



بررسی انتقال الکترونهاي سرد از میان پلاسمای گرم در اشتعال سریع در همجوئی

محصور شدگی اینرسی

سیده فخریه اسلامی، عباس قاسمی زاد*، سام یعقوبی

دانشگاه گیلان، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

چکیده:

با ورود باریکه الکترونی به محیط پلاسما، میکروناپایداری هایی ظاهر می شوند که ما این میکروناپایداری ها را در یک سیستم باریکه سرد - پلاسمای گرم مورد بررسی قرار می دهیم و هیچ فرض اولیه ای در زاویه بین بردار موج و جهت باریکه الکترونی و همچنین زاویه بین میدان الکتریکی و بردار موج وجود ندارد. میکروناپایداری هایی که در این مدل ممکن است ظاهر شود شامل ناپایداری دوجریانی و ناپایداری رشته ای است و ما بیشینه آهنگ رشد میکروناپایداری ها را بررسی کرده و تأثیر دمای پلاسما، چگالی باریکه و پلاسما و نیز سرعت باریکه را روی آهنگ رشد ناپایداری مورد بحث و بررسی قرار می دهیم.

کلید واژه: باریکه الکترونی، اشتعال سریع، آهنگ رشد ناپایداری

مقدمه:

در مدل تک چگالی (اشتعال سریع) مرحله فشرده سازی سوخت از مرحله احتراق جدا شده است و در نتیجه سوخت فشرده شده از قید ناپایداری هیدرودینامیکی رها شده است، اما در آنجا نیز با ناپایداری هایی روبرو هستیم که از نوع میکرو می باشند و از انتقال مناسب انرژی به سوخت برای انجام احتراق، جلوگیری می کنند. بدین ترتیب با بررسی این ناپایداری ها، می توان انرژی ورودی لیزر و یا باریکه را برای انجام احتراق به حد اقل رساند و در نتیجه بهره انرژی همجوئی را افزایش داد [۱].

با ورود باریکه الکترونی به محیط پلاسما، در صورتی که بردار موج، عمود بر باریکه و عمود بر میدان الکتریکی باشد ناپایداری از نوع رشته ای است که میدان الکتریکی بر مسیر باریکه رشد میکند، اما عمود بر آن است و در صورتی که بردار موج، موازی با باریکه و موازی با میدان الکتریکی باشد، ناپایداری، دوجریانی خواهد بود که در این حالت میدان الکتریکی در نقاط موازی با باریکه رشد کرده و در طول مسیر نوسان می کند [۲ و ۳]. برای درک بهتر مدل گرم، می توان از مدل ساده تری شروع کرد که مربوط به باریکه سردی است که از میان یک پلاسمای سرد عبور می کند که در این مدل ناپایداری دوجریانی به طور بسیار محسوس دیده می شود و ناپایداری رشته ای، چندان اهمیت ندارد [۲].

روش انجام:

محیط پلاسمایی که در نظر می گیریم، باید همگن، بدون برخورد، غیر مغناطیسی و نامحدود باشد. شکل کلی رابطه پراکندگی به صورت زیر است [۲]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + q \left(\vec{E} + \frac{\vec{V}}{C} \times \vec{B} \right) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{P}} = 0 \quad (1)$$

جهت بررسی این ناپایداری ها، با تشکیل تنسور پلازما، معادله آشفتهگی مربوط به سیستم باریکه - پلازما ایجاد، سپس ریشه های آن مشخص می شود. ریشه های با بخش موهومی مثبت، آهنگ رشد ناپایداری را نشان خواهد داد. در این بررسی ها بعد از تزریق باریکه الکترونی به محیط پلازما، طبق قانون بقای بار داریم [۴]:

$$\rho = \sum_s e_s n_s \quad (2)$$

که در رابطه بالا n چگالی ذره مورد نظر در پلازما و e بار الکتریکی ذره موجود در پلازماست که در این مورد با صرف نظر کردن از بار یون ها در محیط پلازما آماده همجوشی، در صورتی که چگالی کل الکترون های موجود در محیط n_e نامیده شود، رابطه زیر بدست خواهد آمد [۲]:

$$n_e = n_p + n_b \quad (3)$$

در رابطه بالا b مربوط به باریکه و p مربوط به الکترون های پلازماست. از طرفی دیگر، پس از تزریق باریکه به محیط پلازما، مجموع جریان ها باید صفر شود و از حرکت یون های زمینه، به علت سنگینی زیاد، صرف نظر می کنیم و این امر منجر به رابطه زیر میشود [۵]:

$$J = \sum_s e_s n_s v_s \rightarrow n_b v_b = n_p v_p \quad (4)$$

مدل مورد بررسی، مدل گرم است و این یعنی سیستم به اثرات گرمایی حساس است و بنابر این، تابع توزیع سیستم به شکل زیر خواهد بود [۲]:

$$f_0 = \frac{n_p}{4P_{th}^2} \left[\Theta(P_x + P_{th}) - \Theta(P_x - P_{th}) \right] \left[\Theta(P_y + P_{th}) - \Theta(P_y - P_{th}) \right] \quad (5)$$

$$\delta(P_z + P_p) + n_b \delta(P_x) \delta(P_y) \delta(P_z - P_b)$$

با جاگذاری تابع توزیع ذکر شده در معادله تنسور پلازما، معادله آشفتهگی بدست خواهد آمد.

معادله تنسور پلازما به شکل زیر است [۲]:

$$\left(\eta^2 \varepsilon_{yy} - k^2 \right) \left[\left(\eta^2 \varepsilon_{xx} - k_z^2 \right) \left(\eta^2 \varepsilon_{zz} - k_x^2 \right) - \left(\eta^2 \varepsilon_{xz} + k_z k_x \right)^2 \right] = 0 \quad (6)$$

که در آن $\eta = \frac{\omega}{C}$ که c سرعت نور است. عناصر تنسور پلازما از رابطه زیر بدست می آیند [۲]:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \frac{\omega_{pe}^2}{n_e \omega^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P_\alpha}{\gamma} \frac{\partial f_0}{\partial P_\beta} d^3P + \frac{\omega_{pe}^2}{n_e \omega^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P_\alpha P_\beta}{\gamma} \frac{K \cdot \frac{\partial f_0}{\partial P}}{m_e \gamma \omega - K \cdot P} d^3P \quad (7)$$

ω_{pe} فرکانس پلاسما نام دارد که برابر با $\sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}}$ است.

در این مورد به علت تقارن، بردار موج که همان جهت انتشار موج ناپایدار است، به شکل $(k_x, 0, k_z)$ می باشد. متغیرهای بدون بعد زیر را تعریف می کنیم:

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_{pe}}, \beta = \frac{v_b}{c}, z = \frac{kv_b}{\omega_{pe}}, \alpha = \frac{n_b}{n_p}, \rho = \frac{v_{th}}{v_b}, \gamma = 1, \quad (8)$$

$$\Delta = \ln \left(\frac{\Omega + z \alpha \cos \Theta_k - \rho z \sin \Theta_k}{\Omega + z \alpha \cos \Theta_k + \rho z \sin \Theta_k} \right)$$

با استفاده از رابطه (۷)، (۸) می توان رابطه پراکندگی را بدست آورد. با توجه به جهت انتشار باریکه الکترونی می توان متغیرهای زیر را تعریف کرد:

$$z_x = \frac{kv_b \sin \theta_k}{\omega_{pe}} = \frac{k_x v_b}{\omega_{pe}}; z_z = \frac{kv_b \cos \theta_k}{\omega_{pe}} = \frac{k_z v_b}{\omega_{pe}} \quad (9)$$

با جا گذاری عناصر تنسور پلاسما در رابطه (۶) و استفاده از کمیت های بدون بعد تعریف شده در رابطه (۸) داریم:

(۱۰)

$$\begin{aligned} & (\Omega^2 - 1 - \alpha - \frac{(\Omega + z \alpha \cos \Theta_k)^2 \cot^2 \Theta_k + (\rho z \sin \Theta_k)^2}{(\Omega + z \alpha \cos \Theta_k)^2 - z^2 \rho^2 \sin^2 \Theta_k} \\ & - \cot^2 \Theta_k - \frac{(\Omega + z \alpha \cos \Theta_k) \cot^2 \Theta_k}{\rho z \sin \Theta_k} (-\frac{2\rho z \sin \Theta_k}{\Omega + z \alpha \cos \Theta_k}) - (\frac{k_z}{\beta})^2) \\ & (\Omega^2 - 1 - \alpha + \frac{\alpha z^2 (\cos^2 \Theta_k - \sin^2 \Theta_k) - 2\Omega \alpha z \cos \Theta_k}{(\Omega - z \cos \Theta_k)^2} - \\ & \frac{(z \alpha)^2}{(\Omega + z \alpha \cos \Theta_k)^2 - z^2 \rho^2 \sin^2 \Theta_k} - \frac{\alpha \cot \Theta_k}{\rho} (-\frac{2\rho z \sin \Theta_k}{\Omega + z \alpha \cos \Theta_k}) - (\frac{k_x}{\beta})^2) \\ & - \left[\frac{-\frac{z \alpha \sin \Theta_k}{\Omega - z \cos \Theta_k} + \cot \Theta_k + \frac{z \alpha (\Omega + z \alpha \cos \Theta_k) \csc \Theta_k}{(\Omega + z \alpha \cos \Theta_k)^2 - z^2 \rho^2 \sin^2 \Theta_k}}{2z \rho} + \frac{2z \alpha \cot^2 \Theta_k + \Omega \cot \Theta_k \csc \Theta_k}{2z \rho} \left(-\frac{2\rho z \sin \Theta_k}{\Omega + z \alpha \cos \Theta_k} \right) + \frac{k_x k_z}{\beta^2} \right]^2 = 0 \end{aligned}$$

که در رابطه فوق، از تقریب زیر استفاده شده است:

$$\frac{1}{x} \ln \left(\frac{a + kx}{a - kx} \right) = \frac{2k}{a} + O(x^2) \quad (11)$$

برای ناپایداری دو جریانی که موازی با مسیر باریکه رشد می کند، شرایط زیر برقرار است:

$$\theta = 0, z_x = 0, z_z = z \quad (12)$$

معادله (۱۰) برای ناپایداری دو جریانی به معادله زیر تبدیل می شود:

$$\left(1 - \frac{\alpha}{(\Omega - z)^2} - \frac{1}{(\Omega + z\alpha)^2}\right) = 0 \quad (13)$$

و برای ناپایداری رشته ای که عمود بر مسیر باریکه رشد می کند، شرایط زیر برقرار است:

$$\theta = \frac{\pi}{2}, z_x = z, z_z = 0 \quad (14)$$

بنابراین برای ناپایداری رشته ای داریم:

$$\left(\Omega^2 - 1 - \alpha - \frac{z^2}{\beta^2} - \frac{\alpha z^2}{\Omega^2} - \frac{\alpha^2 z^2}{\Omega^2 - z^2 \rho^2}\right) \left(\Omega^2 - 1 - \alpha - \frac{\rho^2 z^2}{\Omega^2 - z^2 \rho^2}\right) - \left(\frac{\Omega \alpha z}{\Omega^2 - z^2 \rho^2} - \frac{\alpha z}{\Omega}\right)^2 = 0 \quad (15)$$

معادلات (۱۰، ۱۳ و ۱۵)، معادلاتی جبری اند که به راحتی و با استفاده از تقریب $\alpha \ll 1$ قابل حل می باشند. بیشینه آهنگ رشد ناپایداری دو جریانی، در حدود $Z=1$ اتفاق می افتد [۲]. یعنی در جایی که فرکانس سیستم، تقریباً با فرکانس پلاسما قبل از تزریق باریکه برابر است که بنابر رابطه (۱۳) داریم:

$$\left(1 - \frac{\alpha}{(\Omega - z)^2} - \frac{1}{(\Omega + z\alpha)^2}\right) = 0 \xrightarrow{\Omega=1, z=1} 1 - \frac{\alpha}{u^2} - \frac{1}{(u+1+\alpha)^2} = 0 \quad (16)$$

$$u^3 = \frac{\alpha}{2} e^{2\pi i} \Rightarrow \Omega = \left(1 - \frac{\alpha^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{4}{3}}}\right) + i \frac{\alpha^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{4}{3}}} \sqrt{3} \quad (17)$$

که بخش موهومی رابطه (۱۷) همان بیشینه آهنگ رشد ناپایداری است و برای ناپایداری رشته ای، بیشینه آهنگ رشد ناپایداری به همین ترتیب، به شکل زیر بدست می آید:

$$\delta_{\frac{\pi}{2}} \sim \beta \sqrt{\alpha} \frac{z \sqrt{1 - z^2 \rho^2 / \beta^2}}{\sqrt{(z^2 + \beta^2)(1 + \rho^2 z^2)}} \quad (18)$$

شاخه دوم ناپایداری، مربوط به فاکتور اول رابطه (۱۶) است که رابطه پراکنده را به شکل زیر به ما میدهد:

$$F(\Omega) = \Omega^2 - 1 - \alpha - \frac{z^2}{\beta^2} - \frac{1}{3} \frac{\rho^2}{\left(\frac{\Omega}{z} + \alpha \cos \Theta_k\right)^2 - (\rho \sin \Theta_k)^2} \quad (19)$$

با تقریب $\alpha \ll 1$ به رابطه زیر می رسد:

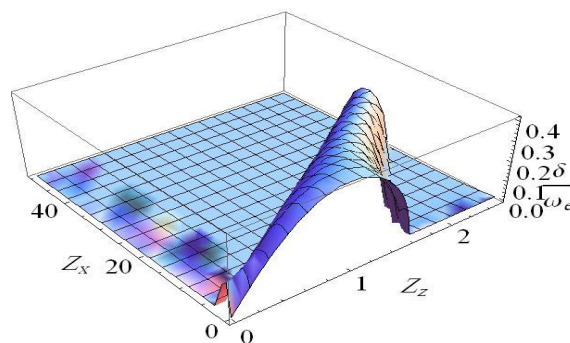
$$\Omega^4 - \Omega^2 \left[\left(1 + \frac{z^2}{\beta^2}\right) + (\rho z \sin \Theta_k)^2 \right] + \left(1 + \frac{z^2}{\beta^2}\right) (\rho z \sin \Theta_k)^2 - \frac{(\rho z)^2}{3} = 0 \quad (20)$$

با حل معادله درجه چهار و سپس، استفاده از تقریب دو جمله‌ای، آهنگ رشد ناپایداری به شکل بدست می‌آید:

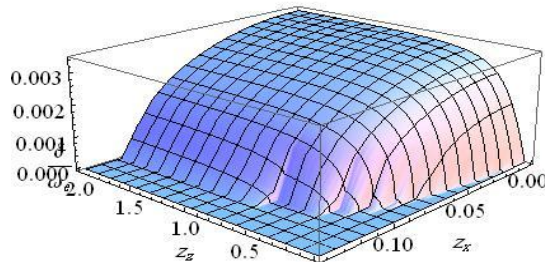
$$\Omega^2 = -\frac{(\rho z)^2}{1 + \frac{z^2}{\beta^2}} \left(\frac{1 - 3 \sin^2 \Theta_k \left(1 + \frac{z^2}{\beta^2} \right)}{1 + \frac{\beta^2 (\rho z \sin \Theta_k)^2}{z^2 + \beta^2}} \right) \xrightarrow[\text{تقریب اول}]{\text{تقریب دوم}} \delta_{1k} \sim \frac{\rho \beta z}{\sqrt{3} (z^2 + \beta^2)^{\frac{1}{2}}} (1 - 3 \sin^2 \Theta_k)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

نتایج:

اگر نمودار بیشینه آهنگ رشد ناپایداری را برای طول موج‌های مختلف و زوایای مختلف رسم کنیم، نمودار شکل (۱) و (۲) را خواهیم داشت. اگر مقدار متغیرهای ρ و β را ثابت نگه داریم و مقدار α را در بازه $(0, 0.3)$ تغییر دهیم، می‌بینیم که در نمودار شاخه دوم بیشینه آهنگ رشد ناپایداری، به ازای هر نقطه معین در صفحه (Z_x, Z_z) افزایش می‌یابد و در شاخه اول تغییر زیادی در نمودار آهنگ رشد دیده نمی‌شود. اگر مقدار متغیرهای α و β را ثابت فرض کنیم و متغیر ρ را در بازه $(0, 0.3)$ تغییر دهیم، مشاهده می‌شود که در شاخه دوم بیشینه آهنگ رشد ناپایداری، به ازای هر نقطه از صفحه (Z_x, Z_z) ، ابتدا افزایش می‌یابد و بعد از رسیدن به یک نقطه بیشینه، دوباره کاهش می‌یابد و در شاخه اول، به ازای هر نقطه معین از صفحه (Z_x, Z_z) ، بیشینه آهنگ رشد ناپایداری افزایش می‌یابد. سرانجام اگر متغیرهای α و ρ را ثابت فرض کنیم و متغیر β را تغییر دهیم مشاهده می‌کنیم که در شاخه دوم با افزایش مقدار β ، به ازای مقادیر بزرگ Z_x و Z_z ، تغییرات زیادی در بیشینه آهنگ رشد دیده نمی‌شود اما در مقادیر کوچک Z_x و Z_z ، بیشینه آهنگ رشد بسیار افزایش می‌یابد که بیشتر مربوط به افزایش آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای است و برای شاخه اول، بیشینه آهنگ رشد ناپایداری، برای هر طول موج افزایش می‌یابد.



شکل ۱. نمودار آهنگ رشد ناپایداری برای شاخه دوم به ازای $\alpha=0.5$ ، $\beta=0.2$ و $\rho=0.1$



شکل ۲. نمودار آهنگ رشد ناپایداری برای شاخه

$$\alpha=0, \beta=0, \rho=0, \text{ اول به ازای } \alpha=0, \beta=0, \rho=0, \text{ اول به ازای}$$

همچنین بیشینه آهنگ رشد ناپایداری برای شاخه اول، حد اکثر به مقدار $0,03$ می رسد در حالی که برای شاخه دوم، این مقدار به بیش از $0,4$ رسیده است و بنابراین، ناپایداری شاخه دوم اهمیت بیشتری دارد.

بحث و نتیجه گیری:

نمودارها، آهنگ رشد مدهای ترکیبی از دو نوع ناپایداری رشته ای و دوجریانی را نشان می دهد. به راحتی می توان دید که صفحه $Z_z=0$ بیشینه آهنگ رشد ناپایداری رشته ای و صفحه $Z_x=0$ بیشینه آهنگ رشد ناپایداری دوجریانی را نشان می دهد. هر چه نسبت چگالی باریکه به پلاسما کمتر باشد، ناپایداری کمتر است. بنابراین برای پایداری سازی چنین سیستمی، باید چگالی پلاسما بیشتر از باریکه باشد که این به خودی خود برقرار است، زیرا که چگالی پلاسما در حدود 10^{21} cm^{-3} است و چگالی باریکه در حدود 10^{20} cm^{-3} است. دمای محیط پلاسما هر چقدر بیشتر باشد ناپایداری کمتر است و شرایط برای همجوشی بهتر است که البته در اکثر موارد این دما را در حدود 10 KeV در نظر می گیرند. مقدار β که همان سرعت باریکه به سرعت نور است، هر چه کمتر باشد آهنگ رشد ناپایداری کمتر است که البته این بررسی برای الکترون های غیر نسبیتی بوده است.

منابع:

- [۱] A. Bret, M. C. Firpo, C. Deutsch, Electromagnetic Instabilities for Relativistic Beam-Plasma Interaction in Whole k Space: Non Relativistic Beam and Plasma Temperature Effects, Physical Review E, ۷۲, ۰۱۶۴۰۳, ۱-۲ (۲۰۰۵).
- [۲] A. Bret, M. C. Firpo, C. Deutsch, Collective Electromagnetic Modes for Beam-Plasma Interaction in The Whole k Space, Physical Review E, ۷۰, ۰۴۶۴۰۱, ۱-۲-۳-۴-۵ (۲۰۰۴).
- [۳] A. Bret, C. Deutsch, Beam Plasma Magnetic Instabilities in a Smooth Density Gradient: Application to The Fast Ignition Scenario, Physics of Plasmas, ۱۲, ۱۰۲۷۰۲, ۱ (۲۰۰۵).
- [۴] R. A. Treumann and W. Baumjohann, Advance Space of Plasma, Imperial Collage Press London, ۵, (۲۰۰۱).
- [۵] A. Bret, C. Deutsch, Hierarchy of Beam Plasma Instabilities Up to High Beam Densities for Fast Ignition Scenario, Physics of Plasmas, ۱۲, ۰۸۲۷۰۴, ۱ (۲۰۰۵).