

## ترابرد پرتوهای گاما و محاسبه توزیع ارتفاع پالس با استفاده از روش قطعی و احتمالاتی

آزاده اخوان\* - ناصر وثوقی - افروز عسگری

دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی انرژی، گروه مهندسی هسته ای

### چکیده

در این بررسی علاوه بر روش احتمالاتی، رویکرد جدیدی از حل معادله ترابرد بولتزمن برای محاسبه کمیت غیر بولتزمن توزیع ارتفاع پالس با استفاده از روش قطعی ارائه شده است. گام اول در ترابرد قطعی ذرات تولید کتابخانه گسسته گاما است. با پس پردازش اطلاعات حاصل از حل معادله ترابرد بولتزمن با استفاده از روش مؤلفه‌های برخوردی شار و کد ANISN، توزیع ارتفاع پالس در تیغه یک بعدی محاسبه می‌شود. به دلیل ماهیت تصادفی تخلیه انرژی، تاکنون روش‌های مونت کارلویی برای محاسبه این کمیت مورد توجه بوده است. در روش مونت کارلویی از کدهای MCNPX و FLUKA برای شبیه‌سازی ترابرد ذرات استفاده شده و تطابق نتایج حاصل از روش قطعی و مونت کارلویی نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: توزیع ارتفاع پالس، کتابخانه گسسته گاما، ترابرد قطعی و احتمالاتی فوتون

### مقدمه

با توسعه کاربردهای هسته‌ای در ابعاد مختلف زندگی اهمیت مسئله آشکارسازی و بررسی میدان‌های پرتویی روز به روز در حال افزایش است. در شبیه‌سازی ترابرد ذرات، توزیع ارتفاع پالس پارامتری مفید در شناسایی میدان تابشی است. اطلاعات حاصل از کمیت توزیع ارتفاع پالس در مسائل مربوط به اندازه‌گیری و آشکارسازی پرتوها از قبیل بررسی گاماها، ناشی از فعال‌سازی نوترونی<sup>۱</sup>، دزیمتری در پرتودرمانی، تصویربرداری پزشکی و تشخیصی و مسائل امنیتی دارای اهمیت فراوان است.

روش‌های محاسبات عددی برای شبیه‌سازی ترابرد ذرات در محیط به دو گروه تقسیم می‌شوند: احتمالاتی (مونت کارلویی) و قطعی. انعطاف پذیری در تعریف هندسه، استفاده از کتابخانه معتبر سطح مقطع‌های گاما از ویژگی‌های کدهای مونت کارلویی می‌باشد. تخلیه انرژی به صورت ذاتی پدیده‌ای تصادفی است که به سطح مقطع ماده آشکارساز در برابر پرتو و انرژی ذره فرودی و همچنین هندسه‌ی آشکارساز وابسته است. در این روش مستقیماً فیزیک ذرات، هندسه‌های مختلف و محاسبات با دقت دلخواه قابل تعریف است [۹]. به همین دلیل روش ترابرد مونت کارلو و به خصوص کد MCNP در ۲۰ سال اخیر متداول‌ترین روش شبیه‌سازی ترابرد ذرات و محاسبه توزیع ارتفاع پالس بوده است. در محیط‌های با پراکندگی بالا و مسائل نفوذ در تیغه‌های ضخیم مانند کاربردهای حفاظ‌سازی و مسائلی از قبیل چاه‌پیمایی هسته‌ای زمان محاسبات بسیار طولانی است

<sup>۱</sup> PGNA



در صورتی که در چنین شرایطی استفاده از روش قطعی راندمان زمانی بهتری را نشان می‌دهد. از دیگر ضعف‌های روش مونت کارلو فقدان یک حل عمومی است و به عنوان یک روش احتمالاتی دارای خطای آماری است.

اولین هدف این پژوهش ارائه یک روش قطعی در محاسبه توزیع ارتفاع پالس می‌باشد. برای حل عددی معادله بولتزمن روش مؤلفه‌های برخوردی شار مورد استفاده قرار گرفته است. در این الگوریتم چشمه پراکندگی با استفاده از مؤلفه‌های برخوردی شار و سطح مقطع‌های پراکندگی گروهی تعریف می‌شود. در این قسمت ابتدا برنامه‌ای برای تولید کتابخانه سطح مقطع‌های گاما در حالت گسسته نوشته شده و نهایتاً توزیع ارتفاع پالس به صورت غیر مستقیم با استفاده از روش مؤلفه‌های برخوردی و کد قطعی ANISN محاسبه شده است. در روش مونت کارلویی کدهای FLUKA و MCNPX برای شبیه سازی توزیع ارتفاع پالس مورد استفاده قرار گرفته است. مسئله نمونه برای ماده ژرمانیوم در تیغه یک بعدی تعریف شده و اعتبارسنجی کتابخانه گسسته گاما و مقایسه نتایج توزیع ارتفاع پالس حاصل از روش‌های قطعی و مونت کارلویی در این مسئله نشان داده شده است.

## روش کار

برای حل عددی معادله ترابرد بولتزمن از گسسته‌سازی در زاویه، فضا و انرژی جهت محاسبه شار زاویه‌ای استفاده می‌شود. در این روش با محاسبه مؤلفه‌های برخوردی شار زاویه‌ای و اسکالر در هر مرحله، چشمه پراکندگی مؤلفه برخورد بعدی تولید می‌شود. معادله ترابرد بولتزمن در حالت پایا و پراکندگی ناهمسانگرد و زوایای گسسته ( $\mu_n$ ) در تیغه یک بعدی به صورت معادله (۱) نمایش داده می‌شود. گسسته‌سازی زاویه‌ای با استفاده از روش  $SN^2$  و توزیع زاویه‌ای پراکندگی با استفاده از جملات بسط لژاندر نشان داده شده است. رابطه (۲) مربوط به محاسبه جملات بسط شار نرده‌ای با استفاده از شار زاویه‌ای می‌باشد و رابطه (۳) جریان نشتی در تیغه یک بعدی را نشان می‌دهد.

$$\mu_n \frac{\partial \psi_g(\vec{x}, \mu_n)}{\partial x} + \sigma_{t,g} \psi_g(\vec{x}, \mu_n) = \sum_{l=0}^{l+1} \frac{1}{4} \sum_{g=1}^G \sigma_{s,l,g \rightarrow g}(x) \varphi_{l,g}(x) P_l(\mu_n) + S_g(\vec{x}, \mu_n) \quad (1)$$

$$\varphi_{l,g}(x) = \sum_{n=1}^N w_n \psi_{g,n}(x) P_l(\mu_n) \quad (2)$$

$$J_g = \sum_{n=1}^N w_n \psi_{g,n} \mu_n \quad (3)$$

<sup>†</sup> Discrete Ordinate

در معادلات فوق  $\sigma_{s,l,g_l \rightarrow g}$  احتمال پراکندگی از گروه انرژی  $g'$  به گروه انرژی  $g$  را برای جمله  $l$  ام بسط لژاندر و  $\sigma_{t,g}$  سطح مقطع پراکندگی کل در گروه انرژی  $g$  را نشان می‌دهد.  $S_g(\vec{x}, \mu_n)$  معرف چشمه خارجی و  $P_l(\mu_n)$  جمله  $l$  ام بسط لژاندر را نشان می‌دهد. با استفاده از معادلات فوق می‌توان شار و جریان نشتی در تیغه را محاسبه نمود. همچنین این کمیت‌ها با استفاده از کد قطعی ANISN در هر گروه انرژی قابل محاسبه است.

معمولاً برای تولید سطح مقطع‌های گروهی از نرم‌افزار NJOY استفاده می‌شود. ماژول GAMINR سطح مقطع پراکندگی گروهی فوتون را به طور مستقیم با استفاده از داده‌های کتابخانه ENDF تولید می‌کند. نسخه ۹۷ این کد در دسترس است، اما متأسفانه ماژول GAMINR در این نسخه به دلیل عدم تطابق با کتابخانه ENDF موجود در بسته نرم‌افزاری قابل اجرا نمی‌باشد. کد CEPXS از نرم‌افزارهای کاربردی در تولید سطح مقطع‌های گروهی است. به دلیل عدم دسترسی به این کد در این پژوهش سطح مقطع‌های گروهی به صورت مستقیم تولید شده است. پراکندگی کامپتون از رابطه Klein-Nishina پیروی می‌کند که با معادله (۴) نشان داده می‌شود و جملات بسط سطح مقطع پراکندگی گروهی با رابطه (۵) محاسبه می‌شود. کد CEPXS نیز از همین روابط در تولید سطح مقطع پراکندگی گروهی استفاده می‌کند. به دلیل پیچیدگی در توزیع زاویه‌ای رابطه Klein-Nishina، برای تعریف پراکندگی ناهمسانگرد مجبور به استفاده از درجات بالا در بسط لژاندر هستیم. سطح مقطع‌های جذب ناشی از برهم‌کنش‌های فوتوالکتریک و تولید زوج مستقیماً از پایگاه داده‌ای XCOM استخراج شده است.

$$\frac{d\sigma_{kn}(K, K', \mu)}{dk'} = \frac{\pi r_e^2}{k^2} \left( \frac{k}{k'} + \frac{k'}{k} + 2 \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k'} \right) + \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k'} \right)^2 \right) \quad (4)$$

$$\sigma_{s,l}(g, g', \mu) = \frac{1}{\Delta k} \int_{k_{g+1}}^{k_g} dk \int_{\text{Max}[k_{g'+1}, \frac{k}{1+\nu k}]}^{k_{g'}} dk' H(\Delta k') P_l(\mu) \frac{\sigma_{kn}(k, k', \mu)}{dk'} \quad (5)$$

$$\Delta k' = \text{Max} \left[ k_{g'} - \text{Max} \left[ k_{g'+1}, \frac{k}{1+\nu k} \right] \right] \quad (6)$$

در رابطه فوق  $H$  تابع پله‌ای است. در این روش سطح مقطع پراکندگی گروهی به اِزاء الکترون محاسبه شده و برای محاسبه این کمیت در هر ماده خاص از ضریب شکل اتمی استفاده می‌شود.

با فرض پایداری زمانی در حل عددی مسئله ارتفاع پالس هر فوتون به صورت جداگانه در محیط انرژی تخلیه کرده و در نهایت یا جذب و یا پراکنده می‌شود. در صورت پراکندگی فقط جهت و انرژی فوتون تغییر می‌کند و تعادل بین تعداد فوتون‌های اولیه و مجموع فوتون‌های جذب و فرار برقرار است. تعداد ذراتی که در انرژی مشخص از لبه‌های تیغه خارج می‌شوند نمایشگر وضعیت تخلیه انرژی در محیط آشکارساز می‌باشد. در ابتدا فرض می‌کنیم چشمه تک انرژی و با انرژی  $E$  در راستای عمود بر تیغه می‌تابد، در این صورت تعداد ذراتی که در گروه انرژی  $g$  از تیغه خارج می‌شوند، نشان دهنده ذراتی هستند که انرژی  $E - E_g$  را در محیط تخلیه

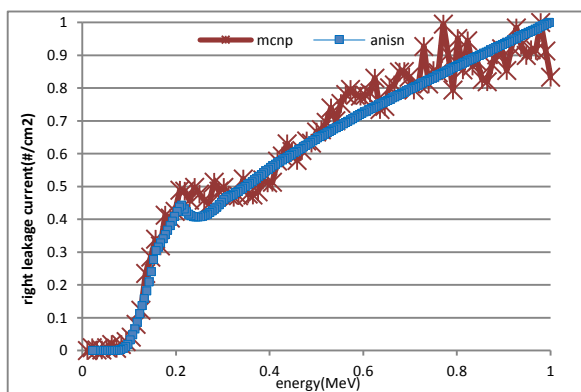
کرده‌اند. بنابراین توزیع ذراتی که انرژی مشخصی را در محیط بر جای گذاشته‌اند قابل محاسبه است. مجموع ذرات فرار و جذب در تعادل با تعداد ذرات ورودی است، در نتیجه تعداد ذراتی که به طور کامل در محیط جذب شده‌اند سهم فوتوپیک را در توزیع ارتفاع پالس تشکیل می‌دهند. در این رابطه  $Jg$  مجموع جریان نشتی تیغه در گروه انرژی  $g$  است.

$$h_{ph.e} = 1 - \sum_g Jg \quad (7)$$

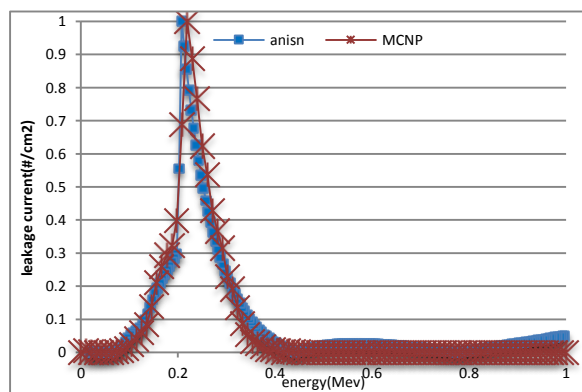
به این ترتیب با محاسبه جریان نشتی با استفاده از روش مؤلفه‌های برخوردی و کد ANISN می‌توان توزیع ارتفاع پالس را به صورت غیر مستقیم محاسبه نمود.

### نتایج

مسئله نمونه برای تیغه یک بعدی از جنس ژرمانیوم به ضخامت ۵ سانتی‌متر تعریف شده است. چشمه گاما به صورت شار ذرات عمود بر لبه چپ تیغه و در انرژی ۱ مگا الکترون‌ولت در نظر گرفته شده است. در این مسئله ۱۰۰ گروه انرژی، درجه ۸ پراکندگی و گسسته‌سازی زاویه‌ای از درجه ۱۶ می‌باشد. در این پژوهش سطح مقطع‌های گروهی برای ماده Ge در ۱۰۰ گروه انرژی و درجه ۸ پراکندگی تولید شده است. کد MCNP از سطح مقطع‌های پیوسته برای هر ماده استفاده می‌کند، به این مفهوم که در برهم‌کنش کامپتون از رابطه Klein-Nishina به صورت مستقیم نمونه برداری کرده و توزیع زاویه‌ای پراکندگی در این روش لحاظ می‌شود. جهت راستی آزمایشی نتایج سطح مقطع‌های گروهی، کتابخانه سطح مقطعی در کد قطعی ANISN با فرمت DTF تولید شده است و جریان نشتی در لبه‌ی چپ تیغه (پراکندگی رو به عقب) و لبه راست تیغه (پراکندگی رو به جلو) در کد قطعی ANISN و کد مونت کارلویی MCNP در شکل ۲ مقایسه می‌شود.



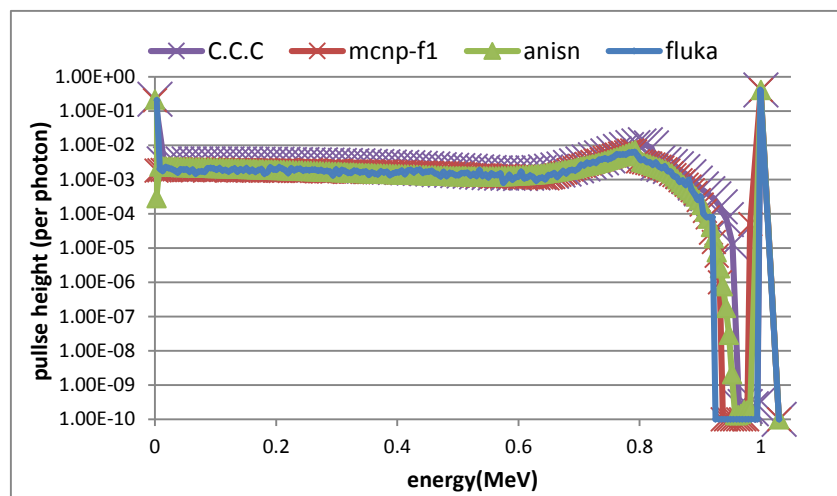
(ب)



(الف)

شکل ۲ جریان نشتی فوتون در تیغه با ضخامت ۵cm در کد ANISN و MCNP، (الف) در لبه سمت چپ، (ب) لبه سمت راست

در روش مونت کارلویی کد FLUKA از کارت DETECT و کد MCNP از تالی F8 در محاسبه توزیع ارتفاع پالس استفاده می‌کند. با توجه به اینکه شکل توزیع ارتفاع پالس نسبت به تعداد کانال‌های انرژی حساس است، در تمام روش‌های مورد نظر ۱۰۰ کانال انرژی در نظر گرفته شده است (کانال‌های انرژی در روش قطعی وابسته به ساختار بازه‌های انرژی در سطح مقطع گروهی می‌باشد). نتایج حاصل از روش قطعی و مونت کارلویی در شکل ۳ مقایسه شده‌اند.



شکل ۲ توزیع ارتفاع پالس چشمه ۱ MeV در تیغه ۵cm در روش‌های قطعی و مونت کارلویی

در روش قطعی پدیده فوتوالکتریک و تولید زوج به عنوان برهم کنش جذب در نظر گرفته می‌شود، در شبیه‌سازی مونت کارلویی نیز از ترابرد الکترون صرف نظر شده و الکترون‌ها انرژی خود را در لحظه تولد تخلیه می‌کنند. با توجه به ضخامت تیغه در مقایسه با برد الکترون‌ها، این فرض خیلی دور از واقعیت نمی‌باشد. در نتیجه انتظار می‌رود توزیع ارتفاع پالس فقط شامل قله‌های فوتوپیک و لبه کامپتون باشد. همچنین ذرات برخورد نکرده از رابطه  $\varphi = \varphi_0 e^{-\Sigma(E)t}$  پیروی کرده و در کانال انرژی صفر قله‌ای را تشکیل می‌دهند. در تمام این روش‌ها سهم ذرات بدون برخورد وابسته به سطح مقطع کل در انرژی ورودی ذرات می‌باشد. طیف پراکندگی در منحنی فوق ناشی از برهم کنش کامپتون است. در رابطه Klein-Nishina، سطح مقطع پراکندگی در انرژی بیشینه الکترون بیشترین مقدار را داراست، این امر وجود لبه کامپتون را در این محدوده انرژی توجیه می‌کند. منطقه بین لبه کامپتون و فوتوپیک ناحیه پراکندگی‌های چندگانه نامیده می‌شود. ذراتی که در توزیع این منطقه قرار گرفته‌اند حتماً باید چند پراکندگی را متحمل شوند. امکان حضور در این ناحیه برای مؤلفه‌هایی با بیش از ۴ برخورد امکان‌پذیر است. سهم برهم کنش پراکندگی در تخلیه انرژی در ۴ برخورد و بیشتر در مقایسه با ۳ برخورد اول کم‌رنگ‌تر است. در نمودار تابع توزیع، کاهش سریع ارتفاع پالس در این محدوده انرژی مشاهده

می‌شود. در این محاسبات از شار ورودی بهنجار استفاده شده است و ارتفاع فوتوپیک طبق رابطه (۷) با استفاده از تعادل تعداد فوتون‌های جذب و فرار با شار فوتون‌های فرودی در محیط محاسبه می‌شود.

### نتیجه‌گیری

هدف از این پژوهش بررسی روش قطعی در محاسبه توزیع ارتفاع پالس در یک بعد می‌باشد. اولین قدم در ترابرد قطعی تولید کتابخانه گسسته گاما است، تطابق نتایج جریان نشتی در کدهای ANISN و MCNP صحت داده‌های سطح مقطع گروهی را تایید می‌کند. برای توسعه محاسبات ارتفاع پالس در سه بعد کدهای قطعی حل معادله ترابرد برای شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده‌تر موجود می‌باشند که با استفاده از روش مذکور می‌توان توزیع ارتفاع پالس از روش قطعی را به سه بعد تعمیم داد. روش معرفی شده در محاسبه ارتفاع پالس دارای محدودیت‌هایی نیز می‌باشد. این روش برای پرتوهای گاما که تعادل بین تعداد فوتون‌های اولیه و مجموع فوتون‌های جذب و فرار وجود دارد کاربرد است. همچنین در ترابرد قطعی ذرات در چشمه‌هایی که تک انرژی نیستند و یا در جهت‌های مختلف تابش می‌کنند دارای پیچیدگی‌هایی است. در این صورت هر یک از موقعیت‌های تعریف چشمه مورد بررسی قرار گرفته و در نهایت میانگین مجموعه اندازه‌گیری‌ها پاسخ مورد نظر است.

### مراجع

[۱] LANL. MCNP, "A General Monte Carlo N-Particle Transport Code, Version X: User's Manual", LA-CP-۰۰-۰۳۶۹, Los Alamos National Laboratory, ۲۰۰۰.

[۳] Benz, J., Todd S. Palmer, "Pulse height distributions from deterministic radiation transport simulations", Annals of Nuclear Energy, Volume ۳۷, Issue ۱۱, p. ۱۴۸۶-۹۳, ۲۰۱۰.

[۴] Eric Smith, L., et al., "Coupling Deterministic and Monte Carlo Transport Methods for the Simulation of Gamma-Ray Spectroscopy Scenarios", IEEE transactions on nuclear science, vol. ۵۵, no. ۵, October ۲۰۰۸.

[۷] Knoll, Glenn F., "Radiation Detection and Measurement", Inc., ۳rd Edition, ۲۰۰۰.

[۱۹] LANL., "User's Manual for ANISN: multigroup One-Dimensional Discrete Ordinates Transport Code system with Anisotropic Scattering", Contributed by EG&G Idaho, Inc, ۱۹۹۴.

[۲۱] available from : <http://www.nist.gov/pml/data/xcom/index.cfm>

[۲۶] SANL, Sandia National Laboratory. "CEPXS, A Multigroup Coupled Electron-Photon Cross Section Generating Code", SAND۹۱-۱۸۰۶, ۱۹۸۹.