

## تجزیه و تحلیل افت و خیز میدانهای مغناطیسی اندازه گیری شده توسط کویل‌های میرنف در توکامک دماوند به روش SVD

حامی فریدیوسفی<sup>1\*</sup> - ناصر علی نژاد<sup>2</sup>

<sup>1</sup>دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، دانشکده فنی و مهندسی، گروه فیزیک

<sup>2</sup>سازمان انرژی اتمی ایران، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده فیزیک پلاسما و گداخت هسته‌ای

**چکیده:** افت و خیز میدانهای مغناطیسی کویل‌های میرنف در توکامک دماوند برای یک شات نوعی بدون کنترل موقعیت پلاسما به روش SVD تجزیه و تحلیل شد، مدهای اصلی تشکیل دهنده افت و خیزهای مغناطیسی کویل‌های میرنف در توکامک دماوند به روش ویژه مقدار، ویژه تابع بدست آمد. رفتار ویژه توابع زمانی مدهای بدست آمده دو به دو به روش منحنی‌های لیسازو مطالعه گردید. منحنی‌های لیسازو نشان می‌دهد که بیش از یک فرکانس در شکل‌گیری این مدها نقش دارند، همچنین این مدها فرکانس ثابتی نداشته و رفتار منظمی از خود نشان نمی‌دهند.

**کلید واژه:** SVD: singular value decomposition، biorthogonal decomposition

**مقدمه:** در صورت افزایش جریان و چگالی پلاسمای توکامک از حد بحرانی پلاسمای توکامک پذیرای اصلی -ترین ناپایداری گسیختگی می‌باشد، این ناپایداری باعث فرار پلاسما و ذرات آن از میدانهای مغناطیسی و برخورد آنها با جداره‌های طرف پلاسما و در نتیجه سرد شدن پلاسما می‌شود. عامل اصلی ناپایداری گسیختگی در پلاسمای توکامک رشد غیرخطی اختلالات مدهای پارگی است. بررسی فعالیت ناپایداریهای مگنتوهیدرودینامیکی و اختلالات مدهای پارگی در توکامک از طریق تجزیه و تحلیل افت و خیز میدانهای مغناطیسی اندازه‌گیری شده توسط کویل‌های میرنف انجام پذیر است. در روش SVD مدهای مگنتوهیدرودینامیکی و مدهای پارگی پلاسمای توکامک بدون اینکه از ابتدا اطلاعی از فرکانس آنها داشته باشیم شناسایی و از همدیگر جدا می‌شوند. در این روش مدهای مگنتوهیدرودینامیکی تفکیک شده و برای هر مد یک جفت بردار زمانی و فضایی مجزا بدست می‌آید. با شناسایی نوع مدها رفتار مگنتوهیدرودینامیکی پلاسمای توکامک مورد مطالعه قرار می‌گیرد. مشاهده قفل شدگی مدها و یا کنترل آنها می‌تواند با مشاهده رفتار فرکانس مدها نسبت به زمان انجام گیرد، چرا که بعد از تفکیک مدها می‌توان رفتار فرکانس هر یک از مدها را نسبت به زمان بدست آورد. همچنین از منحنی‌های لیسازو میتوان برای مقایسه فرکانس مدهای مگنتوهیدرودینامیکی استفاده کرده، تعداد و نوع مدهای مگنتوهیدرودینامیکی پلاسمای توکامک را از طریق برابری و یا عدم برابری فرکانسی شناسایی کرد [1]. شناسایی امواج همدوس ناشی از افت و خیزهای پلاسمای توکامک برای مطالعه رفتار مگنتوهیدرودینامیکی پلاسما و کنترل آنها بسیار حائز اهمیت است. خاصیت چنبره‌ای، شکل پلاسما، فاصله نامساعد بین سطوح تشدید و پروب‌های میرنف و هندسه غیر دایروی دیواره‌های رسانا شناسایی مدها

را دشوار ساخته است. بویژه آن که باید به روش مرسوم  $(m,n)$  معرفی شود که در آن  $m$  عدد پلوئیدالی و  $n$  عددی ترویدالی می باشد. در صورتیکه این امواج همدوس رفتار سینوسی از خود داشته باشند آنالیز فوریه روش مناسبی برای تجزیه و تحلیل سیگنالهای میرنف هستند. اما برای امواج متناوب یا بی قاعده یا موجهای با لبه تیز مانند نوسانات دندانان اراهی که در پلاسمای توکامک مشاهده میشوند استفاده از آنالیز فوریه تجزیه و تحلیل سیگنالهای پروب های مغناطیسی راحتی در حضور یک مد، بسیار پیچیده می کند. همچنین مدهای دندانان اراهی و پالس های کوتاه برای تجزیه و تحلیل نیازمند مدهای فوریه زیادی هستند. در عوض روش SVD تفکیک مدهای ناپایدار پلاسمای توکامک را که خاصیت چنبره ای و عوامل ذکر شده دیگر آنها را ترکیب کرده است را ساده می کند. نتایجی که از روش SVD و روش آنالیز فوریه بدست می آید برای امواج همدوسی که در قضا و زمان ذاتا سینوسی هستند یکسان می باشد ولی اغلب مشاهدات تجربی ساختار همدوسی دارند اما لزوما سینوسی نیستند. با تجزیه و تحلیل داده های پروبهای مغناطیسی به روش SVD می توان مرتبه و شدت هارمونیکهای پلوئیدالی یعنی ۵و۴و۳و۲و۱ را مشخص کرد [2,3,4,5]. هر یک از این هارمونیکهای پلوئیدالی بیانگر یک مد پارگی بوده و در صورت ناپایدار بودن سبب ناپایداری گسیختگی پلاسمای توکامک و در نهایت سرد شدن آن میشوند. روش SVD داده های وابسته به زمان پروبهای مغناطیسی را به هارمونیکهای پلوئیدالی و تابعیت زمانی آنها تفکیک می کند. برای هر یک از هارمونیکهای پلوئیدالی باید دو ویژه مقدار در نظر بگیریم و آن به دلیل تفکیک داده ها به هارمونیکهای سینوسی و کسینوسی می باشد. آنالیز افت و خیزهای مغناطیسی پروبهای میرنف به روش SVD برای نخستین بار روی توکامک JET توسط C.Nardone انجام گرفت. این توکامک دارای ۸ پروب مغناطیسی ترویدالی و ۱۸ پروب مغناطیسی پلوئیدالی است. برای آنالیز پروبهای شات شماره ۲۳۳۲۴، بازه زمانی انتخاب شده در فاز افزایش جریان پلاسمای توکامک و برای وقتی که شعاع سطح تشدید تا  $q=4$  کاهش می یافت انتخاب شده بود، در این آنالیز تک مد چرخشی  $1/25$  کیلوهرتز رشد کرد. روش SVD مد مگنتوهیدرودینامیکی با عدد مد پلوئیدالی  $n = 1$  و عدد مد ترویدالی  $m = 4$  را پیش بینی کرد. البته برای مد پلوئیدالی مولفه کوچکی از مد  $n = 2$  نیز برای این شات گزارش شده است [2]. در شات شماره ۲۰۲۰۹ به دنبال تزریق نوترونی سرعت چرخش پلاسمای افزایش یافته و آنالیز پروبها ترکیبی از مدهای پلوئیدالی  $n = 1, n = 2$  را نشان داد که دامنه شان به طور ناگهانی افزایش یافته و سرانجام فرکانس آنها قفل شد. در این شات مدهای مگنتوهیدرودینامیکی  $n = 1, m = 4$  و مد مگنتوهیدرودینامیکی  $n = 2, m = 5$  گزارش شده است [2]. آنالیز پروبهای مغناطیسی توکامک Tore Supra نیز به روش SVD انجام گرفته است و از طریق منحنیهای لیسازو فرکانس مدهای مگنتوهیدرودینامیکی  $(n, m) = (2, 3), (n, m) = (3, 4)$  با هم مقایسه شده است که نسبت فرکانسی بین این دو مد  $1/5$  میباشد. با این روش فرکانس مد  $(n, m) = (4, 6)$  دو برابر فرکانس مد  $(n, m) = (2, 3)$  گزارش شده است [4]. آنالیز پروبهای مغناطیسی توکامک ADITYA به روش SVD انجام گرفته

است. در این توکامک ضمن بدست آوردن وابستگی فرکانسی مدها نسبت به زمان برای چند بازه زمانی مختلف در شات شماره ۶۵۷۹ مدهای ترویدالی  $m = 2, 3, 4, 5$  معرفی شده است. فرکانس این مدها در ۱۰ کیلوهرتز ثابت گزارش شده است، همچنین برای شناسایی مدها خطای  $\Delta m = 1$  را گزارش کرده اند، این توکامک دارای ۱۲ پروب مغناطیسی ترویدالی است [5].

### روش کار و آنالیز افت و خیز میدانهای مغناطیسی کویل های میرنف برای توکامک دماوند

برای شناسایی مدهای مگنتوهیدرودینامیکی پلاسمای توکامک روشهای متفاوتی وجود دارد، بسته به شکل هندسی چنبره توکامک و ابزارهای دیاگنوستیکی پایداز این روشها استفاده کرد [1,2,3,4]. شکل چنبره ای ظرف پلاسمای توکامک دماوند و ابزارهای محدود اندازه گیری پارامترهای پلاسمای توکامک دماوند به ما امکان استفاده از هر یک از این روشها را نمی دهد. ابتدا داده های کویل های میرنف را به صورت یک ماتریس در می آوریم که تعداد ستونهای آن را تعداد پروبها (تعداد کویل های میرنف  $M$ ) و تعداد سطرهای آن را تعداد تقسیمات زمانی مدت زمانی که میخواهیم تجزیه و تحلیل را انجام دهیم می باشد ( $N$ ). این پروبها افت و خیزهای میدان مغناطیسی پلویدالی پلاسمای توکامک را اندازه میگیرند:

$$(Y)_{ij} = y(x_i, t_j) \quad \text{with } i=1,000,N, \quad j=1,\dots,M \quad (1)$$

در روش جداسازی دو متعامدی (Biorthogonal Decomposition) که به روش SVD معروف است سیگنالهای ناپیوسته  $y(x_j, t_i)$  به یک جفت متعامد در فضا و زمان بسط داده می شوند:

$$(Y)_{ij} = \sum_{k=1}^K A_k \varphi_k(x_j) \psi_k(t_i) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N \psi_k(t_i) \psi_l(t_i) = \sum_{j=1}^M \varphi_k(x_j) \varphi_l(x_j) = \delta_{kl} \quad (3)$$

$\varphi_k(x_j)$  ویژه بردار فضایی،  $\psi_k(t_i)$  ویژه بردار زمانی و  $A_k$  ویژه مقدار هر یک از مدها می باشد. برای پیدا کردن آنها کافی است ماتریس ترانهاد ماتریس  $Y$  را تشکیل داده و ماتریسهای  $S_x = Y^T Y$  و  $S_t = Y Y^T$  را محاسبه کرده و ویژه بردارها و ویژه مقدار آنها را بدست آوریم:

$$S_x \varphi_k = A_k^2 \varphi_k \quad (4)$$

$$S_t \psi_k = A_k^2 \psi_k$$

$$Y \varphi_k = A_k \psi_k$$

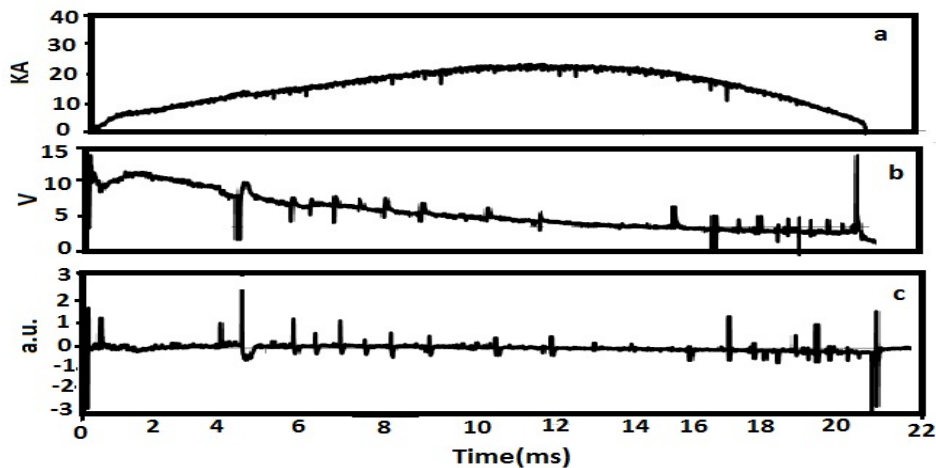
فرکانس نوسان جفت مدهای مگنتوایدرو دینامیکی و دامنه جفت مدها به ترتیب از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$v(t_i) = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{d}{dt} \left( A \tan \frac{\psi_k(t_i)}{\psi_{k+1}(t_i)} \right) \right|, \quad k=1,3,5, \quad (5)$$

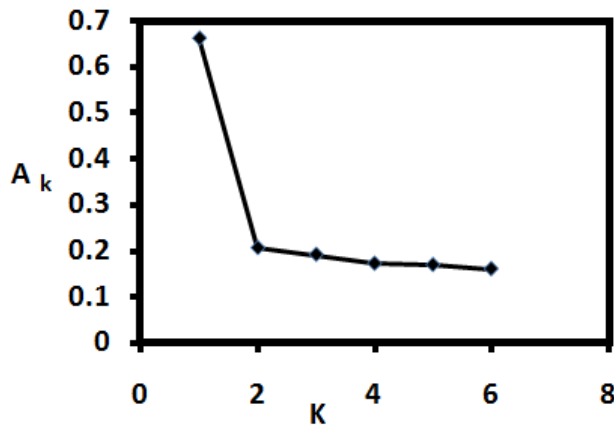
$$\alpha(t_i) = \left( \psi_k^2(t_i) + \psi_{k+1}^2(t_i) \right)^{\frac{1}{2}} \quad k=1,3,5, \quad (6)$$

تمام اندازه گیریها و تجزیه تحلیل انجام شده در این مقاله مربوط به توکامک دماوند با شعاع اصلی سطح مقطع ۳۶ cm و پارامترهای کشیدگی سطح مقطع  $b=10$  cm و  $a=7$  cm می باشد. میدان مغناطیسی چنبره‌ای آن  $B=1/2$  T بوده و با جریان پلاسمایی در حدود  $I=28$  kA تا  $I=32$  kA کار می کند. مدت زمان تشکیل

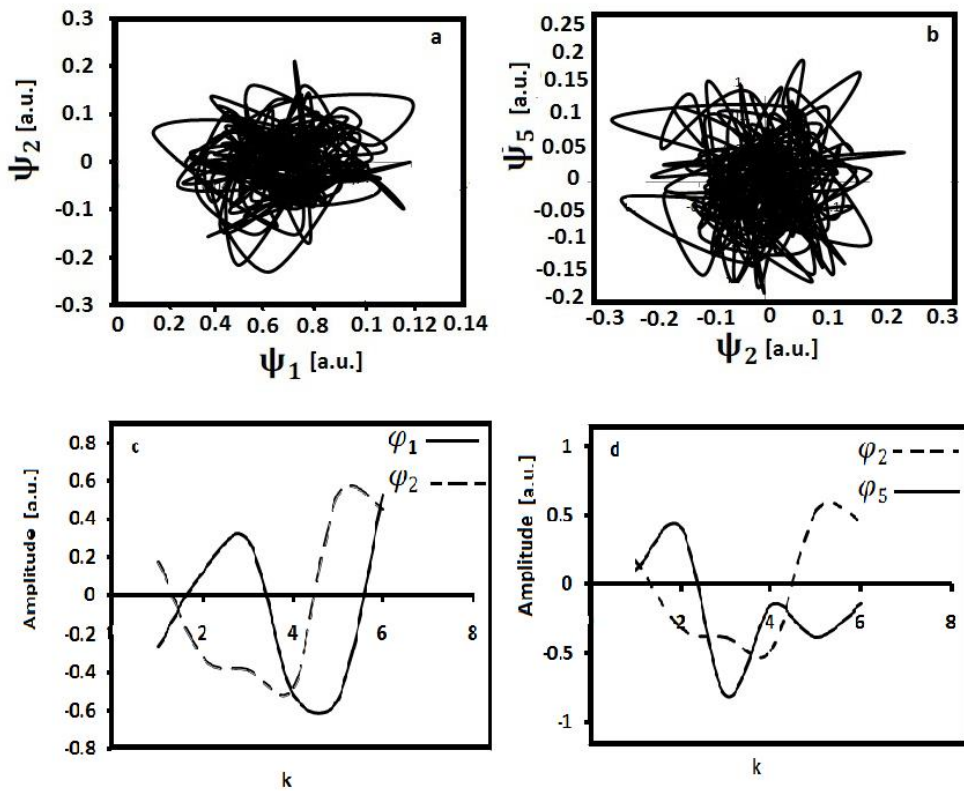
پلازما



شکل (۱): جریان پلازما (a)، ولتاژ پلازما (b) و افت و خیز مغناطیسی یک پروب میرنف (c) توکامک دماوند



شکل (۲): ویژه مقادیر مدها برحسب عدد مد، که بیانگر شدت هر مد می باشد



شکل (۳): رفتار زمانی مدها به روش لیسازو (a,b) . مقایسه رفتار مکانی مدها (c,d)

در آن ۲۲ ms و دمای الکترونها و یونهای پلاسمای آن به ترتیب  $300\text{ eV}$  و  $150\text{ eV}$  می‌باشد. در شکل (۱) منحنی تغییرات جریان، ولتاژ و افت و خیز میدان مغناطیسی برای یکی از پروبهای میرنف در توکامک دماوند برای یک شات نوعی بدون کنترل موقعیت پلاسما نمایش داده شده است.

### نتایج آنالیز برای توکامک دماوند

در دو میلی ثانیه آخر این شات برای داده‌های شش پروب مغناطیسی در دسترس آنالیز SVD انجام گرفت و مدهای اصلی شکل دهنده افت و خیزهای مغناطیسی برای توکامک دماوند بدست آمد. شکل (۲) شدت این مدهای اصلی را بر حسب عدد مد از نظر ویژه مقداری نمایش می‌دهد، که مد  $k=1$  نسبت به بقیه از شدت بیشتری برخوردار بوده و بقیه مدها از نظر ویژه مقداری اختلاف چندانی ندارند. ویژه توابع زمانی مدهای  $k=1,2$  (شکل ۳ a) و مدهای  $k=2,5$  (شکل ۳ b) به روش لیسازو مقایسه گردید، این مدها رفتار منظمی از خود نشان نمی‌دهند و به خاطر اینکه فرکانس ثابتی ندارند یک مسیر تناوبی بسته لیسازو را بوجود نمی‌آورند. ویژه توابع مکانی مدهای  $k=1,2$  (شکل ۳ c) و مدهای  $k=2,5$  (شکل ۳ d) بر حسب عدد مد مقایسه شده‌اند.

داده‌های تمامی پروبهای مغناطیسی ترویدالی توکامک دماوند به دلیل عدم دقت سیستم اندازه‌گیری در دسترس نیست و این امر شناسایی دقیق مدهای ناپایدار مگنتوهیدرودینامیکی را با مشکل مواجه کرده است.

## References

- [1] O.KLUBER and et al. MHD Mode Structure and propagation in the ASDEX Tokamak. 6th Nuclear fusion, V 31, N 5 907-926 (1991)
- [2] C.NARDONE. Multichannel fluctuation data analysis the singular value decomposition method Application to MHD modes in JET. Plasma physics and controlled fusion 34, N 9, 1447-1465(1992)
- [3] J.S.Kim, and et al. MHD mode identification of tokamak plasmas from Mirnov signal. plasma physics and controlled fusion, V 41, 1399-1420(1999)
- [4] T.Dudok and et al. The biorthogonal decomposition as a tool for investigating fluctuations in plasmas. Plasma physics 1(10), 3288-3300(1994)
- [5] D.RAJU and et al. Mirnov coil data analysis for tokamak ADITYA PRAMANA journal of physics, V 55, N5, 6, 727-732(2000)