



## بررسی انرژی بستگی و گشتاور مغناطیسی هسته ای در مدل جامع هسته ای

شیروان قرائتی<sup>۱</sup>، محمد قناعتیان<sup>۲\*</sup>، نادر قهرمانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>دانشگاه یاسوج، بخش فیزیک

<sup>۲</sup>دانشگاه پیام نور، بخش فیزیک

<sup>۳</sup>دانشگاه شیراز، بخش فیزیک

### چکیده

در این مقاله، قصد داریم با استفاده از مدل هسته‌ای جدیدی به نام مدل جامع هسته‌ای، (INM Integrated Nuclear Model)، که اخیراً ارائه شده با تعیین ضریب الحاقی فرمولی دقیقتر برای انرژی بستگی هسته‌ای و گشتاور مغناطیسی هسته‌ها بدست می‌آوریم. انرژی‌های بستگی هسته‌ای تمام هسته‌های بدست آمده در این مدل قابل مقایسه با مقادیر تجربی و همچنین با مقادیر بدست آمده از مدل قطره مایعی (LDM) می‌باشد و با استفاده از این فرمول انرژی بستگی، رابطه ای برای گشتاور مغناطیسی هسته‌های سنگین ارائه می‌دهیم که نتایج خوبی با نتایج تجربی دارد.

کلیدواژه: انرژی بستگی هسته‌ای، گشتاور مغناطیسی هسته، خواص هسته‌ها، مدل‌های هسته‌ای

### ۱- مقدمه

یکی از اهداف فیزیک هسته‌ای این است که با ارائه مدل‌های ریاضی، خواص هسته‌ها و رفتارهای آنها را توجیه کند. برهمکنش متقابل میان نوکلئون‌ها هنگامی که برای تشکیل هسته‌های سنگین و متوسط متراکم می‌شوند، برای مدت طولانی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند. درغیاب یک تئوری دقیق، تعدادی از مدل‌های هسته‌ای توسعه یافته‌اند. برای این کار فرضیات بسیاری برای ساده سازی روابط به کار رفته‌اند. هر مدل تنها قادر به توضیح بخشی از دانش تجربی ما راجع به هسته می‌باشد. اگر فرض کنیم در سطوح پایه و پایین‌ترین سطوح برانگیخته شده، هسته‌ها و نوکلئون‌ها دارای برهمکنش بسیار پایینی باشند، آنگاه مدل‌های ذره - مستقل پدیدار می‌شوند که مدل پوسته‌ای را به عنوان مثال گروه مدل مقید از مدل‌های ذره مستقل می‌توان نام برد. نظریه



کاملاً متضاد، برهمکنش بسیار قوی بین تمام نوکلئون‌ها در هسته می‌باشد. به عنوان نماینده مدل‌های برهمکنش قوی، می‌توان از مدل قطره مایع نام برد.

در این مقاله سعی شده‌است که فرمولی جدید برای انرژی بستگی هسته‌ای تمام هسته‌ها و همچنین فرمولی برای انرژی شکافت هسته‌ای و گشتاور مغناطیسی هسته‌ها، بر اساس فرضهای اساسی که در بخش بعد ذکر می‌شود و همچنین ایده گرفتن از مدل‌های هسته‌ای دیگر، ارائه می‌شود که نام این مدل جدید را مدل جامع هسته‌ای (INM) می‌نامیم.

## ۲- انرژی بستگی هسته‌ای

مدل قطره مایع برای هسته منجر به فرمول مشهور نیمه تجربی جرم برای وابستگی جرم یک هسته به  $A$  و  $Z$  می‌شود [۱]. نخست هسته بصورت مجموعه‌ای از ذرات برهمکنش کننده که به یک قطره مایع شباهت دارد در نظر گرفته می‌شود. سپس نیروهای کولنی، اثرهای اصل طرد پائولی و جزئیاتی دیگر همگی به عنوان تصحیح اضافه می‌شوند که در نهایت فرمول زیر برای انرژی بستگی هسته‌ای ارائه شده است:

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1)A^{-1/3} - a_a (N-Z)^2 A^{-1} \pm \delta \quad (1)$$

بطور کلی، جرم کل هسته  $M(Z, N)$  کوچکتر از مجموع جرم اجزای تشکیل دهنده آن یعنی پروتونها و نوترونها می‌باشد. این تفاوت جرم را انرژی بستگی هسته‌ای می‌نامند. در سال ۱۹۶۶، گاروی (G. T. Garvey) و کلسون (I. Kelson) فرمولی برای انرژی بستگی هسته‌ای ارائه دادند [۲ و ۳]. از آنجا که انرژی بستگی یک خاصیت اشباعی را نشان می‌دهد، این امکان وجود دارد که برای هسته‌های  $(Z, N)$  در همسایگی هر هسته  $(Z, N)$ ، تفاوت جرم  $M(Z, N) - M(Z, N_0)$  می‌تواند بر حسب یک سری توانی در  $\Delta Z = Z - Z_0$  و  $\Delta N = N - N_0$  بسط داده شود. بنابراین می‌توانیم رابطه زیر را برای انرژی بستگی بنویسیم [۴ و ۵]:

$$B(Z, N) = B(Z_0, N_0) + B_{1,Z} \Delta Z + B_{1,N} \Delta N + B_{2,Z} (\Delta Z)^2 + B_{2,N} (\Delta N)^2 + B_{1,ZN} (\Delta Z)(\Delta N) + \dots \quad (2)$$

که ضرایب  $B_{1,Z}$ ،  $B_{1,N}$ ، ... مشتقات جزئی از  $B(Z, N)$  در  $(Z_0, N_0) = (Z, N)$  می‌باشند. یک تقریب خوب این است که از مشتقات مرتبه دوم به بعد در سری (۳) صرف‌نظر کنیم. لذا با در نظر گرفتن یک رابطه خطی برای انرژی بستگی داریم [۴ و ۵]:

$$B(Z, N) = g_1(Z) + g_2(N) + g_3(N + Z) \quad (۳)$$

$$B(Z, N) = f_1(Z) + f_2(N) + f_3(N - Z) \quad (۴)$$

حال در موقعیتی هستیم که بتوانیم با استفاده از مدل‌هایی مانند مدل قطره مایع، مدل گاز فرمی، مدل پوسته‌ای و روابط (۱)، (۲)، (۳) و (۴) فرضهای اساسی خود را برای ارائه فرمول انرژی بستگی هسته‌ای، در مدل جامع هسته‌ای، بیان کنیم:

۱- انرژی بستگی از مرتبه یک درصد انرژی جرم سکون نوکلئونهای درون هسته است [۶].

۲- انرژی بستگی با حجم هسته متناسب است ( $B \propto A$ ).

۳- انرژی بستگی به عدم تقارن بین تعداد نوترونها، پروتونها، بخصوص در هسته‌های سنگین و همچنین نیروی کولنی پروتونها وابسته است.

با توجه به روابط (۳) و (۴) مشاهده می‌شود که انرژی بستگی بایستی با  $(N+Z)$  و  $(N-Z)$  متناسب باشد لذا ما سومین فرض خود را یعنی عدم تقارن بین نوترونها و پروتونها و تصحیح کولنی را با جمله  $(\frac{N^2-Z^2}{Z})$  متناسب فرض می‌گیریم. با در نظر گرفتن نکات فوق فرمول زیر را برای محاسبه انرژی بستگی تمام هسته‌ها ارائه می‌دهیم:

$$B(Z, N) = \left[ A - \left( \frac{(N^2-Z^2) + \delta(N-Z)}{2Z} + 3 \right) \right] \times \frac{m_N c^2}{\alpha} \quad A > 0 \quad (۵)$$

که  $\delta$  به منظور برقراری شرایط خط پایداری بتازای هسته‌ای بصورت زیر تعریف می‌شود:

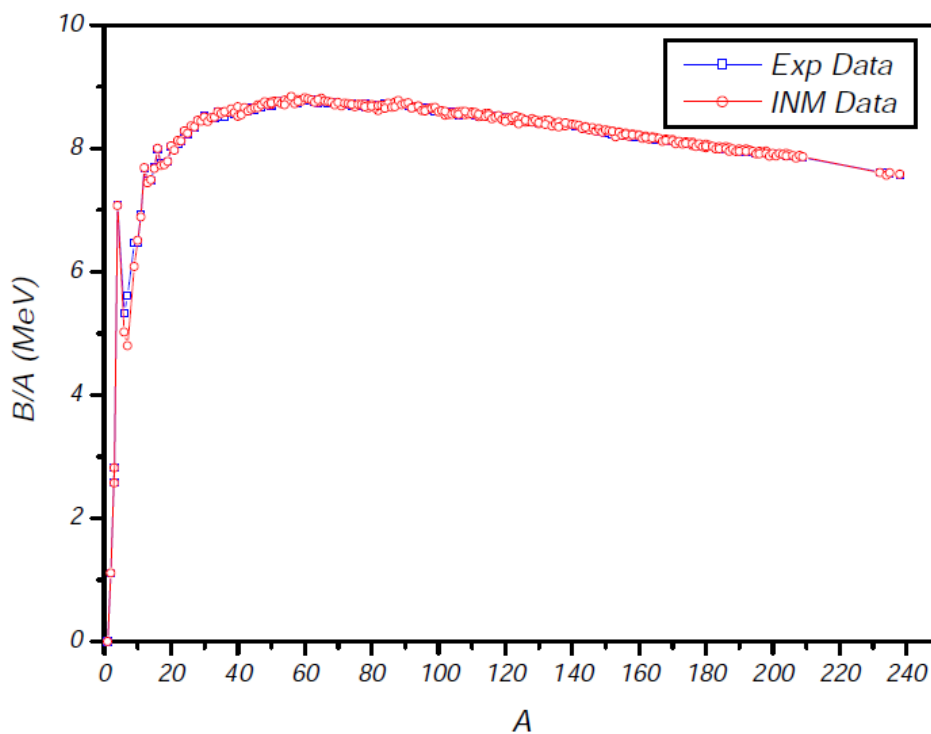
$$\delta(N - Z) = \begin{cases} 0 & \text{for } N \neq Z \\ 1 & \text{for } N = Z \end{cases} \quad (۶)$$

و ضریب  $\alpha$  یک ضریب الحاقی است بصورت:  $\alpha = 100 - 90$ ، که با توجه به فرض اول اعمال کرده‌ایم، که به نوعی بیان کننده تقریب‌هایی است که تصحیحات میکروسکوپی را شامل می‌شود. بعنوان مثال، فرض می‌شود که در تقریباً ۱۰ درصد ناحیه پوسته خارجی هسته، چگالی هسته‌ای نه تنها ثابت نمی‌ماند بلکه به سرعت کاهش می‌یابد [۷] و در مدل ما صرفنظر می‌شود و ما این تصحیح را می‌توانیم در این ضریب  $\alpha$  اعمال کنیم. نکته دیگر که باید توجه شود، وجود فاکتور ۳ می‌باشد که با توجه به توزیع کواریکی درون هسته‌ها در

مدل هسته‌ای شبه-کوارکی [۹و۸]، تاشی از این واقعیت که هر نوکلئون از سه کوارک تشکیل شده و وجود یک تقارن سه-گانه جدید در این مدل، قابل توجیه است.

توجه شود که فرمول (۵) برای هسته‌های  $A < 5$  نیاز به تغییر اندکی دارد. بعنوان مثال، فاکتور ۳ را می‌توان برای هسته‌های  ${}^3\text{H}$  و  ${}^4\text{He}$  با فاکتور ۱ جایگزین نمود. با توجه به اینکه توزیع کروی نوکلئون‌های درون هسته برای هسته‌های سبک تغییر می‌کند، این مشکل برای هسته‌های سبک در مدل‌های دیگر نیز مشاهده می‌شود.

محاسبات مربوط به انرژی بستگی هسته‌ای برای تمام هسته‌ها با استفاده از فرمول (۵) رسم شده است و با نتایج مدل قطره مایع و نتایج تجربی مقایسه شده است. انرژی بستگی هسته‌ای به ازای هر نوکلئون، استخراج شده از فرمول (۵)، تطابق خوبی با داده‌های تجربی موجود برای تمام اعداد جرمی، مطابق شکل (۱)، را نشان می‌دهد.



شکل (۱): نمودار انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون بر حسب عدد جرمی و مقایسه بین نتایج مدل ما (INM) و داده‌های تجربی.

حرکتهای جمعی دورانی و ارتعاشی، هر دو باعث تولید گشتاور مغناطیسی در هسته می‌شوند. حرکت پروتون‌ها را می‌توان به صورت یک جریان الکتریکی در نظر گرفت و در این صورت گشتاور مغناطیسی ناشی از یک پروتون منفرد با عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای  $l$  عبارت است:

$$\mu = l\mu_N \quad (7)$$

اما چنانچه می‌دانیم، تمام تکانه زاویه‌ای یک هسته صرفاً از پروتونهای آن حاصل نمی‌شود بلکه نوترونهای هسته هم در ایجاد تکانه زاویه‌ای کل سهم دارند. اگر حرکت جمعی پروتونها و نوترونهای درون هسته را یکسان بگیریم سهم تقریبی پروتونها را در ایجاد تکانه زاویه‌ای کل هسته به نسبت  $A/Z$  به دست خواهیم آورد. با صرف نظر کردن از نقش حرکت نوترونها و اسپین در گشتاور مغناطیسی، گشتاور مغناطیسی یک حالت دورانی یا ارتعاشی با تکانه زاویه‌ای  $l$  در مدل جمعی چنین برآورد می‌شود:

$$\mu(l) = I \frac{Z}{A} \mu_N = I \frac{Z}{A} \frac{e\hbar}{2M} \quad (8)$$

رابطه بالا برای هسته‌هایی که تکانه زاویه‌ای ذاتی ندارند، مانند هسته‌های بیضوی زوج-زوج اعتبار بیشتری دارد. معادله انرژی بستگی معرفی شده در معادله (۵) را می‌توان با معادله فوق ترکیب کرد و معادله جدیدی بدست آورد.

$$B(Z, N) = [(N + Z) - \frac{e\hbar}{2M} \frac{I}{\mu} (N - Z) - 3] \times \frac{m_N c^2}{100} \quad (9)$$

با داشتن رابطه بالا می‌توان با داشتن انرژی بستگی و ایزواسپین، گشتاور مغناطیسی هسته‌ها را بدست آورد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

فرمول نیمه تجربی (۱) برگرفته شده از مدل قطره مایع شامل حداقل پنج جمله می‌باشد، درحالیکه فرمول ارائه شده توسط ما در مدل جامع هسته‌ای (فرمول (۵)) تنها شامل دو جمله می‌باشد که در مقایسه با مدل قطره مایع، می‌توان به دقت و سادگی این فرمول پی برد. همچنین مقایسه با داده‌های تجربی در نمودار (۱) نشان از تطابق بسیار خوب نتایج رابطه ارائه شده مدل ما (فرمول (۵)) با نتایج تجربی می‌باشد. می‌توان تطابق ماکزیمم مقدار نمودار برای انرژی بستگی در  $Fe$  و همچنین صعود و نزولهای نمودار انرژی بستگی تجربی (۱) در

مقایسه با مقادیر محاسبه شده از فرمول (۵) را مشاهده نمود. فرمول انرژی بستگی هسته‌ای (۵) از مدل‌های موجود متنوعی استخراج شده است که این دلیلی بر نام مدل جامع هسته‌ای، INM، می‌باشد. تلاش حاضر به منظور ارائه یک مدل جامع هسته‌ای می‌باشد که توانایی استخراج تمام مشخصات هسته‌ای از قبیل انرژی بستگی، اعداد جادویی، حالت‌های برانگیخته و گشتاورهای مغناطیسی را داشته باشد که در این مقاله به محاسبه انرژی بستگی و گشتاور مغناطیسی هسته‌ها پرداختیم. چنین تلاشها و مفاهیمی می‌تواند منجر به فهمی واقعی‌تر و تصویری دقیقتر از هسته‌ها شود.

ما معتقدیم که نتایج بدست آمده از مدل جامع هسته‌ای ما نه تنها فهمی ساده‌تر دارد بلکه فیزیکی‌تر و نسبتاً نزدیکتر به داده‌های تجربی است نسبت به مدل‌های دیگر. مشخصات دیگر هسته‌ها در چارچوب این مدل جامه هسته‌ای توسط گروه ما در حال بررسی و مطالعه می‌باشد.

## مراجع

- [۱] H. A. Bethe, Rev. Mod. Phys. ۸, ۸۲ (۱۹۳۶).
- [۲] G. T. Garvey and I. Kelson, Phys. Rev. Lett. ۱۶, ۱۹۶۷ (۱۹۶۶).
- [۳] I. Kelson and G. T. Garvey, Phys. Lett. ۲۳, ۶۸۹ (۱۹۶۶).
- [۴] G. T. Garvey, W. T. Gerarace, R. L. jaffe, I. Talami and I. Kelson, Rev. Mod. Phys. ۴۱, s۱ (۱۹۶۹).
- [۵] A. Deshalit and H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics*, Volume ۱, John Wiley & Sons Inc., New York ۱۹۷۴.
- [۶] W. N. Cottingham and D. A. Greenwood, *An Introduction to Nuclear Physics*, Cambridge University Press, Cambridge, ۲۰۰۱.
- [۷] W. E. Meyerhof, *Elements of nuclear physics*, McGraw-Hill series in fundamentals of physics, New York ۱۹۶۷.
- [۸] N. Ghahramany, H. Hora, G. H. Miley, M. Ghanaatian, M. Hooshmand, K. Philberth, F. Osman, PHYSICS ESSAYS ۲۱, ۳, ۲۰۰ (۲۰۰۸).
- [۹] N. Ghahramany, M. Ghanaatian, M. Hooshmand, Iranian Physical Journal, Vol. ۱, No. ۲., ۳۵ (۲۰۰۷).