

## انرژی بستگی هسته‌های پوسته‌پر سنگین نامتقارن با کمک برهمکنش موثر میانگین

### وابسته به چگالی در تقریب چگالی ناحیه‌ای

حجت مریجی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، گروه فیزیک

#### چکیده

انرژی بستگی هسته‌های سنگین نامتقارن پوسته‌پر در چارچوب مدل پوسته‌ای، با کمک انرژی برهمکنش موثر میانگین وابسته به چگالی برآمده از محاسبات روش LOCW برای ماده‌هسته‌ای نامتقارن برای پتانسیل برهمکنش پدیده‌شناختی اولیه Reid<sup>۶۸</sup> و پیشرفته AV<sup>۱۸</sup> در پایه نوسانگر هماهنگ کروی و با رویکردی متفاوت، محاسبه می‌شود. در این راستا، از تقریب چگالی ناحیه‌ای بهره گرفته و پارامتر نوسانگر هماهنگ به عنوان پارامتر وردشی بکار گرفته می‌شود. نتایج بدست آمده از هر دو پتانسیل، تفاوت چشمگیری با هم نداشته و با تجربه همخوانی خوبی دارد. از مقایسه نتایج، میتوان استنتاج کرد که در محاسبه انرژی بستگی هسته‌های پوسته‌پر، در نظر گرفتن اندرکنشهای پیچیده ضرورتی ندارد. **کلیدواژه:** هسته‌های پوسته‌پر، برهمکنش موثر میانگین، پتانسیل‌های Reid<sup>۶۸</sup> و AV<sup>۱۸</sup>، تقریب چگالی ناحیه‌ای

#### مقدمه

از دیرباز، مشکل اساسی در بررسی ویژگی‌های استاتیکی و دینامیکی هسته‌ها و محاسبات ساختار هسته‌ای، حضور دافعه کوتاه‌برد قوی هسته‌ای در برهمکنش نوکلئونها بوده است. روشهای زیادی (برآمده از محاسبات چند ذره‌ای و بس ذره‌ای؛ اعم از نسبی و غیرنسبی) برای حل این مشکل ارائه شده‌اند که هر کدام در بازه معتبر انرژی برهمکنش، با توجه به تقریبهایی که بکار می‌گیرند، نتایج و مشاهدات تجربی را تخمین می‌زنند. امروزه، یکی از روشهای مفید، بکارگیری پتانسیل برهمکنش موثر بین جفت نوکلئونهاست. در این مقاله، از روش وردشی پایین‌ترین مرتبه قیدی (LOCW) بهره‌برداری می‌شود که محک ماده‌هسته‌ای (یک محیط نامحدود هسته‌ای - بدون اندرکنش کولنی - با چگالی ثابت) را نیز گذرانده‌است [۱]. با در نظر گرفتن پتانسیل‌های واقعی دوجسمی گوناگون، تنها با بسنده کردن به خوشه‌های دوجسمی از بسط خوشه‌ای ماده‌هسته‌ای، LOCW توانسته است با تخمین خوبی - در مقایسه با دیگر روشهای بس ذره‌ای - مقادیر اشباعی ماده‌هسته‌ای را بازتولید نماید. بر پایه محاسبات ماده‌هسته‌ای برآمده از این روش، از دل G-ماتریس بروکنر، در کانالهای مختلف برهمکنش دوجسمی پدیده‌شناختی، برهمکنش موثر موضعی وابسته به چگالی، نتیجه می‌شود. با داشتن این پتانسیل موثر، میتوان در پایه مناسب، انرژی بستگی هسته‌ها را یافت. در کارهای پیشین، با بکارگیری پتانسیلهای اولیه Reid<sup>۶۸</sup>، Reid<sup>۶۸</sup>- $\Delta$  و Reid<sup>۶۸</sup>Day، در استخراج برهمکنش موثر دوجسمی وابسته به کانال

و میانگین، در پایه نوسانگر هماهنگ کروی با بکارگیری تقریب چگالی ناحیه‌ای، انرژی بستگی تعدادی از هسته‌های پوسته‌پُر سبک و میانی متقارن و همچنین هسته‌های سنگین نامتقارن محاسبه شده است [۲]. در کارهای بعدی، با در نظر گرفتن پتانسیل عالی  $(AV_{18}(j_{max}=2, 0))$ ، با همان رویکرد محاسباتی پیشین، انرژی بستگی همان هسته‌ها محاسبه شده است [۳]. در آن محاسبات صرفاً عناصر قطری هامیلتونی برهمکنش در نظر گرفته شده بودند و نتایج محاسبات وابسته به کانال برای هسته‌های غیرسبک در مقایسه با کارهای دیگران و تجربه خوب بوده است. اما محاسبات با برهمکنش موثر میانگین دوجسمی برای هسته‌های سبک و میانی، با تجربه همخوانی نداشته است. اخیراً، با لحاظ کردن عناصر غیرقطری هامیلتونی برهمکنش دوجسمی بهبود نسبی بهتری، به ویژه در بخش هسته‌های میانی و سنگین، بدست آمد [۴]. با در نظر گرفتن تکانه قطع فرمی در برهمکنش موثر، در بخش هسته‌های سبک نیز تصحیح‌های خوبی حاصل شد [۵].

در این مقاله با رویکرد محاسباتی متفاوت، انرژی بستگی هسته‌های پوسته‌پُر سنگین، به عنوان نمونه  $^{48}Ca$ ،  $^{90}Zr$  و  $^{120}Sn$ ، با در نظر گرفتن برهمکنش موثر میانگین برآمده از محاسبات ماده‌هسته‌ای نامتقارن برای پتانسیل‌های واقعی اولیه Reid<sup>68</sup> و عالی  $(AV_{18}(j_{max}=2))$ ، بدست می‌آید که با تجربه همخوانی خوبی دارد. در پایان، این نتیجه حاصل می‌شود که در محاسبه انرژی بستگی هسته‌های پوسته‌پُر، اضافه کردن جملاتی از قبیل شکست تقارن بار و ... چندان تاثیری در نتایج ندارد و میتوان در این موارد از پتانسیلهای ساده‌تر بهره جست.

### روش محاسبه

با گزینش مدل پایه‌ای برای چینش نوکلئونها؛ گزینش پایه مناسب برای یافتن ویژه مقادیر عملگر برهمکنش موثر میانگین؛ استخراج برهمکنش موثر میانگین با کمک محاسبات برآمده از روش LOCv در ماده‌هسته‌ای نامتقارن و در نهایت، با اعمال تقریب چگالی ناحیه‌ای<sup>۱</sup> (LDA) در حجم محدود، انرژی بستگی هسته‌های سنگین نامتقارن محاسبه خواهد شد.

گزینش مدل پایه‌ای: در مدل پوسته‌ای، آرایش نوکلئونهای چند هسته پوسته‌پُر نامتقارن سنگین، چنین است:

$${}_{20}^{48}Ca : (0s)^4 (0p)^{12} (0d)^{20} (1s)^4 + [(0f_{7/2})^8]_n ; \quad {}_{40}^{90}Zr : ({}_{20}^{48}Ca) + (0f)^{28} (1p)^{12} + [(0g_{9/2})^{10}]_n$$

$${}_{50}^{120}Sn : ({}_{40}^{90}Zr) + [(0g_{9/2})^{10}]_p, [(0g_{7/2})^8]_n, [(1d)^{10}]_n, [(2s)^2]_n$$

که زیرنویس‌های p (n) نشانگر ترازهای پروتونی (نوترونی) است.

گزینش پایه مناسب: انجام محاسبات در پایه نوسانگر هماهنگ کروی، از حیث سادگی تحلیلی و همچنین بخاطر در دست داشتن ضرایب برادی-موشینسکی، بعنوان ضرایب تبدیل به دستگاه نسبی-مرکزجرم، نسبت به دیگر پایه‌ها (وود-سکسون و یا ذره آزاد) مفیدتر است. اعداد کوانتومی مفید در این پایه عبارتند از: n (عدد شعاعی)، l و m<sub>l</sub> (عدد تکانه زاویه‌ای و تصویر آن)، s و m<sub>s</sub> (عدد اسپینی و تصویر آن) و τ و m<sub>τ</sub> (عدد

<sup>۱</sup> - Local Density Approximation

ایزواسپینی و تصویر آن). ویژه مقادیر هامیلتونی‌های تک‌ذره‌ای (اپراتور تک‌جسمی) و اندرکنش موثر نوکلئون‌نوکلئون (اپراتور دو جسمی)، باید تابع حالت تک‌ذره‌ای و دو ذره‌ای را در این پایه نوشت.

تابع حالت پایه‌ای تک‌ذره‌ای: بردار حالت تک ذره‌ای در مدل پوسته‌ای چنین است:

$$|i, \gamma\rangle = |n_i, l_i, m_{l_i}, s_i, m_{s_i}, \tau_i, m_{\tau_i}; \gamma\rangle \quad (1)$$

که پارامتر نوسان،  $\gamma = \sqrt{\frac{M\omega}{\hbar}}$ ، معیاری از اندازه هسته است. با این بردار حالت، میتوان تابع توزیع نوکلئونهای هسته‌ها را نوشته و با کمک آن ویژه مقادیر اپراتورهای تک‌ذره‌ای مانند انرژی جنبشی، ریشه میانگین مربعی شعاع هسته و... را یافت. برای هسته‌های نامتقارن، با توجه به نابرابری اعداد کوانتومی پوسته‌های اشغال شده توسط پروتونها و نوترونها، توابع توزیع نابرابر است:

$$\rho_{p(n)}(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_{i=1}^{Z(N)} \phi_i^*(\vec{r}') \phi_i(\vec{r}) \quad (2)$$

ریشه میانگین مربعی شعاع پروتونی (نوترونی) چنین است:

$$(r_{rms})_{p(n)} = \sqrt{\langle \hat{r}^2 \rangle_{p(n)}} = \sqrt{\text{Tr}(\hat{r}^2 \hat{\rho}_{p(n)})} = \left[ \int d\vec{r} \rho_{p(n)}(\vec{r}) \vec{r}^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

انرژی جنبشی تک‌ذره‌ای: برای هسته‌های نامتقارن، انرژی جنبشی پروتونی و نوترونی چنین است:

$$\langle \hat{T}_1 \rangle_{p(n)} = \text{Tr}(\hat{T} \hat{\rho}_{p(n)}) = \frac{-\hbar^2}{2M_{p(n)}} \int d\vec{r} \nabla^2 \rho_{p(n)}(\vec{r}, \vec{r}') \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (4)$$

پس از انتگرال‌گیری انرژی جنبشی تک‌ذره‌ای بر واحد نوکلئون یک هسته نامتقارن چنین است:

$$T_1 / A = \frac{V_s}{4A} (K_Z + K_N) \hbar \omega \quad (5)$$

که در آن  $V_s$  پارامتر تبهگنی روی حالات اسپینی پروتونها و نوترونها بوده و مقادیر  $K_Z$  و  $K_N$  برای چند هسته نامتقارن در جدول (۱) آمده است.

تابع حالت پایه‌ای دو ذره‌ای - ناوابسته به کانال: تابع حالت دودره‌ای برحسب تابع حالت تک‌ذره‌ای نوشته می‌شود، اما بخاطر وابستگی اندرکنش به فاصله نسبی، اعداد کوانتومی تک‌ذره‌ای با هم جفت می‌شوند:

$$|\alpha_1; \alpha_2\rangle = |\alpha_1\rangle \otimes |\alpha_2\rangle \rightarrow |\alpha_1 \alpha_2\rangle \quad ; \quad \alpha_i = n_i, l_i, m_{l_i}, s_i, m_{s_i}, \tau_i, m_{\tau_i}$$

$$|\alpha_1 \alpha_2\rangle = \sum_{\lambda \mu} \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & \lambda \\ m_{l_1} & m_{l_2} & \mu \end{bmatrix} |n_1 l_1 n_2 l_2\rangle \otimes \sum_{S M_S} \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & S \\ m_{s_1} & m_{s_2} & M_S \end{bmatrix} |S M_S\rangle \otimes \sum_{T M_T} \begin{bmatrix} \tau_1 & \tau_2 & T \\ m_{\tau_1} & m_{\tau_2} & M_T \end{bmatrix} |T M_T\rangle \quad (6)$$

$$\lambda = l_1 + l_2; \quad \mu = m_{l_1} + m_{l_2}; \quad S = s_1 + s_2; \quad M_S = m_{s_1} + m_{s_2}; \quad T = \tau_1 + \tau_2; \quad M_T = m_{\tau_1} + m_{\tau_2}.$$

با گذار به سیستم نسبی-مرکزجرم؛ با بکارگیری شرایط تعامد برای ضرایب برادی-موشینسکی و ضرایب کلبش-گوردن در بخش مداری، اسپینی و ایزواسپینی و همچنین ویژگیهای ضرایب تبدیل برادی-موشینسکی و ضرایب کلبش-گوردن؛ مقدار چشم‌داشتی یک اپراتور دو جسمی  $\hat{O}_2$  در فضای آرایش (مکان) چنین است:

$$\frac{1}{2} \sum_{\alpha_1, \alpha_2} \langle \alpha_1 \alpha_2 | \hat{O}_2 | \alpha_1 \alpha_2 \rangle_a = \frac{\nu^2}{2} \sum_{\substack{n_1 l_1 n_2 l_2 \\ n l N L}} (2\lambda + 1) |B.M|^2 \left[ 1 - \frac{(-1)^{l_1 + l_2 + L}}{\nu} \right]$$

$$\times \int d^3 r_{12} d^3 R_{12} [\phi_{n_1}^*(\vec{r}_{12}) \phi_{n_1}(\vec{r}_{12})][O_2(\vec{r}_{12}, \vec{R}_{12})][\phi_{N_L}^*(\vec{R}_{12}) \phi_{N_L}(\vec{R}_{12})] ;$$

$$B.M = \langle n l N L \lambda | n_1 l_1 n_2 l_2 ; \lambda \rangle ; \quad \vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 ; \quad \vec{R}_{12} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}.$$

(۷)

که در آن  $\nu$ ، تبهگنی روی حالات اسپینی و ایزواسپینی؛  $n$ ؛  $l$  و  $L$ ، به ترتیب اعداد کوانتومی اصلی نسبی و مرکز جرم؛ اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای نسبی و مرکز جرم؛ و  $B.M$  نمادی برای ضرایب برادی-موشینسکی می باشد. تابعیت فضایی عملگر دوجسمی در سیستم نسبی ( $r$ ) و مرکز جرم ( $R$ ) بصورت زیر است:

$$O_2(r_{12}, \rho(r_1, r_2)) = O_2(r_{12}, \rho(\sqrt{r_{12}^2/4 + R_{12}^2 + r_{12}R_{12} \cos(\Omega)}, \sqrt{r_{12}^2/4 + R_{12}^2 - r_{12}R_{12} \cos(\Omega)})) \quad (۸)$$

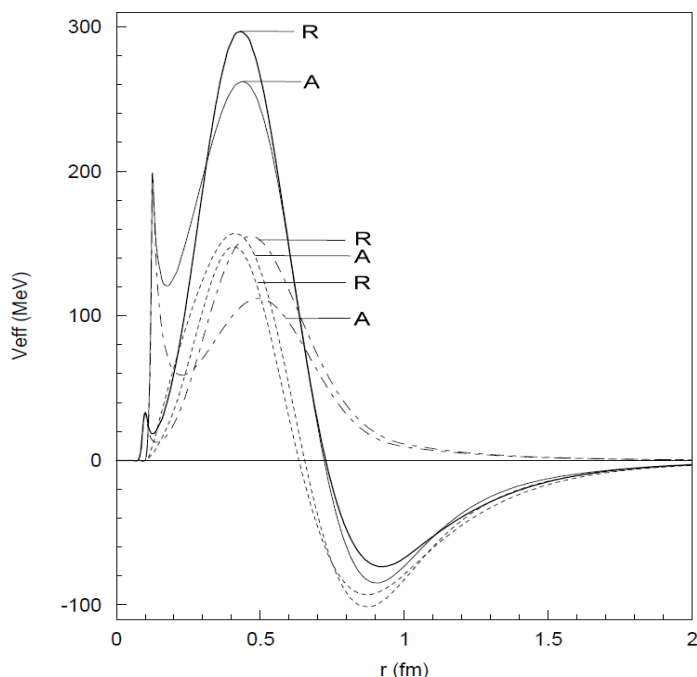
برهمکنش موثر میانگین: پتانسیل برهمکنش موثر دوجسمی برآمده از روش LOCV، چنین است [۲ و ۳]:

$$\bar{V}_{eff}(r_{12}, \rho(R_{12}, \mathfrak{R})) = \frac{\sum_{\eta, i, n, k} [(1 - (-1)^{l+s+t})/2][W_{\eta}^{n, k}(r_{12}, \rho(R_{12}, \mathfrak{R}))a_{\eta}^{(i)^2}(r_{12}, \rho(R_{12}, \mathfrak{R}))]}{\sum_{\alpha, i} (2T+1)(2j+1)[(1 - (-1)^{l+s+t})/2][a_{\alpha}^{(i)^2}(r_{12}, \rho(R_{12}, \mathfrak{R}))]}$$

$$= \bar{T}_2(r_{12}, \rho(R_{12}, \mathfrak{R})) + \bar{V}_2(r_{12}, \rho(R_{12}, \mathfrak{R})) ; \quad \eta = l, j, s, T$$

(۹)

عملگر پتانسیل برهمکنش دوجسمی  $W(r_{12}, \rho(R_{12}, \mathfrak{R}))$  تابعی از عملگرهای همبستگی دوجسمی و پتانسیل واقعی برهمکنش بوده و ضرایب ترکیبی خطی از توابع بسط کروی هستند که در کانالهای متفاوت برهمکنش تابعیت آنها در مراجع [۲] و [۳]، به ترتیب، برای پتانسیلهای Reid<sup>۶۸</sup> و AV<sup>۱۸</sup> به تفصیل آمده است. پارامتر عدم تقارن  $\mathfrak{R} = \frac{\rho_p}{\rho_n}$  برای هسته‌های نامتقارن، بصورت نسبت چگالی پروتون به نوترون در هر نقطه از آن هسته می باشد. با توجه به رابطه (۹)، میتوان پتانسیل برهمکنش موثر دوجسمی کل،  $\bar{V}_{eff}$  را بصورت دو بخش جنبشی دوجسمی  $\bar{T}_2$  و پتانسیل دوجسمی  $\bar{V}_2$  بررسی نمود. شکل (۱)، برهمکنش موثر میانگین دوجسمی با پتانسیلهای برهمکنش واقعی AV<sup>۱۸</sup> و Reid<sup>۶۸</sup> را که به ترتیب با "A" و "R" مشخص شده‌اند، به ازای  $\rho(\mathfrak{R}) = 0.21 \text{ (fm)}^{-3}$  و  $\mathfrak{R} = 0.71$ ، مقایسه می کند. انرژی‌های  $\bar{V}_2$ ،  $\bar{T}_2$  و  $\bar{V}_{eff}$  به ترتیب با خط پُر، خط چین و نقطه-خط چین نمایش داده شده‌اند. با توجه به هر سه منحنی انرژی، اگرچه میانگین کل Reid<sup>۶۸</sup>، بطور موثر جاذب تر است، در مجموع، دو پتانسیل تفاوت چندانی با هم ندارند. ناهمواری که در منحنی میانگین کل برهمکنش موثر در بازه فاصله نسبی  $fm$  (۰.۳-۰.۲) دیده می شود ( $1 \text{ fm} = 1 \times 10^{-15} \text{ m}$ )، معنی فیزیکی نداشته و مشکل خاصی در محاسبات ایجاد نمی کند (در این فواصل تابع توزیع در پایه نوسانگر مقداری بسیاری ناچیز دارد).



جدول (۱) مقادیر عددی  $K_N$  و  $K_Z$  برای چند هسته نامتقارن (توضیح در متن)

Nucleus	$K_Z$	$K_N$
$^{48}Ca$	۳۰	۴۸
$^{90}Zr$	۱۵۰	۲۰۵
$^{120}Sn$	۲۰۵	۳۱۵

شکل (۱) منحنیهای  $\bar{V}_2$ ,  $\bar{V}_{eff}$  و  $\bar{T}_2$ ، به ترتیب با خط پر، خط چین و نقطه-خط چین (ر.ک. به متن)

**اعمال LDA:** به دلیل کوتاه‌برد بودن همبستگی‌های دوجسمی در هسته‌های معین، در ناحیه کوچکی حول و حوش مرکز جرم، اثرات چندجسمی را میتوان به سادگی از ماده‌هسته‌ای در همان چگالی مرکز جرم بدست آورد. در LDA، متوسط چگالی تک‌ذره‌ای زوج نوکلئونها، در نقاط  $\bar{r}_1$  و  $\bar{r}_2$  برابر با چگالی تک‌ذره‌ای آنها در ناحیه مرکز جرمشان ( $\bar{R}_{12}$ ) گرفته می‌شود. برای هسته‌های نامتقارن، در هر یک از نقاط  $\bar{r}_1$  و  $\bar{r}_2$  جمع چگالیهای پروتون و نوترون را (با احتساب  $\mathfrak{R}$ ) باید در نظر گرفت:

$$\rho(R_{12}; \mathfrak{R}(R_{12})) = \frac{1}{2} [\rho(r_1; \mathfrak{R}_1) + \rho(r_2; \mathfrak{R}_2)] \quad ; \quad \mathfrak{R}(R_{12}) = \frac{\rho_p(R_{12})}{\rho_n(R_{12})} \quad (10)$$

**انرژی بستگی هسته نامتقارن:** جمع انرژی جنبشی تک‌ذره‌ای نوکلئونها (با کسر حرکت مرکز جرم) و انرژی اندرکنش موثر میانگین دوجسمی (بدون احتساب انرژی برهمکنش کولنی پروتونها)، انرژی بستگی را می‌دهد:

$$BE = T_1 + \bar{E}_2 = T_1 + \bar{T}_2 + \bar{V}_2 \quad (11)$$

برای محاسبه سهم  $\bar{E}_2$ ، کافی است که تابع برهمکنش موثر میانگین وابسته به چگالی دونوکلئونی (۹) از محاسبات ماده‌هسته‌ای استخراج شده و در رابطه (۷) وارد گردد:

$$\bar{E}_2 / A = \frac{V^2}{2A} \sum_{\substack{n_1 l_1 n_2 l_2 \\ n_1 n_2 L}} (2\lambda + 1) |B.M|^2 \left[ 1 - \frac{(-1)^{l_1 + l_2 + L}}{v} \right] \times \int d^3 r d^3 R \quad (13)$$

$$\left\{ \phi_{n_1}^*(\vec{r}) \phi_{n_2}^*(\vec{R}) \left[ \bar{V}_{eff}(\sqrt{2}r, \rho(\frac{R}{\sqrt{2}}), \mathfrak{R}) \right] \phi_{n_1}(\vec{r}) \phi_{n_2}(\vec{R}) \right\} ; \quad \vec{r} = \frac{\vec{r}_{12}}{\sqrt{2}}, \quad \vec{R} = \sqrt{2} \vec{R}_{12}$$

در جدول (۲)، نتایج محاسبات انرژی بستگی (اشباعی) بر واحد نوکلئون،  $(BE/A)$  ( $\text{MeV} = 1.6 \times 10^{-13} \text{ J}$ )، چند نمونه از هسته‌های نامتقارن، با برهمکنش‌های موثر  $AV_{18}$  و  $Reid_{78}$ ؛ ریشه میانگین مربعی شعاع نوترونی (پروتونی)،  $(r_{rms}^{n(p)})$  ( $fm$ )، به ازای پارامتر نوسان اشباعی،  $(\gamma)$  ( $fm^{-1}$ )، با تجربه مقایسه شده است.

جدول (۲) انرژی بستگی برواحد نوکلئون چند هسته نامتقارن پوسته‌پُر محاسبه شده با برهمکنش موثر میانگین وابسته به چگالی برآمده از

محاسبات ماده‌هسته‌ای در چارچوب مدل LOCv برای پتانسیلهای  $AV_{18}(j_{max}=2)$  و  $Reid_{78}$ .

Nucleus	Potential	$\gamma$	$r_{rms}^n$	$r_{rms}^p$	$(T_1 - T_{CM})/A$	$\bar{T}_2/A$	$\bar{V}_2/A$	$BE/A$	$BE^{exp}/A$	$r_{rms}^{exp}$
$^{44}Ca$	$AV_{18}$	۰,۵۴	۳,۴۳	۳,۲۱	۱۹,۴۶	۱۳,۳۰	-۳۸,۳۴	-۵,۵۹	-۸,۶۷	۳,۵۳
	$Reid_{78}$	۰,۵۱	۳,۶۳	۳,۴۰	۱۷,۳۶	۱۳,۹۴	-۳۶,۷۳	-۵,۵۴		
$^{90}Zr$	$AV_{18}$	۰,۵۲	۳,۸۹	۳,۷۰	۲۲,۰۲	۱۶,۱۷	-۴۶,۴۳	-۸,۲۴	-۸,۷۱	۴,۲۷
	$Reid_{78}$	۰,۴۸	۴,۲۰	۴,۰۲	۱۸,۷۶	۱۶,۰۹	-۴۲,۷۵	-۷,۸۹		
$^{112}Sn$	$AV_{18}$	۰,۴۷	۴,۴۳	۴,۲۸	۱۹,۷۹	۱۴,۳۷	-۴۲,۹۷	-۸,۸۲	-۸,۵۰	۴,۶۵
	$Reid_{78}$	۰,۴۷	۴,۴۳	۴,۲۸	۱۹,۷۹	۱۷,۲۵	-۴۵,۷۹	-۸,۷۴		

## بررسی نتایج

داده‌های جدول (۲) نشان می‌دهد که در نظر گرفتن برهمکنش موثر میانگین (ناوابسته به کانالهای برهمکنش) برآمده از روش LOCv که تنها به خوشه‌های دوجسمی اکتفا می‌کند، در کنار تقریب چگالی ناحیه‌ای، با تجربه همخوانی خوبی دارد. از طرفی، بر اساس منحنی‌های شکل (۱) و جدول (۲)، بکارگیری پتانسیلهای عالی با جملات متنوع، اگرچه میتواند در حوزه‌های دیگر فیزیک هسته‌ای مفید باشد، در محاسبه انرژی زمینه هسته‌های پوسته‌پُر اندازه آنها، در مقایسه با پتانسیلهای اولیه با جملات کمتر، چندان مفید به نظر نمی‌آید.

## مراجع

- [۱] J. C. Owen, R. F. Bishop, and J. M. Irvine, *Ann. Phys. (NY)* ۱۰۲, ۱۷۰ (۱۹۷۶); M. Modarres and J. M. Irvine, *J. Phys. G* ۵, ۵۱۱ (۱۹۷۹); M. Modarres and G. H. Borbar, *Phys. Rev. C* ۵۸, ۲۷۸۱ (۱۹۹۸).
- [۲] M. Modarres, and N. Rasekhinejad, *Phys. Rev. C* ۷۲, ۰۱۴۳۰۱ (۲۰۰۵), M. Modarres, and N. Rasekhinejad, *Phys. Rev. C* ۷۲, ۰۶۴۳۰۶ (۲۰۰۵).
- [۳] M. Modarres, and N. Rasekhinejad, and H. Mariji, *Int. J. Mod. Phys. E* ۲۰, No. ۳ (۲۰۱۱); M. Modarres, H. Mariji, and N. Rasekhinejad, *Nucl. Phys. A* ۸۵۹, ۱۶ (۲۰۱۱).
- [۴] M. Modarres and H. Mariji, *Phys. Rev. C* ۸۶, ۰۵۴۳۲۴ (۲۰۱۲).
- [۵] H. Mariji and M. Modarres, *Phys. Rev. C* (۲۰۱۲) (submitted).