جهت تهیه فایلWORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

طیف انرژی معادله دیراک با در نظر گرفتن تقارن اسپینی و شبه اسپینی

مریم فرخ *; محمدرضا شجاع; علی اکبر رجبی
دانشگاه صنعتی شاهرود, دانشکده فیزیک, گروه فیزیک هسته ای

چکیده

معادله دیراک از مهمترین معادلات در فیزیک و کوانتوم می باشد. این معادله شامل پتانسیل های اسکالر و برداری می باشد.در این مقاله ما پتانسیل های اسکالر جاذب $S(r)$ و برداری دافعه $V(r)$ را با دو تقارن اسپینی و شبه اسپینی بر اساس تئوری Relativistic Mean Field (RMF) مورد بررسی قرار داده ایم. برای این کار ما پتانسیل یوکاوا را با تقریب در نظر گرفته ایم..سپس این معادله را با استفاده از از روش NU به طور تحلیلی حل نموده و طیف انرژی و ویژه توابع آن را بدست آورده ایم.ویژه مقادیر مختلف را به ازای پارامتر های n, l محاسبه نموده ایم.

مقدمه

معادله دیراک کامل ترین نمونه یک معادله نسبیتی است که می تواند یک سیستم نسبیتی از ذرات را توصیف کند.در سال های اخیر توجه قابل ملاحظه ای به حل معادله دیراک شده است.در حقیقت معادله دیراک برای برخی پتانسیل های محدودی به طور دقیق قابل حل می باشد.همچنین روش های متفاوتی مانند ابر –تقارن و روش تحلیلی NU نیز برای حل این معادله در نظر گرفته شده است[۱-۵].

در حدود ۳۰ سال قبل یک شبه تبهگنی در هسته های سنگین در یک نوکلئون با اعداد کوانتومی جفت $(n,l,j=l+\frac{1}{2})$ و $(n-1,l+2,j=l+\frac{3}{2})$ مشاهده شد که در آن j,l,n اعداد کوانتومی شعاعی و مداری و تکانه زاویه ای کل هستند[۶،۷] .این شبه تبهگنی پدیده های طبیعی در ساختار هسته شامل تغییر هسته و ابر تغییر هسته و گشتاور مغناطیسی و ترازهای یکسان را به خوبی توصیف می کند[۸-۱۴] .**به** خاطر همین موفقیت ها تلاش های بسیاری برای کشف و درک منشا این شبه تبهگنی انجام گرفته است[۱۵-۱۶].بر اساس تئوری Ginocchio, Relativistic Mean Field (RMF) این تقارن را حاصل یکسانی تقریبی در اندازه اسکالر پتانسیل جاذب S(r) وبردار پتانسیل دافع V(r) فرض کرده است[۱۷].این تقارن منجر به ساده سازی و حل دقیق معادله دیراک می گردد.

معادله اساسی دیراک

در توصیف نسبیتی معادله دیراک برای تک ذره ای به جرم M که تحت پتانسیل اسکالر جاذب S(r) و پتانسیل برداری دافع V(r) با در نظر گرفتن $\hbar=c=1$ وتابع موج زیر به صورت رابطه(۲) می توان نوشت[۱۸]:

جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

$$\psi_{n_r,k}(r,\theta,\phi)=\frac{1}{r}\begin{bmatrix} F_{n_r,k}(r)\ Y^{l}{}_{jm}(\theta,\phi) \\ iG_{n_r,k}(r)Y^{\tilde{l}}{}_{jm}(\theta,\phi)\end{bmatrix} \qquad (1)$$

معادلات جفت شده دیراک برای بخش شعاعی به صورت زیر در می آید:

$$\left(\frac{d}{dr}+\frac{k}{r}\right)F_{n_r,k}(r)=\left[M+E_{n_r,k}-V(r)+S(r)\right]G_{n_r,k}(r) \qquad (2)$$

$$\left(\frac{d}{dr}-\frac{k}{r}\right)G_{n_r,k}(r)=\left[M-E_{n_r,k}+V(r)+S(r)\right]F_{n_r,k}(r)$$

معادلات جفت شده بالا را می توانیم با پیداکردن یک تابع بر حسب دیگری و قرار دادن در معادله دیگر بر حسب یک تابع به صورت زیر نوشت:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}-\frac{k(k+1)}{r^2}-(M+E_{n_r,k}-\Delta(r))(M-E_{n_r,k}+\Sigma(r))+\frac{\frac{d\Delta}{dr}\left(\frac{d}{dr}+\frac{k}{r}\right)}{M-E_{n_r,k}-\Delta(r)}\right)F_{n_r,k}(r)=0 \qquad (3)$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}-\frac{k(k+1)}{r^2}-(M+E_{n_r,k}-\Delta(r))(M-E_{n_r,k}+\Sigma(r))-\frac{\frac{d\Sigma}{dr}\left(\frac{d}{dr}-\frac{k}{r}\right)}{M-E_{n_r,k}+\Sigma(r)}\right)G_{n_r,k}(r)=0$$

برای توجیه حالت تبهگنی در هسته های سنگین و در نظر گرفتن مقادیر مساوی به ازای پتانسیل های اسکالر و برداری سعی شده که معادله دیراک با ازای این تساوی و تفاضل حل شود که در آن $\Delta(r)=V(r)-S(r)$ و $\Sigma(r)=V(r)+S(r)$ می باشد. حالت اول را با تقارن اسپینی و حالت دوم را با تقارن شبه اسپینی نشان می دهند.

ویژه مقادیر انرژی با در نظر گرفتن تقارن اسپینی

این تقارن از نزدیکی مقدار دو پتانسیل جاذب و دافع ناشی می شود زیرا در پتانسیل میانگین نسبیتی مقادیر V(r) S(r)≈ تقریبا یکسان است[۲۰]. تحت این شرایط یعنی تقارن اسپینی $\Delta(r)=C_s$ می شود و معادله اول رابطه(۳) به صورت زیر در می آید:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}-\frac{k(k+1)}{r^2}-(M+E_{n_r,k}-C_s)(M-E_{n_r,k}+\Sigma(r))\right)F_{n_r,k}(r)=0 \qquad (4)$$

پتانسیل یوکاوا به ازای تفاضل $\Sigma(r)$ در نظر می گیریم.

یکی از پتانسیل های مهم در فیزیک هسته ای پتانسیل یوکاوا می باشد[۱۹].از آن جایی که معادله دیراک با این پتانسیل به طور دقیق و تحلیلی قابل حل نمی باشد معمولا از روشهای تقریبی یا عددی برای حل آن استفاده می کنند.در اینجا ما از تقریب زیر برای حل مساله استفاده کردیم:

$$\Sigma(r)=\frac{v_0}{r}e^{-\alpha r}=\frac{v_0}{r}(1-\alpha r) \qquad (5)$$

جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

معادله (٤) را با این تقریب باز نویسی می کنیم:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}-\frac{k(k+1)}{r^2}-(M^2-E^2_{n_r,k}-C_s(M-E_{n_r,k})+(M+E_{n_r,k}-C_s)(\frac{v_0}{r}-\alpha v_0))\right)F_{n_r,k}(r)=0 \quad (٦)$$

با در نظر گرفتن تغییر متغیر های زیر

$$\begin{aligned} &M^2-E^2_{n_r,k}-C_s(M-E_{n_r,k})=\varepsilon_{n_r,k}\ , \\ &(M+E_{n_r,k}-C_s)=A \\ &\varepsilon_{n_r,k}-A\alpha v_0=\tilde{E}_{n_r,k} \\ &k(k+1)=L^2 \end{aligned} \quad (٧)$$

رابطه(٦)به رابطه زیر تقلیل می یابد:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}-\frac{L^2}{r^2}-(\tilde{E}_{n_r,k}+A\frac{v_0}{r})\right)F_{n_r,k}(r)=0 \quad (٨)$$

$$F_{n_r,k}(r)=rS_{n_r,k}(r) \quad (٩)$$

$$\frac{d^2S_{n_r,k}(r)}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dS_{n_r,k}(r)}{dr}+\frac{1}{r^2}\left(-\tilde{E}_{n_r,k}r^2-Av_0r-L^2\right)S_{n_r,k}(r)=0 \quad (١٠)$$

معادله دیراک به روش های متفاوتی قابل حل می باشند و از طرف دیگر معادلات شرودینگر و DKP از مهمترین معادلاتی هستند که برای توصیف فیزیک سیستم های غیر نسبیتی و نسبیتی به کار می روند.در این میان روش NU یکی از بهترین روش هایی است که می توان از آن برای حل این معادلات استفاده کرد.

مروری بر روش حل NU

روش NU بر اساس تقلیل یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم به یک معادله از نوع فوق هندسی پایه ریزی شده است.پس از انتخاب یک تغیر متغیر مناسب s=s(r) معادله تبدیل یافته را به صورت زیر داریم[٢١] :

$$\psi''_n(s)+\frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)}\psi'_n(s)+\frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)}\psi_n(s)=0 \quad (١١)$$

که $\sigma,\tilde{\sigma}$ چند جمله ایهایی حداکثر از درجه دوم و $\tilde{\tau}(s)$ یک چند جمله ای حداکثر از درجه اول است.با در نظر گرفتن تابع موج $\Psi'_n(s)$ به صورت :

$$\psi_n(s)=\phi_n(s)y_n(s) \quad (١٢)$$

معادله(١١)به یک معادله از نوع فوق هندسی تقلیل داده می شود:

$$\sigma(s)y''_n(s)+\tau(s)y'_n(s)+\lambda y_n(s)=0 \quad (١٣)$$

که در آن:

$$\sigma(s)=\pi(s)\frac{\phi(s)}{\phi'(s)} \qquad (۱٤)$$

$$\tau(s)=\tilde{\tau}(s)+2\pi(s)$$

$\pi(s)$و λ با استفاده از روابط زیر تعریف می شوند:

$$\pi(s)=\frac{\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)}{2}\right)^2-\tilde{\sigma}(s)+k\,\sigma(s)} \qquad (۱٥)$$

$$\lambda=k+\pi'(s) \qquad (۱٦)$$

از مقایسه روابط(۱۰)و(۱۱) خواهیم داشت:

$$\tilde{\tau}=2\,,\quad \sigma=r\,,\quad \sigma^2=r^2\,,\quad \tilde{\sigma}=-\tilde{E}_{n_r,k}r^2-Av_0r-L^2 \qquad (۱۷)$$

با جایگذاری عبارت های بالا در رابطه(۱٥) خواهیم داشت:

$$\pi(r)=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\tilde{E}_{n_r,k}\,r^2\pm(Av_0r+k)r+L^2+\frac{1}{4}} \qquad (۱۸)$$

به کمک رابطه(۱۲) تابع موج حالت تقارن اسپینی سیستم نسبیتی را بر حسب توابع لاگر محاسبه می گردد:

$$\psi(r)=N\;n!(2\tilde{E}_{n_r,k}^{\frac{1}{2}})^{2(L^2+\frac{1}{4})}\,r^{-(L^2+\frac{1}{4})-\frac{1}{2}}\,e^{-\tilde{E}_{n_r,k}^{\frac{1}{2}}}\,L_n^k(r) \qquad (۱۹)$$

با در نظر گرفتن عبارت های رابطه (۷)و روابط NUویژه مقدار انرژی حالت تقارن اسپینی به صورت زیر بدست می آید:

(۲۰)

$$E_{n_r,k}=\frac{1}{2}\{\left(C_s-\alpha v_0\right)+\sqrt{\left(C_s-\alpha v_0\right)^2-4(-M^2+C_sM+(M-C_s)\alpha v_0+\frac{\left(Av_0\right)^2}{\left[2\left(L^2+\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}\mp 2n\pm 1\right]^2})}\,\}$$

در زیر جدول انرژی به ازای مقادیر مختلف در حالت تقارن اسپینی بدست آمده است.

جدول۱:ویژه مقادیر انرژی با پتانسیل یوکاوا با در نظر گرفتن تقارن اسپینی (۲,۲۸- = α ,v. =۸ fm[-۱])

N	l	E (MeV)
۰	۰	۰,۲۱۷۹
۱	۱	٤,۱٥۳۸
۲	۰	۳,۲۷۰٦
۲	۱	٥,۷۰۷۱
۲	۲	۱۰,۸۳۰۱
۳	۰	٤,۹۷۱۹
۳	۱	٦,۹۱۹۹

نتایج بدست آمده از مقدار انرژی سیستم نسبیتی با تقارن اسپینی تحت پتانسیل میانگین نسبیتی با نتایج تجربی همخوانی خوبی دارد [۲۲] .

ویژه مقادیر انرژی با در نظر گرفتن تقارن شبه اسپینی

تحت این شرایط یعنی تقارن اسپینی $\sum(r)=C_s$ می شود و معادله دوم رابطه(۳) به صورت زیر در می آید:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}-\frac{k(k+1)}{r^2}-(M-E_{n_r,k}+c_p)(M+E_{n_r,k}+\frac{v_0}{r}(\alpha r-1))\right)G_{n_r,k}(r)=0 \tag{۲۱}$$

با انتخاب پارامتر های زیر خواهیم داشت:

$$M^2-E^2_{n_r,k}+C_p(M+E_{n_r,k})=\varepsilon p_{n_r,k} \quad , \quad (M-E_{n_r,k}+C_p)=A_p \tag{۲۲}$$

$$\varepsilon p_{n_r,k}+A\alpha v_0=\tilde{E}p_{n_r,k} \quad , \quad k(k+1)=L_p^2 \tag{۲۳}$$

به مانند تابع موج حالت اسپینی تابع موج حالت شبه اسپینی نیز بر حسب توابع لاگر بدست می آید:

$$\psi(r)=N\, n!(2\tilde{E}^{\frac{1}{2}}p_{n_r,k})^{2(L^2+\frac{1}{4})}\, r^{-(L^2+\frac{1}{4})-\frac{1}{2}}\, e^{\tilde{E}^{\frac{1}{2}}p_{n_r,k}}\, L_n^k(r) \tag{۲٤}$$

محاسبه انرژی حالت تقارن شبه اسپینی نیز به مانند حال تقارن اسپینی می باشد:

$$\tilde{E}p_{n_r,k}=\frac{1}{2}\{C_p+\sqrt{C_p^2+4(M^2+C_pM+A_p\alpha v_0-\frac{(A_pv_0)^2}{\left[2n+1+2\left(L_p^2+\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2})}\} \tag{۲۵}$$

در جدول ۲ نیز انرژی سیستم نسبیتی به ازای مقادیر مختلف در حالت تقارن شبه اسپینی بدست آمده است.

جدول۲:ویژه مقادیر انرژی با پتانسیل یوکاوا با در نظر گرفتن تقارن شبه اسپینی(v.=۳۰, α =-۰,٤)

N	L	E(MeV)
۰	۰	۲.۱۱٦۷
۱	۱	۲,۱۱٦۷
۲	۰	۳,۱۳۱٥
۲	۱	۲,٦۰۷۲
۲	۲	۲,۸٦٥٥
۳	۰	۳,٦۸۲٦
۳	۱	۳,۱۳۱٥

نتیجه گیری

ما در این کار با در نظر گرفتن سیستم نسبیتی در پتانسیل Relativistic Mean Field توانستیم معادله دیراک را با پتانسیل یوکاوا به روش NU حل کرده و ویژه تابع و ویژه مقدار انرژی را به ازای n,l های مختلف بدست آوریم که همخوانی خوبی با کارهای قبلی دارد.این کار همچنان می تواند در تشابه با سیستم های نسبیتی دیگر قابل استفاده بوده و با در نظر گرفتن پتانسیل های مختلف نتایج بهتری کسب کرد.همچنین برای توصیف بهتر دیگر سیستم های فیزیکی نیز می تواند مفید باشد.

مراجع

[۱] A.D. Alhaidari, H. Bahlouli, and A. Al-Hasan, *Phys. Lett. A* ۳۴۹ (۲۰۰۶) ۸۷.
[۲] A. Schulze-Halberg, *Chin. Phys. Lett*. ۲۳ (۲۰۰۶) ۱۳۶۵.
[۳] R.K. Su and Z.Q. Ma, J. Phys. *A: Math. Gen*. ۱۹ (۱۹۸۶) ۱۷۳۹.
[۴] J.N. Ginocchio, *Phys. Rev. C* ۶۹ (۲۰۰۴) ۰۳۴۳۱۸.
[۵] Chun-Sheng Jia, Ping Gao, and Xiao-Long Peng, J. *Phys. A: Math. Gen.* ۳۹ (۲۰۰۶) ۷۷۳۷.
[۶] A. Arima, M. Harvey, K. Shimizu, *Phys. Lett. B* ۳۰ (۱۹۶۹) ۵۱۷.
[۷] K.T. Hecht, A. Adler, *Nucl. Phys. A* ۱۳۷ (۱۹۶۹) ۱۲۹.
[۸] A. Bohr, I. Hamamoto, B.R. Mottelson, *Phys. Scr*. ۲۶ (۱۹۸۲) ۲۶۷.
[۹] J. Dudek, W. Nazarewicz, Z. Szymanski, G.A. Leander, *Phys. Rev. Lett.* ۵۹ (۱۹۸۷) ۱۴۰۵.
[۱۰] D. Troltenier, W. Nazarewicz, Z. Szymanski, J.P. Draayer, *Nucl. Phys. A* ۵۶۷ (۱۹۹۴) ۵۹۱.
[۱۱] A.E. Stuchbery, *Nucl. Phys. A* ۷۰۰ (۲۰۰۲) ۸۳.
[۱۲] W. Nazarewicz, P.J. Twin, P. Fallon, J.D. Garrett, *Phys. Rev. Lett.* ۶۴ (۱۹۹۰) ۱۶۵۴.
[۱۳] F.S. Stephens, et al., *Phys. Rev. Lett*. ۶۵ (۱۹۹۰) ۳۰۱.
[۱۴] J.Y. Zeng, J. Meng, C.S. Wu, et al., *Phys. Rev. C* ۴۴ (۱۹۹۱) R۱۷۴۵.
[۱۵] A.L. Blokhin, C. Bahri, J.P. Draayer, *Phys. Rev. Lett.* ۷۴ (۱۹۹۵) ۴۱۴۹.
[۱۶] C. Bahri, J.P. Draayer, S.A. Moszkowski, *Phys. Rev. Lett.* ۶۸ (۱۹۹۲) ۲۱۳۳.
[۱۷] J.N. Ginocchio, *Phys. Rev. Lett.* ۷۸ (۱۹۹۷) ۴۳۶;
[۱۸] W. Greiner, *Relativistic quantum mechanics: wave equations* (Springer, ۲۰۰۰).
[۱۹] R. Messina, H. Lowen, *Phys. Rev. Lett.* ۹۱ (۲۰۰۳) ۱۴۶۱۰۱.
[۲۰] J.N. Ginocchio, A. Leviatan, *Phys. Rev. Lett.* ۸۷ (۲۰۰۱) ۰۷۲۵۰۲.
[۲۱] A.F. Nikiforov, V.B. Uvarov, *Special Functions of Mathematical Physics*, Birkhauser, Basel, ۱۹۸۸.
[۲۲] B. J. Falaye, K. J. Oyewumi, The African Review of Physics (۲۰۱۱) ۶:۰۰۲۵.