

تحلیل دینامیکی جریان گاز UF₆ در داخل یک سانتریفیوژ کوتاه Counter-current

محمد ره گشای* - فرزین آقابابایی

دانشگاه آزاد اسلامی؛ واحد علوم تحقیقات تهران؛ دانشکده فنی و مهندسی؛ گروه مهندسی هسته ای؛ تهران؛ ایران

چکیده:

این مقاله براساس تحلیل دینامیکی جریان گاز در داخل یک سانتریفیوژ کوتاه^۱ با استفاده از شرایط مرزی می باشد. در این کار ما بر پایه روش تفاضل محدود^۲ با استفاده از کد برنامه نویسی Fortran و روش تکرار گوس سایدل^۳ و ژاکوبی^۴ و بر اساس نوع مش بندی مربعی با نقاط ثابت و دستگاه معادلات بقایی^۵، معادله غیر خطی بیضوی^۶، تابع جریان، حالت گردابی، انرژی و سرعت Azimuthal و معادلات دیگر را تحلیل نمودیم. در این پایان نامه نوع مش بندی روتور از نوع متناوب بوده که ۵۰ نقاط گرهی در راستای شعاعی و ۱۰۰ نقاط گرهی در راستای محوری^۷ می باشد. همچنین در این مش بندی مبحث مهم Claustering در مناطق مختلف روتور رعایت شده است.

مقدمه:

مدل عددی بکار رفته براساس مجموعه ای از معادلات گسسته سازی^۷ بر طبق معادلات اصلی، توصیف معادله ممتنم، جرم، انرژی و چرخش گاز ایده آل با سرعت بسیار بالا در داخل سانتریفیوژ کوتاه می باشد. تجزیه و تحلیل در این روش بر اساس تمرکز بر روی شرایط مرزی، جریان گازی است که در راستای محوری و شعاعی چرخش می یابد. در گام اول معادلات پیوستگی، مومتنم، انرژی و حالت در مختصات استوانه ای با استفاده از فرضیات زیر:

الف- حالت سیال پایدار

ب- خواص ترموفیزیکی ثابت برای سیال

ج- با فرض گاز ایده آل

د- سیال تراکم ناپذیر^۸

۱. Short centrifuge ۲. Finite Difference ۳. Gauss-seidel Method ۴. Jacobi Method ۵. Elliptic Non Linear
۶. Axis Direction ۷. Discretisation

ساده شده و سپس این معادلات تبدیل به ϵ معادله غیر خطی بیضوی، تابع جریان، حالت گردابی، انرژی و سرعت Azimuthal گردیدند، که برای حل همزمان این ϵ معادله و تبدیل آنها به معادلات جبری ساده، با استفاده از گسسته سازی به روشهای ریاضی بیان شده (در چکیده مقاله) استفاده شده است. در نزدیکی دیواره روتور از روش ضمنی^۹ و در داخل استوانه از روش Multi grid استفاده نموده ایم.

در این روش فرض بر این است که سیال در داخل روتور با سرعت بالا، در حالت تعادل استاتیکی^{۱۰} بوده و مانند یک جسم صلب عمل می کند و سپس عوامل زیر دلیل به گردش در آمدن گاز در داخل روتور می باشند:

- ۱- اختلاف درجه حرارت در دوسر کلاهک های انتهایی روتور و یا گرادیان درجه حرارت در دیواره روتور.
- ۲- ورود گاز به داخل روتور و برداشت محصول و دنباله.

در این مقاله جریان گاز در داخل روتور را در نواحی زیر بررسی کرده ایم:

۲- لایه Ekman

۱- لایه Stewartson

۴- ناحیه Inviscid

۳- ناحیه Viscous

۶- نزدیک دیواره روتور

۵- کلاهک های انتهایی^{۱۱} روتور

پس از تحلیل و بدست آوردن معادلات هر ناحیه، در کد برنامه نویسی بکار برده تا به کمک آنها ترسیم شبیه سازی را انجام دهیم. اهمیت مدل ارائه شده در این پروژه بدلیل نوع سانتریفیوژ و بکار بردن کد برنامه نویسی به روش تفاضل محدود، CFD می باشد که روشهای مختلف ریاضی در حل معادلات ارائه گردیده و شبیه سازی گوناگون مهندسی نیز صورت گرفته است.

اساس سانتریفیوژ گازی کوتاه:

در سانتریفیوژ گازی کوتاه که از نوع جریان Counter-current اروپایی می باشد، Feed از سمت بالا وارد شده و Product از طرف بالا و Tail از پایین سانتریفیوژ، خارج می شوند مزیت این متد در بهبود عملکرد جدایی است. به طوریکه موقعیت Feed تقریباً در نیمی از ارتفاع در امتداد خط مرکزی بوده و جایگاه جریان Feed در داخل سیلندر اهمیت بسیار زیادی در Product، Tail و لایه های مرزی دارد. توضیح این اثر بدین

۸. Incompressible ۹. Implicit ۱۰. Static Equilibrium ۱۱. End caps

شرح است که: در این گردش بسته، سنگین ترین اجزا در نزدیکی دیواره چرخش و به سمت پایین و اجزا سبک در امتداد خط مرکزی به سمت بالا حرکت می کنند. جدا سازی جریان گاز در نزدیکی Center line از پایین به بالا و در دیواره سیلندر از بالا به پایین است. گردش گاز در داخل سیلندر در امتداد دیواره سیلندر و کلاهک های انتهایی بوده که در نتیجه آن باعث ایجاد لایه های گاز و نواحی جریان در این راستا می گردد.

مشخصات گاز UF₆ و نوع سانتریفیوژ کوتاه :

$$M = 352 \frac{kg}{kmol} \quad \mu = 1.7 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot sec} \quad \lambda = 7 \times 10^{-3} \frac{W}{m \cdot K} \quad A = 25.403 \quad Br = 2.9142 \quad E = 3.0218 \times 10^{-6} \quad \varepsilon = 0.05$$

$$F = 11.833 \times 10^{-6} \frac{Kg UF_6}{sec} \quad W = 5.9165 \times 10^{-6} \frac{Kg UF_6}{sec} \quad a = 10cm \quad l = 62cm \quad V_w = V_a = 800 \frac{m}{sec}$$

معادلات حاکم بر جریان سیال دینامیکی:

در این قسمت به تحلیل و تجزیه مدل های ریاضی بدست آمده می پردازیم. بعد از حل معادلات بقاء انرژی؛ ممتنم؛ پیوستگی؛ جرم؛ معادله حالت برای گاز ایده آل تراکم ناپذیر و گسسته سازی معادلات غیرخطی بیضوی داریم:

$$\underline{v}^* = \frac{v}{U}, P^* = \frac{P_r}{\rho_w \Omega a U}, \rho^* = \frac{\rho}{\rho_w}, T^* = \frac{T}{T_0}, Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}, Br = \frac{\mu V_w^2}{\lambda T_0} = \frac{2A\mu R_0}{\lambda M}, Re = \frac{\rho_w a V_w}{\mu}$$

$$z = \frac{Z}{l}, L = \frac{l}{a}, r = \frac{R}{a}, V_w = \Omega a, A = \frac{M V_w^2}{2R_0 T_0}, E = \frac{v U / a^2}{\Omega U} = \frac{v}{\Omega a^2}, \varepsilon = \frac{U^2 / a}{\Omega U} = \frac{U}{\Omega a}$$

V_w = سرعت دیواره، ρ_w = دانسیته دیواره، a = شعاع سیلندر، P_w = فشار دیواره

Ω = سرعت زاویه ای در چرخش سیلندر، L = نسبت طول بدون بعد

$$0 = -\frac{1}{L} \frac{\partial (P_r^{**})}{\partial z} + E \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r w}{\partial r} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{3L} \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^* \cdot \underline{v}^*) \right] \quad \text{معادله مومنتم محوری:}$$

$$r(\theta - 2\omega)e^{-x} = -\frac{\partial (P_r^{**})}{\partial r} + E \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{L^2 \partial z^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\nabla^* \cdot \underline{v}^*) \right] \quad \text{معادله مومنتم شعاعی:}$$

$$\frac{2ue^{-x}}{r} = E \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r^2 \omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right] \quad \text{معادله مومنتم زاویه ای:}$$

$$-Bre^{-x}ur = E \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right] \quad \text{معادله بقای انرژی:}$$

بعد از تغییر متغیر و انتقال به مختصات شعاعی X، معادلات زیر را نتیجه میدهند:

$$\frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial z} (2\omega - \theta) e^{-x} = E \left[4A^2 \frac{\partial^2 (1-x/A)\zeta}{\partial x^2} + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} \right] \quad \text{معادله حالت گردابی:}$$

$$\zeta (1-x/A) e^{-x} = 4A^2 (1-x/A) e^{-x} \frac{\partial}{\partial x} \left(e^x \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \quad \text{معادله تابع جریان:}$$

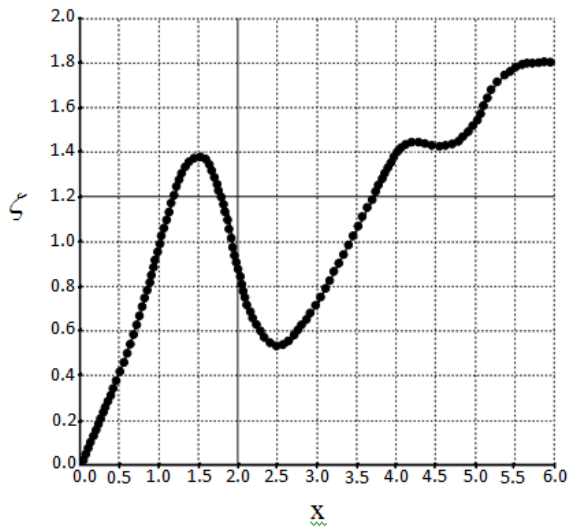
$$\frac{Br}{L} \frac{\partial \psi}{\partial z} = E \left[4A^2 \frac{\partial}{\partial x} \left((1-x/A) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right] \quad \text{معادله انرژی:}$$

$$\frac{-2}{(1-x/A)L} \frac{\partial \psi}{\partial z} = E \left(4A^2 \frac{\partial^2 (1-x/A)\omega}{\partial x^2} + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right) \quad \text{معادله Azimuthal velocity:}$$

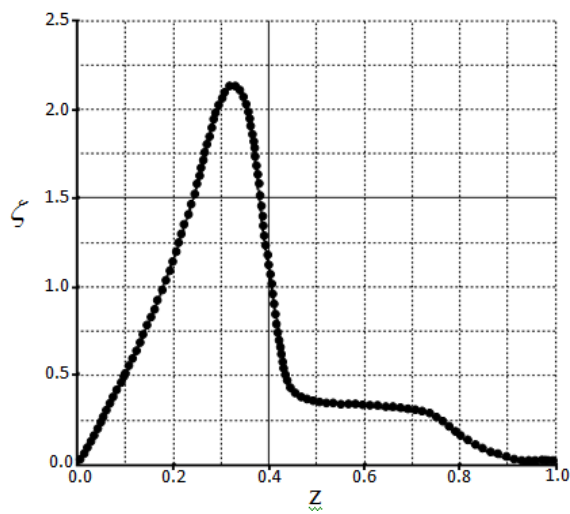
لایه های مرزی در امتداد دیواره و به طور خاص در امتداد کلاهک های بالا و پائین بسیار نازک هستند و این یک چالش اصلی و مهم در تعیین جریان اصلی در سانتریفیوژ است. خواص حرارتی دیواره سیلندر و کلاهک های انتهایی و همچنین ضریب انتقال حرارت بین سیلندر دوار و محیط اطراف اثر بسیار محدودی بر روی عملکرد جداسازی در یک سانتریفیوژ گازی کوتاه دارد.

نتیجه گیری و همگرایی عددی :

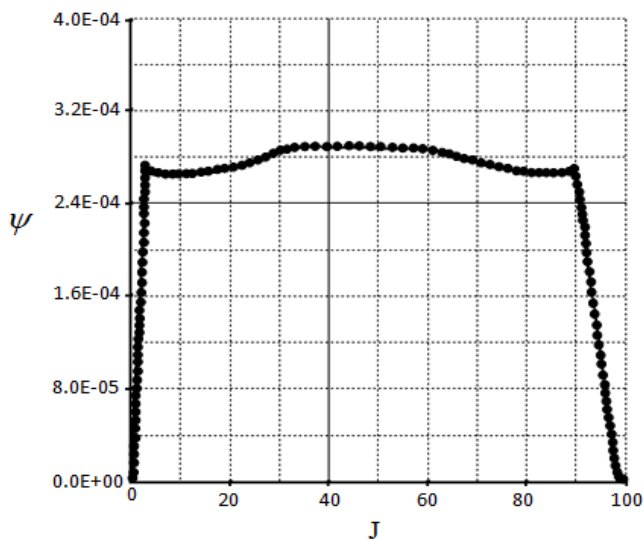
در این مقاله، مدل تحلیلی و عددی برای جریان گاز سنگین در داخل یک روتور کوتاه و همچنین جداسازی ایزوتوپها مورد بحث قرار گرفت. که نتایج این بررسی ها در گراف های ذیل مشاهده میگردد. لایه های مرزی تشکیل شده اعم از لایه استوارتسون، لایه اکمن، و نواحی جریان **Inviscid** و **Viscous** بسیار نازک بوده و دارای ضخامت بسیار کم می باشند که در این مقاله ما توانستیم این نواحی از گاز را توسط نرم افزار فلونت شبیه سازی نماییم این لایه ها در امتداد کلاهک های انتهایی ضخیم تر شده و در بعضی از نقاط به دو برابر ضخامت می رسد. همچنین در اثر اختلاف درجه حرارت مابین کلاهک های انتهایی و اختلاف سرعت زاویه ای در کلاهک های انتهایی، و تاثیر عدد **Rossby** و نیروی کوریولیس در جهات جریان گاز، قسمتی از گاز به درون لایه اکمن پمپ می شود که در اثر این عمل گاز وارد ناحیه **Viscous** و هسته **diffusive** می گردد و از اینها به طور غیر مستقیم به داخل ناحیه **inviscid** راه می یابد. این نتایج نشان می دهند که تابع جریان در راستای محوری به طور خطی افزایش می یابد. اختلاف درجه حرارت دیواره ها و کلاهک های انتهایی بر روی فاکتور بازده جریان (**EF**) و قدرت جریان (**m**) تاثیر مستقیمی دارد این نشان می دهد که خواص مواد بکار رفته اثر محدودی بر روی فاکتور بازده جریان دارد و ضریب انتقال حرارت مابین کلاهک های انتهایی و محیط، تاثیر بسیار زیادی بر روی قدرت جریان (**m**) ایفا می کند که در نتیجه آن بازده جریان کاهش می یابد. بسته به نوع شرایط مرزی، قسمت پایین سانتریفیوژ کوتاه و گرادیان درجه حرارت در امتداد دیواره، باعث توسعه بازده جریان می گردد.



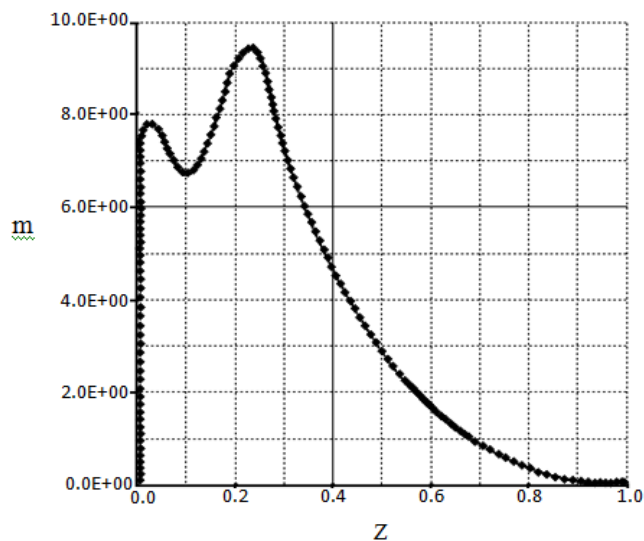
شکل (۲): توزیع شعاعی Vorticity در سانتریفیوژ کوتاه برحسب درجه حرارت 300^k با مکانیسم Driving



شکل (۱): توزیع محوری Vorticity در سانتریفیوژ کوتاه برحسب درجه حرارت 300^k با مکانیسم Driving

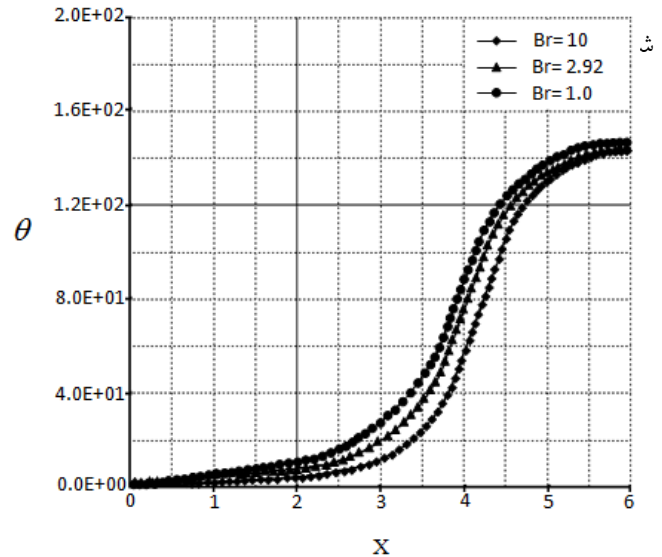


شکل (۴): توزیع محوری تابع جریان (ψ) برای سانتریفیوژ کوتاه، با مکانیسم Driving برحسب اختلاف درجه حرارت $\Delta\theta = 2$



شکل ۳: توزیع محوری نیروی جریان در امتداد محور Z برای $Br=2,92$ در یک سانتریفیوژ کوتاه

| | | |
|------------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| | $M [\frac{kg}{kmol}]$ | جرم مولکولی گاز |
| $E [-]$ | $E [-]$ | عدد بدون بعد Ekman |
| $\varepsilon [-]$ | $\varepsilon [-]$ | عدد بدون بعد Rossby |
| $Pr [-]$ | $Pr [-]$ | عدد بدون بعد Prandtl |
| $Br [-]$ | $Br [-]$ | عدد بدون بعد Brinkman |
| $E_f [-]$ | $E_f [-]$ | فاکتور بازده جریان |
| $m [-]$ | $m [-]$ | نیروی جریان |
| | $m^* [-]$ | نیروی جریان بالقوه |
| | $R [m]$ | مختصات شعاعی |
| | $Z [m]$ | مختصات محوری |
| $V_a, V_w [\frac{m}{sec}]$ | $V_a, V_w [\frac{m}{sec}]$ | سرعت خطی گاز در دیواره روتور |
| $x [-]$ | $x [-]$ | مختصات شعاعی بدون بعد |
| | $z [-]$ | مختصات محوری بدون بعد |
| | $\lambda [\frac{w}{m.k}]$ | ضریب انتقال حرارت هدایتی |
| | $\theta [-]$ | درجه حرارت بدون بعد |
| $\zeta [-]$ | $\zeta [-]$ | حالت گردابی بدون بعد |
| | $\psi [-]$ | تابع جریان بدون بعد |
| | $a [m]$ | شعاع روتور |
| | $A [-]$ | پارامتر سرعت |
| | $l [m]$ | طول روتور در حالت بدون بعد |
| | $U [\frac{m}{sec}]$ | سرعت گاز در راستای شعاعی |
| | $V [\frac{m}{sec}]$ | سرعت گاز در راستای مماسی |
| $x_i [-]$ | $x_i [-]$ | مقیاس اندازه گیری برای ناحیه Inviscid |
| $x_c [-]$ | $x_c [-]$ | مقیاس اندازه گیری برای ناحیه Viscous |
| | $\Omega [\frac{1}{sec}]$ | سرعت زاویه ای |



شکل (۵): میزان درجه حرارت با استفاده از اعداد مختلف Br برای سانتریفیوژ کوتاه در کلاهک بالا و کلاهک پایین

فهرست منابع و مراجع:

- 1- Matsuda, T. ۱۹۷۵ Isotope Separation by thermally driven countercurrent gas centrifuge. J.Nuclear .sci.Tech. ۱۲، ۵۱۲-۱۲۳
- ۲- Brouwers, J.J.H. ۱۹۷۸ on compressible flow in a rotating cylinder. J.Eng.Maths. ۱۲، ۲۶۵-۲۶۳
- ۳- Brouwers, J.J.H. ۱۹۷۶ on the motion of a compressible fluid in a rotating cylinder. phd.thesis. Twente univ. of Technology, Enschede, The Netherlands.
- ۴- Soubbaramayer. ۱۹۷۹ centrifugation in uranium enrichment. Topics in Appl. Phys. ۳۵ (ed. S. Villani). Berlin, Springer Verlag. ۱۸۳
- ۵- Stewartson, K. ۱۹۵۷ on almost rigid rotation. J. Fluid Mech. ۳، ۱۷-۲۱۶
- ۶- Stewartson, K. ۱۹۶۶ on almost rigid rotation, part ۲. J. fluid Mech. ۲۶، ۱۳۳-۱۴
- ۷- Nakayama, W. usui S. ۱۹۷۴ flow in rotating cylinder of a gas centrifuge. J Nuclear. sci. Tech. ۱۱، ۲۴۲-۲۶۵
- ۸- Benedict, Manson and pigford. Thomas and Levi, Hans
- ۹- Dickinson, G.J & Jones, ۱۹۸۱ Numerical solutions for the compressible flow in rapidly rotating cylinder. J. Fluid. Mech. ۱۷۰، ۱۸۹-۱۰۷
- ۱۰- Wood, H.G & Morton, J.P. ۱۹۸۰ onsager, s pancake approximation for the Fluid dynamics of a gas centrifuge. J. Fluid. Mech. ۱۰۱، ۱۱-۱۳۵