)}\psi_n'(s)+\frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)}\psi_n(s)=0 \qquad (5)$$

که $\sigma,\tilde{\sigma}$ چند جمله ایهایی حداکثر از درجه دوم و $\tilde{\tau}(s)$ یک چند جمله ای حداکثر از درجه اول است.با در نظر گرفتن تابع موج $\psi_n(s)$ به صورت زیر می باشد[۳].

$$\psi_n(s)=\phi_n(s)y_n(s) \qquad (6)$$

معادله بالا به یک معادله از نوع فوق هندسی تقلیل داده می شود

$$\sigma(s)y_n''(s)+\tau(s)y_n'(s)+\lambda y_n(s)=0 \qquad (7)$$

که در آن

جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

$$\sigma(s)=\pi(s)\frac{\phi(s)}{\phi'(s)} \qquad \tau(s)=\tilde{\tau}(s)+2\pi(s) \tag{8}$$
$$\tau(s)=\tilde{\tau}(s)+2\pi(s)$$

و همچنین λ پارامتری است که به صورت زیر تعریف می شود

$$\lambda=\lambda_n=-n\tau'(s)-\frac{n(n-1)}{2}\sigma''(s) \tag{9}$$

جمله $y_n(s)$ تابع موج معادله (۷)می باشد که خود تابعی از نوع فوق هندسی است که از رابطه ردریگز زیر بدست می آید

$$y_n(s)=\frac{B_n}{\rho_n}\frac{d^n}{ds^n}\left(\sigma^n(s)\rho(s)\right) \tag{10}$$

$\rho(s)$ *تابع وزنی است که باید شرایط زیر را بر آورده کند*

$$\frac{d\omega(s)}{ds}=\frac{\tau(s)}{\sigma(s)}\omega(s) \qquad \omega(s)=\sigma(s)\rho(s) \tag{11}$$

و می توانیم از رابطه فوق ویژه مقادیر انرژی را بدست آوریم برای بدست آوردن تابع موج در این روش عبارت $\pi(s)$ وپارامتر λ را به صورت زیر تعریف می شوند

$$\pi(s)=\frac{\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)}{2}\right)^2-\tilde{\sigma}(s)+k\,\sigma(s)}$$
$$\lambda=k+\pi'(s) \tag{12}$$

در مرحله بعد به محاسبات انرژی و تابع موج خواهیم پرداخت.

محاسبات انرژی و تابع موج دوترون:

با مقایسه روابط (٤)و(٥)به شباهت معادله بدست آمده از جاگذاری پتانسیل یوکاوا و فرم استاندارد معادله پی می بریم بنابراین طبق تعریف از معادله(۱۲), $\pi(s)$ را به صورت زیر می توانیم بنویسیم

$$\pi(r)=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(E-\upsilon_0'\alpha\right)r^2+(\upsilon_0'+k)r+L^2+\frac{1}{4}} \tag{14}$$

و در نهایت با توجه به معادله فوق پس از محاسبات برای هر حالت می توانیم ویژه مقادیر انرژی را بدست می آوریم

$$E=-\alpha\upsilon_0'+\frac{\upsilon_0'^2}{[2n\pm1\pm2(L^2+\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}}]^2} \tag{15}$$

معادله (۱۵) به ازای L,V., α های متفاوت مقدار انرژی متفاوتی را نتیجه می دهدبا استفاده معادله شماره(۱۵) بهترین مقادیر زیر را برای انرژی بستگی دوترون و ضرایب α و v_0 بدست آوردیم:

$$\alpha=0.06(fm^{-1})\ ,\ v_0=15(MeV)$$
$$\varepsilon=2.2544(MeV) \tag{16}$$

در ادامه کار ویژه توابع شعاعی را برای حالت پایه دوترون محاسبه کردیم

$$\psi(r) = N\ e^{-(E+\alpha v_0')^{\frac{1}{2}} r}\ r^{-2(L^2+\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}}} \frac{d^n}{dr^n}\left[r^{n\pm 2\left(L^2+\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} e^{-2(E+\alpha v_0')^{\frac{1}{2}} r} \right] \tag{17}$$

در آن N ثابت نرمالیزاسیون می باشد.برای بدست آوردن نتایج بهتر علاوه بر پتانسیل مرکزی پتانسیل ناشی از تبادل یک پیون را نیز به صورت اختلالی در نظر می گیریم.

پتانسیل مبادله تک پیونی تعمیم یافته به عنوان پتانسیل اختلالی(opep):

پتانسیل بین دو نوکلئون را به صورت زیر در دوترون در نظر می گیرند:[٦]

$$v = v_c(r) + v_T(r) s_{12} \tag{18}$$

که در آن $v_c(r)$همان پتانسیل یوکاوا رابطه (۱) به عنوان پتانسیل مرکزی می باشدو $v_T(r)s_{12}$ پتانسیل اختلالی حاصل از مبادله تک پیون است که در آن:

$$v_T(r) = -a\frac{e^{-\beta r}}{\beta r}\left(1+\frac{3}{\beta r}+\frac{3}{(\beta r)^3}\right) \tag{19}$$

$$s_{12} = \left[\frac{3\left(\vec{\sigma}_1.\hat{r}\right).\left(\vec{\sigma}_2.\hat{r}\right)}{r^2} - \vec{\sigma}_1.\vec{\sigma}_2\right]$$

$\vec{\sigma}_1$و $\vec{\sigma}_2$ ماتریس های پائولی هستند.می توان اسپین نوترون و پروتون را با r موازی در نظر گرفت پس $S_{۱۲}$=۲ و نیروی تانسوری جاذبه می شودو اگر اسپین آن دو را با r پاد موازی بگیریم$S_{۱۲}$=-۱ شده و نیروی تانسوری دافعه می شود(مدل سیگاری)[۱] .

پتانسیل opep در انرژی پایین به خوبی اختلاف فاز را در برهمکنش N-N بیان می کند. در نهایت توانستیم با در نظر گرفتن نظریه اختلال با پتانسیل opep اختلاف انرژی بستگی دوترون را در حالت پایه بدست آوریم.(جدول ۱)

حل معادله شرودینگردر حضورپتانسیل یوکاو ا به روش عددی:

به جهت اینکه حل تحلیلی معادله شرودینگر در حضور پتانسیل یوکاوا بدون تقریب امکان پذیر نمی باشد از روش های عددی برای محاسبات استفاده کردیم. ما در این کار از روش رانگ–کوتای مرتبه چهارم(Rung-Kotta٤)و زبان برنامه نویسی Fortran استفاده کردیم[٥].معادله شرودینگر را در حضور پتانسیل یوکاوا بدون تقریب به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\frac{d^2U_{nl}(r)}{dr^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left(E_{nl}+v_0\frac{e^{-\alpha r}}{r}-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}\right)U_{nl}(r)=0 \qquad (20)$$

دوترون از ترکیب ۹۶٪ حالت L=۰ وفقط ٤٪حالت L=۲ حاصل می شود. بنابراین در این مقاله هر دو حالت L=۲, L=۰ را در نظر می گیریم و تابع موج را به ازای هر دو حالت بدست می آوریم.

محاسبه تابع موج دوترون درحالت پایه:

این حالت ۹٦٪حالت دوترون را تشکیل می دهد و مقدار تکانه زاویه ای مداری در آن صفر است L=۰ بنابراین معادله شماره (۲۰)به صورت زیر در می آید

$$\frac{d^2U_{nl}(r)}{dr^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left(E_{nl}+v_0\frac{e^{-\alpha r}}{r}\right)U_{nl}(r)=0 \qquad (21)$$

به ازای انرژی E=۲,٤۸ MeV نمودار(۱)تابع موج دوترون را در این حالت نشان می دهد.(نمودار۱)

محاسبه تابع موج دوترون در حالت شبه برانگیخته:

در این حالت که ٤٪حالت دوترون را شامل می شود مقدار تکانه زاویه ای L=۲ می باشد حالت L=۲ یک حالت شبه برانگیخته به حساب می آید.در این حالت معادله (۲۰) به صورت زیر در می آید:

$$\frac{d^2U_{nl}(r)}{dr^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left(E_{nl}+v_0\frac{e^{-\alpha r}}{r}-3\frac{\hbar^2}{\mu r^2}\right)U_{nl}(r)=0 \qquad (22)$$

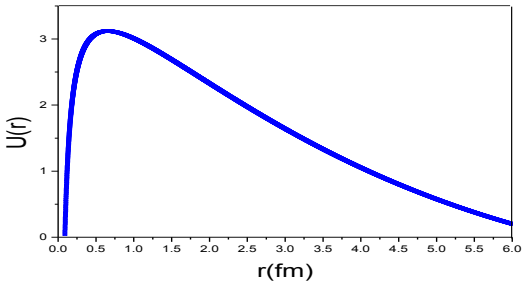
در نهایت به ازای انرژی E=-۰,۸۹۵ MeV و همچنین ضرایب پتانسیل یوکاوا تابع موج دوترون در حالت L =۲ بدست آمد که با نتایج فیزیکی تطابق خوبی دارد (نمودار۲) .همچنین به ازای دو حالت دوترون توانستیم شعاع باری را محاسبه کنیم (جدول ۲)

جدول ۱:انرژی بستگی حالت پایه دوترون و اختلاف انرژی حاصل از پتانسیل اختلالی(one pion exchange potential)

	$S_{۱۲}$=-۱	$S_{۱۲}$=۲
E (MeV)	۲,۲٥٤٤	۲,۲٦۳٤
E shift (KeV)	-۳,۹٤۹۰	۷,۷۹۸۰

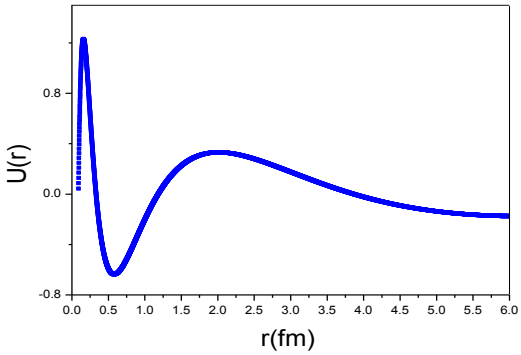
جدول ۲:شعاع باری دوترون در حالت پایه و همچنین حالت شبه برانگیخته آن

	شعاع باری دوترون r(fm)
حالت پایه L=۰	۲,۲۰٤۸
حالت شبه برانگیخته L=۲	۲,٥۹۳۰



نمودار(۱):تابع موج دوترون در حالت L=۰ به ازای انرژی E=۲,٤۸MeV

$$\alpha = 0.0063 \quad fm, v_0 = 25 \quad MeV$$



نمودار(۲):تابع موج دوترون در حالت L= ۲به ازای انرژی E=۰,۸۹۵MeV

$$\alpha = 0.0063 \quad fm, v_0 = 25 \quad MeV$$

نتیجه گیری

در این مقاله به محاسبه ویژگیهای استاتیکی دوترون با استفاده از پتانسیل یوکاوا و پتانسیل ناشی از تبادل یک پیون پرداخته ایم وبا استفاده از روش تحلیلیNU معادله شرودینگر رابا پتانسیل یوکاوا و سپس به روش عددی حل نموده ایم توابع موج و همچنین انرژی بستگی و شعاع باری حاصل از این مقاله کاملا با مقادیر تجربی مطابقت دارد.از این روش می توانیم برای هسته های دیگر مانند تریتون و ایزوتوپ های هلیوم.. نیز استفاده نمود .

مراجع

[۱]H.S.Hans "*Nuclear Physics Experimental and Theoretical*" (۲۰۰۱) ۱۱۱-۱۱٦
[۲]H.Bahlouli;"*Analytical treatment of the oscillating Yukawa Potential*"; Chemical Phys ۳۹۳(۲۰۱۲) ۱۵۳-۱۵٦
[۳]C.Berkdemir;J.Han;"*Any l-state solution of the Morse Potential* ..";Chemical Phys let (۲۰۰۵)
[٤]F.Buyukic;et al; "Solution of the Schrodinger Eq for…"Theor Chem Acc(۱۹۹۷) ۱۹۲-۱۹
[٥]W.H.Press;et al "*Numerical Recipes in Fortran*"۲th edition, Cambridge press. (۱۹۹۲)
[٦]D.W.L.Sprung;et al "*Deuteron Properties using a truncated One –pion Exchange Potential*"; Phys Rev C(۱۹۹٤)