

## تأثیر افت و خیزهای شبه ذرات بر خواص ترمودینامیکی هسته $^{184}W$ به روش مدل اصلاح شده (MBCS)BCS و مدل اصلاح شده لیکین-نوگامی (MLN) LN

زهرة کارگر\* - وحید دهقانی

دانشگاه شیراز، دانشکده علوم، بخش فیزیک

### چکیده:

در این مقاله در چارچوب مدل‌های اصلاح شده (MBCS) BCS و لیکین-نوگامی (MLN) LN تأثیر افت و خیزهای آماری شبه ذرات بر خواص ترمودینامیکی هسته  $^{184}W$  مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج محاسبات در مورد پارامتر گاف، انرژی برانگیختگی و ظرفیت گرمایی کل هسته با نتایج مدل BCS استاندارد مقایسه شده اند. با میل نکردن پارامتر گاف اصلاح شده به سمت صفر در دمای بحرانی که توسط معادله گاف در روش BCS پیش بینی میشود، شاهد حضور اثر جفت شدگی در دماهای بالاتر از آنچه مدل BCS پیش بینی می‌کند، هستیم. با مقایسه نتایج ظرفیت گرمایی با داده های نیمه تجربی شاهد تطابق بهتر نتایج اصلاح شده نسبت به نتایج مدل BCS هستیم.

کلید واژه‌ها: جفت شدگی، افت و خیز آماری، شبه ذرات،  $^{184}W$ .

### مقدمه:

روش BCS [۱-۲] یکی از قدرتمندترین روشها جهت مطالعه هسته به عنوان یک دستگاه کم ذره فرمیونی است. بکارگیری این روش در هسته با توجه به تأثیر مهمی که افت و خیزها در دستگاههای کم ذره دارند نیاز به اندکی تصحیح دارد. روشهای گوناگونی برای وارد کردن تأثیر افت و خیزها در روش BCS بکار گرفته شده اند. به عنوان مثال با استفاده از تابع توزیع احتمال همدا [۳] میتوان مقدار میانگین پارامتر گاف را جایگزین محتمل ترین مقدار این پارامتر نمود که این عمل خود شامل استفاده از مقدار میانگین کمیت‌های آماری به جای محتمل ترین مقدار آنها است. یکی از روشهای دیگر وارد کردن افت و خیزهای شبه ذرات در فورمول بندی

است که به فورمول بندی حاصل روش تصحیح شده BCS (MBCS) [۶-۴] گفته میشود. یکی دیگر از کمبود های روش BCS پایسته نماندن تعداد ذرات در این روش است که این تقارن شکسته شده با روشهای متفاوتی بازگردانده می شود. روش لپیکین نوگامی LN [۷-۸] یک روش تقریبی جهت بازگرداندن این تقارن شکسته شده به مدل BCS است. این کار اساسا با افزودن یک جمله نافزونفر به هامیلتونی انجام میگردد که با صفر کردن افت و خیز تعداد ذرات انجام می شود. روش لپیکین-نوگامی تصحیح شده (MLN) [۵] یک ترکیب از روش لپیکین-نوگامی جهت بقای تقارن تعداد ذرات روش BCS به همراه در نظر گرفتن تاثیر افت و خیز شبه ذرات بر این مدل است.

### تئوری:

مدل BCS را میتوان با انجام تبدیل بوگولیوبوف ثانویه بر عملگرهای شبه ذرات معمول BCS اصلاح کرد [۴].

$$\bar{\alpha}_i^\dagger = \sqrt{1 - n_i} \alpha_i^\dagger + \sqrt{n_i} \alpha_{-i} \quad , \quad \bar{\alpha}_{-i} = \sqrt{1 - n_i} \alpha_{-i} - \sqrt{n_i} \alpha_i^\dagger \quad (1)$$

در این رابطه  $\bar{\alpha}_i^\dagger$  و  $\bar{\alpha}_i$  عملگرهای خلق و نابودی اصلاح شده و  $\alpha_i^\dagger$  و  $\alpha_i$  عملگرهای خلق و فنا میباشند و  $n_i$  عدد اشغال شبه ذرات هستند. پس از این تبدیل عملگرهای خلق و فنا ذرات  $(a_i, a_i^\dagger)$  با روابط زیر به عملگرهای اصلاح شده مربوط میشوند:

$$a_i^\dagger = \bar{u}_i^\dagger \bar{\alpha}_i + \bar{v}_i \bar{\alpha}_{-i} \quad , \quad a_{-i} = \bar{u}_i \bar{\alpha}_i - \bar{v}_i \bar{\alpha}_i^\dagger \quad (2)$$

در این رابطه  $u_i$  و  $v_i$  ظرایب بوگولیوبوف معمول هستند و  $\bar{u}_i$  و  $\bar{v}_i$  ظرایب بوگولیوبوف اصلاح شده هستند. سایر محاسبات سر راست و دقیقا همانند روش معمول BCS انجام میشود. در نتیجه پارامتر اصلاح شده گاف و عملگر اصلاح شده تعداد از روابط زیر بدست می آیند:

$$\Delta = G \sum \tau_i \quad , \quad N = 2 \sum \rho_i \quad (3)$$

در این روابط  $G$  شدت پتانسیل جفت شدگی در هامیلتونی دستگاه مورد بررسی است و

$$\rho_i = v_i^2 + (1 - 2v_i^2)n_i - 2u_i v_i \sqrt{n_i(1 - n_i)}$$

$$\tau_i = u_i v_i (1 - 2n_i) - (u_i^2 - v_i^2) \sqrt{n_i(1 - n_i)}$$

$$(n_i = \frac{1}{e^{\beta E_i}}) \quad (4)$$

در روابط بالا  $\beta$  معکوس دمای ترمودینامیکی و  $E_i = \sqrt{(\varepsilon'_i - \lambda)^2 + \Delta^2}$  که در این رابطه  $\varepsilon'_i = \varepsilon_i - Gv_i^2$  و  $\lambda$  پتانسیل شیمیایی و  $\varepsilon$  انرژی تک ذره‌ای است. انرژی کل در فرمول بندی اصلاح شده به صورت زیر در می آید

$$E_{MBCS} = \sum (\varepsilon_i - G \sum \rho_k) \rho_i - \frac{\Delta^2}{G} \quad (5)$$

روابط معمول BCS در مراجع فراوانی به تفصیل بیان شده اند و در اینجا بیان نمیشوند. خواننده میتواند به مراجع فراوانی که در این زمینه وجود دارند (به عنوان مثال مرجع [۲]) مراجعه کند. در روش لیکین نوگامی اصلاح شده (MLN) روابط مربوطه با حفظ شکل کلی رابطه (۴) با تغییرات زیر صادق می باشند

$$\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i + (\varepsilon \lambda_\nu - G)v_i^2, \quad \tilde{E}_i = \sqrt{(\tilde{\varepsilon}_i - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (6)$$

در این روابط  $u_i$  و  $v_i$  ظرایب تبدیل بوگولیوف بوف هستند که از روابط زیر محاسبه میشوند

$$\lambda = \lambda_\nu + \varepsilon \lambda_\nu (N + 1), \quad v_i^2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_i - \lambda}{\tilde{E}_i} \right] \quad (7)$$

$\lambda_\nu$  با بکار گیری قید ثابت بودن تعداد ذرات و  $\lambda_\nu$  از رابطه زیر محاسبه میشود

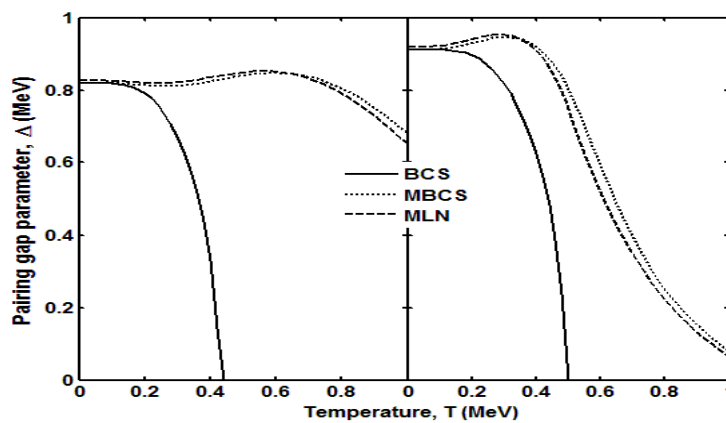
$$\lambda_\nu = \frac{G \sum (\nu - \rho_i) \tau_i \sum \rho_j \tau_j - \sum (\nu - \rho_i) \nu \rho_i^2}{\varepsilon [\sum \rho_i (\nu - \rho_i)]^2 - \sum (\nu - \rho_i) \nu \rho_i^2} \quad (8)$$

انرژی نیز از رابطه زیر بدست می آید.

$$E_{MLN} = \sum (\varepsilon_i - G \sum \rho_k) \rho_i - \frac{\Delta^2}{G} - \varepsilon \lambda_\nu \sum (u_i v_i)^2. \quad (9)$$

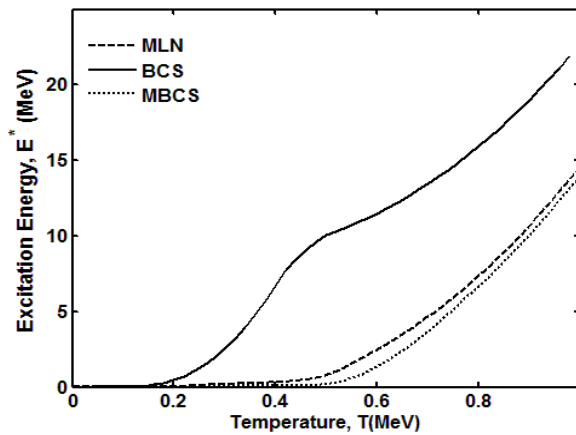
روش انجام محاسبات:

در این مقاله با هسته  $^{184}W$  به عنوان یک دستگاه متشکل از دو سیال کوانتومی مستقل برخورد میشود. در انجام محاسبات از ویژه مقادیر انرژی مدل وود ساکسون استفاده شده است. ابتدا با قرار دادن مقدار تجربی پارامتر جفت شدگی پروتونها و نوترونها در دمای صفر پتانسیل جفت شدگی ( $G$ ) از هر روش به طور جداگانه محاسبه و در مراحل بعد این مقدار ثابت مورد استفاده قرار می گیرد. جهت حل همزمان معادله تعداد ذرات و پارامتر گاف (۲) از روش تکرار استفاده شده است و نتایج محاسبات در هر مرحله با نتایج مدل BCS مقایسه شده اند. شکل (۱) رفتار پارامتر گاف را بر حسب دما نمایش میدهد که در این نمودار به واسطه قابل مقایسه شدن کمیت ها با پارامتر گاف مدل BCS پارامتر  $\lambda_2 + \Delta$  از مدل MLN بر حسب دما رسم شده است، چرا که کمیتی که در دمای صفر با استفاده از کمیت های تجربی محاسبه میشود این کمیت است.



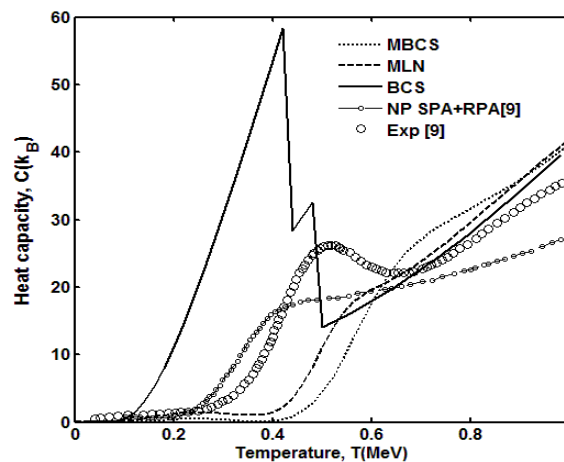
شکل (۱): پارامتر جفت شدگی بر حسب دما در هسته  $^{184}W$ . نمودار سمت چپ مربوط به نوترونها و نمودار سمت راست مربوط به پروتونها است. نتایج روش BCS، MBCS و MLN به ترتیب با خط و نقطه چین و خط چین نمایش داده شده اند.

در این نمودارها مشاهده میشود پارامتر جفت شدگی که توسط روشهای تصحیح شده محاسبه شده اند در دماهای بالاتر از دمای بحرانی مدل BCS مقادیر غیر صفر دارند که این امر بیانگر باقی ماندن اثر جفت شدگی در هسته در دماهای بالاتر است. شکل (۲) انرژی برانگیختگی هسته را بر حسب دما نمایش میدهد که میتوان تفاوتهای بارز بین پیش بینی های مدل BCS و مدلهای تصحیح شده MBC و MLN را در دو مورد زیر خلاصه کرد:



شکل (۲): انرژی برانگیختگی بر حسب دما در هسته  $^{184}\text{W}$ . علامت‌ها مانند شکل (۱).

۱- شکستگی‌هایی که در نتایج مدل BCS حضور دارند در نتایج مدل MLN و MBCS دیده نمی‌شوند که دلیل این امر رفتار غیر تکینه پارامتر گاف در این مدلها است. ۲- انرژی برانگیختگی پیش بینی شده در مدل MBCS و MLN در دماهای پایین همواره کمتر از نتایج مدل BCS است. در شکل (۳) با توجه به وابستگی بسیار ناچیز پتانسیل شیمیایی به دما ظرفیت گرمایی را به صورت  $\frac{dE}{dT}$  محاسبه کرده ایم، همچنین نتایج نیمه تجربی و نظری از مرجع [۹] جهت مقایسه رسم شده اند. به خوبی میتوان مشاهده کرد که نتایج مدل MLN و MBCS (به خصوص MLN) همخوانی بسیار بهتر با نتایج تجربی به نسبت نتایج مدل BCS دارند. به گونه ای که نقاط تکینه که توسط مدل BCS پیش بینی شده اند در این نتایج وجود ندارند و تقریباً نتایج تطابق قابل قبولی با داده های نیمه تجربی دارند.



شکل (۳): ظرفیت گرمایی بر حسب دما در هسته  $^{184}\text{W}$ . داده های نیمه تجربی و نظری از منبع [۹] به ترتیب با دایره خالی و خط چین دایره جهت مقایسه رسم شده اند. سایر علامت‌ها مانند شکل (۱).

## نتیجه گیری:

با بکار بردن روش اصلاح شده BCS و LN در مورد هسته  $^{184}W$  می‌توان نشان داد که اثر جفت شدگی به واسطه تاثیر افت و خیز شبه ذرات بر پارامتر گاف تا دماهایی بالاتر از پیش بینی های روش استاندارد BCS حضور خواهند داشت که این امر تطابق بیشتری با نتایج سایر تئوری ها دارد [۹]. تکینگی‌ها و شکستگی‌هایی که در روش استاندارد BCS در رفتار وابسته به دمای انرژی و ظرفیت گرمایی دیده می‌شود، در روشهای اصلاح شده تا دمای ۱ MeV برای هسته  $^{184}W$  مشاهده نمی‌شود که این امر با ذات رفتار آماری سیستم های کم تعداد سازگارتر است.

## منابع:

- [۱] J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, " Theory of Superconductivity" Phys. Rev. ۱۰۸. ۱۱۷۵ (۱۹۵۷).
- [۲] L. G. Moretto, " Statistical description of a paired nucleus with the inclusion of angular momentum" Nucl. Phys. A۱۸۵. ۱۴۵ (۱۹۷۲).
- [۳] L. G. Moretto, "Pairing fluctuations in excited nuclei and the absence of a second order phase transition", Phys. Lett.B ۴۰. ۱ (۱۹۷۲).
- [۴] N. D. Dang and A. Arima, "Modified Hartree-Fock-Bogoliubov theory at finite temperature", Phys. Rev. C ۶۸, ۰۱۴۳۱۸ (۲۰۰۳).
- [۵] N. D. Dang, "Particle-number-projected thermal pairing", Phys. Rev. C۷۶. ۰۶۴۳۲۰ (۲۰۰۷).
- [۶] N. D. Dang, "Thermal pairing in Richardson model", Nucl. Phys. A۷۸۴. ۱۴۷ (۲۰۰۷).
- [۷] H. J. Lipkin, " Collective motion in many-particle systems: Part ۱. The violation of conservation laws " Ann of phys. ۹. ۲۷۲ (۱۹۶۰).
- [۸] N. D. Dang, " Influence of particle number fluctuations and vibrational modes on thermodynamic characteristics of a hot nucleus ", Z. Phys. A۳۳۵. ۲۵۳ (۱۹۹۰).
- [۹] K. Kaneko and M. Hasegawa, "Quenching of pairing gap at finite temperature in  $^{184}W$ ", Phys. Rev. C ۷۲. ۰۲۴۳۰۷ (۲۰۰۵).