صحت سنجی کد DRAGON در حل معادله‌ی ترابرد نوترون

محسن اکبرزاده[۱]* ، کمال حداد [۲]، احمد پیروزمند[۳]

[۱]دانشجوی کارشناسی ارشد، بخش مهندسی هسته ای، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه شیراز
[۲]استاد، بخش مهندسی هسته ای، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه شیراز
[۳] استاد یار بخش مهندسی هسته ای، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه شیراز

چکیده

کد محاسباتی DRAGON، یک کد شبکه[۱] می‌باشد که به قادر حل معادله‌ی ترابرد نوترون چندگروهی در هندسه های دکارتی و شش وجهی، در یک، دو یا سه بعد می‌باشد. این کد برای انجام محاسبات خود از کتابخانه های سطح مقطع های میکروسکوپیک که توسط IAEA تهیه شده استفاده می کند. از طرفی این قابلیت نیز دراین کد وجود دارد که سطح مقطع های ماکروسکوپیک به صورت دستی، در داخل فایل ورودی نوشته شوند. در این مطالعه به منظور صحت سنجی کد DRAGON در حل معادله‌ی ترابرد نوترون چند گروهی نتایج حاصل از شبیه سازی DRAGON را با نتایج ارائه شده بوسیله‌ی اینانس[۲] [۱] و پیروزمند[۲] مقایسه نموده‌ایم. در شبیه سازی کد DRAGON هارمونیک‌های کروی[۳] برای بسط زاویه ، روش المان محدود برای بسط فضا ، هندسه‌ی دکارتی دوبعدی و استفاده از ماژول BIVACT [۳] به منظور حل معادله‌ی ترابرد نوترون یک‌گروهی در هندسه‌ی مورد استفاده شده است.

کلمات کلیدی

معادله‌ی ترابرد نوترون، تقریب PN، روش المان محدود، کد DRAGON

نکات برجسته پژوهش

- حل معادله‌ی ترابرد نوترون با استفاده از المان محدود و بسط تابع لژاندر
- استفاده از یک کد قطعی به منظور حل معادله‌ی ترابرد نوترون
- صحت سنجی کد محاسباتی ترابرد نوترونی با استفاد از نتایج کدهای محاسباتی متناظر

* Corresponding author: msnakbarzadeh@yahoo.com
۱ Lattice code
۲ F.INANC
۳ Spherical Harmonics

۱- مقدمه

در این تحقیق، به حل معادله‌ی ترابرد نوترون یک‌گروهی در یک هندسه‌ی دکارتی دوبعدی بوسیله‌ی کد DRAGON می پردازیم. از آنجایی که این معادله علاوه بر تابعیت زمانی و مکانی، تابع انرژی و زاویه‌ی نوترون نیز می باشد، حل آن با استفاده از روش های تحلیلی دقیق امکان پذیر نمی باشد و فقط در صورت اعمال تقریب‌های موجود(مانند تقریب یک گروهی) و سایر ساده‌سازی‌ها، می‌توان آن را با روش‌های تحلیلی حل نمود به همین دلیل برای کار برد های عملی این معادله، از روش‌های عددی استفاده می شود.

در این مطالعه، از معادلات PN در یک هندسه‌ی دوبعدی، برای بسط زاویه‌ای شار نوترون و از روش المان محدود برای گسسته‌سازی فضایی، به منظور حل معادله‌ی ترابرد استفاده شده است. در کد DRAGON ، ماژولی موسوم به BIVACT از این روش ها استفاده می‌نماید. در ادامه، به حل مسایل ناستلسون[۱] و فلچر[۲] [۲] بوسیله‌ی این کد می پردازیم و شار نوترون بدست آمده در نقاط مورد نظر را با شار نوترون حاصل از کد نوشته شده بوسیله‌ی اینانس و روش شبکه های عصبی ارائه شده بوسیله‌ی پیروزمند راستی آزمایی می نماییم. از روش المان محدود خطی به منظورگسسته سازی فضایی و تقریب‌های P۱ و P۳ به منظور بسط زاویه‌ای شار استفاده شده است. تقریب P موسوم به تقریب دیفیوژن بوده و از آن به منظور تبدیل معادله‌ی ترابرد به معادله‌ی دیفیوژن استفاده می‌گردد. همچنین برای مسئله‌ی ناستلسون از ماژولی دیگر موسوم به SNT [۱] که از روش گسسته‌سازی SN به منظور گسسته سازی فضایی و زوایه‌ای معادله استفاده می‌کند، به منظور حل معادله استفاده شده است. در اینجا از تقریب S۲ استفاده شده است. بخاطر محدودیت‌های موجود در این کد، برای مسئله‌ی فلچر نمی‌توان از ماژول SNT استفاده نمود.

همان طور که نتایج نشان می‌دهد شارهای بدست آمده با استفاده از ماژول‌های BIVACT و SNT به نتایج بدست آمده بوسیله‌ی اینانس و پیروزمند مطابقت خوبی دارد.

۲- تئوری[۴]

معادله ترابرد نـوترون کـه اسـاس معادلـه دیفیـوژن مـی باشـد بـرای حـل توزیـع زمـانی، فضـایی،انرژی وزاویـه ای شار نوترون استفاده می شـود. اگـر یـک حجـم مشـخص d^3r در فضـا در نظـر بگیـریم. تعـداد نوترونهـا را مـی تـوان در ایـن حجم مشخص به صورت زیر تعریف کرد:

$$n(r,E,\hat{\Omega},t)d^3rdEd\hat{\Omega} \tag{۱}$$

که n تعداد نوترون در حجم d^3r حول r، در بازه انرژی dE، در بازه زاویه‌ی $d\Omega$ حول Ω ودر بازه‌ی زمانی dt حول t
می باشد. برای تعیین نرخ تغییرات نوترون در یک حجم مشخص V، از معادلات بقای نوترون به صورت زیر استفاده می شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}[\int_V n(r,E,\hat{\Omega},t)d^3r]dEd\hat{\Omega} = \text{gain in V- loss in V} \tag{۲}$$

پس از تعریف جملات مربوط به gain وloss و جایگذاری آنها ، به معادله‌ی ترابرد نوترون می‌رسیم:

[۱] nastelson
[۲] fletcher

$$\frac{1}{v}\frac{\partial\varphi(r,E,\hat{\Omega},t)}{\partial t}+\hat{\Omega}.\nabla\varphi(r,E,\hat{\Omega},t)+\Sigma_t(r,E)\varphi(r,E,\hat{\Omega},t)$$
$$=\int_{4\pi}d\hat{\Omega}'\int_0^\infty dE'\Sigma_s(E'\to E,\hat{\Omega}'\to\hat{\Omega})\varphi(r,E',\hat{\Omega}',t)+S(r,E,\hat{\Omega}.,t) \quad (۳)$$

در این معادله v بردار سرعت نوترون، $\hat{\Omega}$ بردار یکه‌ی نشان دهنده‌ی جهت حرکت، $\Sigma_t(r,E)$ سطح مقطع ماکروسکوپیک کل(cm^{-1}) ، $\Sigma_s(E'\to E,\hat{\Omega}'\to\hat{\Omega})$ سطح مقطع پراکندگی(cm^{-1}) ماکروسکوپیک و $S(r,E,\hat{\Omega}.,t)$ مربوط به چشمه‌ی نوترونی می باشد.

به منظور ساده‌سازی این معادله می توان از تقریب‌های یک‌گروهی، یک بعدی و تقریب‌های معادله‌ی لژاندر استفاده نمود. تقریب یک گروهی منجر به حذف متغیر انرژی می‌شود. به منظور حذف تابعیت زاویه‌ای از روش P_N استفاده می‌شود که در این روش شار با استفاده از چندجمله‌ای‌های P_N بسط داده می‌شود:

$$\varphi(r,E,\hat{\Omega},t)=\sum_{N=0}^{\infty}\frac{2N+1}{4\pi}\varphi(r,E,t)P_N(\hat{\Omega}) \quad (۴)$$

با در نظر گرفتن تقریب یک‌گروهی، داریم:

$$\varphi(r,\hat{\Omega},t)=\sum_{N=0}^{\infty}\frac{2N+1}{4\pi}\varphi(r,t)P_N(\hat{\Omega}) \quad (۵)$$

پس از اعمال این تقریب‌ها بر روی معادله‌ی ترابرد نوترون و در نظر گرفتن تقریب‌های دیگری مانند تقریب همسانگرد[۱] بودن چشمه‌ی نوترونی و همچنین استفاده از قانون فیک به معادله‌ی زیر می رسیم که موسوم به معادله‌ی پخش نوترون یک گروهی می‌باشد:

$$\frac{1}{v}\frac{\partial\varphi}{\partial t}-\nabla\cdot D(r)\nabla\varphi+\Sigma_a(r)\varphi(r,t)=S(r,t) \quad (۶)$$

که در آن D(r) ضریب نفوذ نوترون، $\Sigma_a(r)=\Sigma_t(r)-\Sigma_s(r)$ سطح مقطع جذب ماکروسکوپیک[۲](cm^{-1}) و $\varphi(r,t)$ شار نوترون می باشد.

همان طور که اشاره شد برای رسیدن به معادله‌ی (۶) از قانون فیک نیز استفاده شده است. با نوشتن قانون فیک برای نوترون داریم:

$$J(r)=-D(r)\nabla\varphi(r) \quad (۷)$$

که در آن $J(r,t)$ جریان نوترونی[۳] می باشد. این معادله شباهت زیادی به قانون فیک در انتقال جرم دارد. قانون فیک برای انتقال جرم به صورت زیر می باشد:

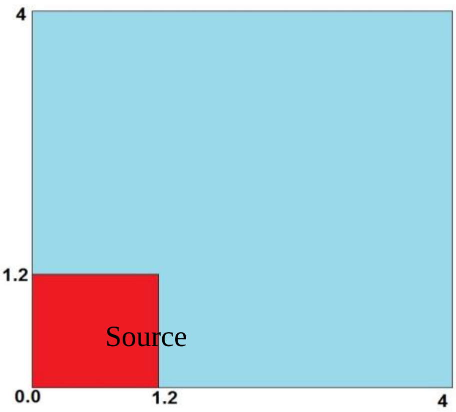
$$J(r)=-D(r)\nabla C(r) \quad (۸)$$

که در آن $J(r)$ شار جرمی[۴]، D(r) ضریب نفوذ جرمی و $\nabla C(r)$ تغیرات غلظت می باشد.

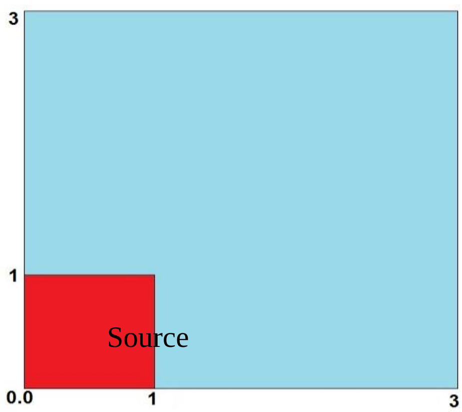
---
[۱] isotropic
[۲] Macroscopic absorption cross section
[۳] Neutron current
[۴] mass flux

۳-تعریف مسئله

در این تحقیق به حل معادله‌ی ترابرد نوترون یک‌گروهی برای یک هندسه‌ی دکارتی دو بعدی همگن که یک چشمه‌ی همسانگرد درون آن قرار دارد، می‌پردازیم. بدین منظور از تقریب‌های P۱ و P۳ و روش المان محدود استفاده می‌نماییم. مسئله‌ی اول(فلچر)، یک مسئله‌ی یک‌گروهی دارای چشمه‌ی نوترونی است که هندسه‌ی آن در شکل شماره ۱ نشان داده شده است. هندسه‌ی مورد نظر یک ناحیه‌ی مربعی با ضلع ۴ سانتی‌متری می باشد که جاذب[۱] در آن به طور همگن توزیع شده است که یک چشمه‌ی نوترون ثابت با مساحت ۱/۲سانتی‌مترمربع در گوشه‌ی آن قرار گرفته است. پارامترهای نوترونی برای هر ناحیه عبارتنداز: $\Sigma_s = 0\ \text{cm}^{-1}$ و $\Sigma_t = 1\ \text{cm}^{-1}$. قدرت چشمه برابر با یک می باشد شرایط مرزی برای اضلاعی که در همسایگی چشمه قرار دارند، بازتاب[۲] و برای اضلاع دیگر، خلا[۳] می باشد. مسئله‌ی دوم(ناستلسون) نیز یک مسئله‌ی یک گروهی دارای چشمه‌ی نوترونی است که هندسه‌ی آن در شکل شماره ۲ نشان داده شده است. هندسه‌ی مورد نظر یک ناحیه‌ی مربعی با ضلع ۳ سانتی‌متری می باشد که جاذب در آن به طور همگن توزیع شده است که یک چشمه‌ی نوترون ثابت با مساحت ۱سانتی‌مترمربع در گوشه‌ی آن قرار گرفته است. پارامترهای نوترونی برای ناحیه بیرونی $\Sigma_s = 0.5\ \text{cm}^{-1}$ و $\Sigma_t = 1\ \text{cm}^{-1}$ و برای ناحیه‌ای که چشمه درون آن قرار دارد $\Sigma_s = 0.25\ \text{cm}^{-1}$ و $\Sigma_t = 1\ \text{cm}^{-1}$ می‌باشد و توان چشمه[۴] برابر با یک می باشد شرایط مرزی برای تمامی اضلاع، بازتاب می باشد.



شکل شماره ۱: مسئله‌ی فلچر



شکل شماره ۲: مسئله ناستلسون

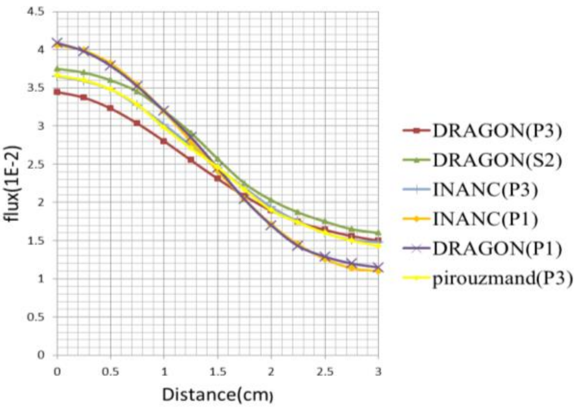
۴- نتیجه‌گیری

برای حل این مسائل از ماژول‌های BIVACT موجود در کد DRAGON استفاده شده است. شبکه بندی اولیه‌ی مسئله‌ی فلچر به صورت ۲۰×۲۰ و مسئله‌ی ناستلسون به صورت ۱۲×۱۲ می‌باشد. به منظور محاسبه‌ی شار نوترون در

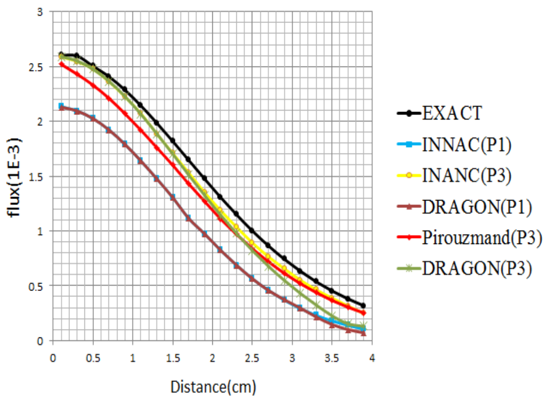
۱ absorber
۲ reflective
۳ vacuum
۴ Source strength

هریک از سلول های محاسباتی[۱] ایجاد شده، از روش المان محدود خطی و تقریب چندجمله‌ای‌های لژاندر استفاد شده است که در اینجا تقریب‌های P۱ وP۳ بکار رفته اند. در مورد مسئله‌ی ناستلسون از ماژول SNT نیز استفاده شده است که از روش گسسته‌سازی SN به منظور گسسته سازی فضایی و زوایه‌ای معادله استفاده می‌کند. در اینجا از S۲ استفاده شده است.

برای مسئله‌ی ناستلسون شارهای بدست آمده درy=۳ cm و در فواصل مختلف از محور x در شکل شماره ۳ و برای مسئله‌ی فلچر شارهای بدست آمده درy= ۳/۹ cm و در فواصل مختلف از محور x در شکل شماره ۴ نمایش داده شده است و همان طور که نتایج نشان می دهد شار بدست آمده بوسیله‌ی کد DRAGON مطابقت خوبی با نتایج بدست آمده بوسیله‌ی اینانس و پیروزمند دارد. از طرفی در مورد مسئله‌ی فلچر با توجه به نتایج بدست آمده از حل دقیق مشاهده می شود که دقت تقریب P۳ بیشتر از تقریب P۱ می‌باشد. از آنجایی که این کد قابلیت تحلیل هندسه های سه بعدی را نیز دارا می باشد، می‌توان از آن برای حل مسائلی که هندسه‌ی سه بعدی دارند استفاده نمود و نتایج را با کارهای مشابه انجام گرفته مقایسه نمود.



شکل شماره ۳: شار کل در y=۳ cm برای مسئله‌ی ناستلسون



شکل شماره ۴: شار کل در y=۳,۹ cm برای مسئله‌ی فلچر

فهرست علایم

ضریب نفوذ نوترون، $\frac{cm^2}{s}$ — D

توان چشمه ، $\frac{n}{cm^3.s}$ — S

شار، $\frac{n}{cm^2.s}$ — φ

سطح مقطع ماکروسکوپیک کل، cm^{-1} — Σ_t

[۵] cell

مراجع

[١] INANC, F. ROHACH, A. F., "a nodal solution of the multigroup neutron transport equation using spherical harmonics", Ann. Nucl. Energy, ١٥, ١٩٨٨

[٢] Pirouzmand, A. Hadad, K., "Cellular neural network to the spherical harmonics approximation of neutron transport equation in x–y geometry. Part I: Modeling and verification for time-independent solution", Annals of Nuclear Energy ٣٨, ٢٠١١

[٣] Marleau, G. Hebert, A. Roy, R., A user guide for DRAGON Version٤. Report IGE-٢٩٤, Institut de genie nucleaire, Ecole Polytechnique, ٢٠١١

[٤] Duderstadt, J., Hamilton, L., Nuclear Reactor Analysis, JOHN WILEY & SONS Inc. chapter ٤،١٩٨٧