



بررسی خواص هسته‌ها در مدل جامع هسته‌ای: انرژی بستگی، انرژی شکافت و گشتاور مغناطیسی

شیروان قرائتی^۱، محمد قناعتیان^{۲*}، نادر قهرمانی^۳

^۱ دانشگاه یاسوج، بخش فیزیک

^۲ دانشگاه پیام نور، گروه فیزیک

^۳ دانشگاه شیراز، بخش فیزیک

چکیده

در این مقاله، مدل هسته‌ای جدیدی به نام مدل جامع هسته‌ای، (Integrated Nuclear Model) INM، ارائه می‌دهیم که بر اساس آن یک فرمول برای انرژی بستگی هسته‌ای، انرژی شکافت هسته‌ای و گشتاور مغناطیسی هسته‌ها بدست می‌آوریم. انرژی‌های بستگی تمام هسته‌های بدست آمده در این مدل قابل مقایسه با مقادیر تجربی و همچنین با مقادیر بدست آمده از مدل قطره مایعی (LDM) می‌باشد و با استفاده از این فرمول انرژی بستگی، فرمولی برای بدست آوردن انرژی شکافت هسته‌ای و گشتاور مغناطیسی هسته‌ها ارائه می‌دهیم که نتایج خوبی با نتایج تجربی دارد.

کلیدواژه: انرژی بستگی هسته‌ای، شکافت هسته‌ای، گشتاور مغناطیسی هسته، خواص هسته‌ها، مدل‌های هسته‌ای

۱- مقدمه

یکی از اهداف فیزیک هسته‌ای این است که با ارائه مدل‌های ریاضی، خواص هسته‌ها و رفتارهای آنها را توجیه کند. بر هم کنش متقابل میان نوکلئون‌ها هنگامی که برای تشکیل هسته‌های سنگین و متوسط متراکم می‌شوند، برای مدت طولانی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند. درغیاب یک تئوری دقیق، تعدادی از مدل‌های هسته‌ای توسعه یافته‌اند. برای این کار فرضیات بسیاری برای ساده سازی روابط به کار رفته‌اند. هر مدل تنها قادر به توضیح بخشی از دانش تجربی ما راجع به هسته می‌باشد. اگر فرض کنیم در سطوح پایه و پایین‌ترین سطوح برانگیخته شده، هسته‌ها و نوکلئون‌ها دارای برهمکنش بسیار پایینی باشند، آنگاه مدل‌های ذره - مستقل پدیدار می‌شوند که مدل پوسته‌ای را به عنوان مثال گروه مدل مقید از مدل‌های ذره مستقل می‌توان نام برد. نظریه کاملاً متضاد، برهمکنش بسیار قوی بین تمام نوکلئون‌ها در هسته می‌باشد. به عنوان نماینده مدل‌های برهمکنش قوی، می‌توان از مدل قطره مایع نام برد.

در این مقاله سعی شده‌است که فرمولی جدید برای انرژی بستگی هسته‌ای تمام هسته‌ها و همچنین فرمولی برای انرژی شکافت هسته‌ای و گشتاور مغناطیسی هسته‌ها، بر اساس فرضهای اساسی که در بخش بعد ذکر می‌شود و همچنین ایده گرفتن از مدل‌های هسته‌ای دیگر، ارائه می‌شود که نام این مدل جدید را مدل جامع هسته‌ای (INM) می‌نامیم.

۲- انرژی بستگی هسته‌ای

مدل قطره مایع برای هسته منجر به فرمول مشهور نیمه تجربی جرم برای وابستگی جرم یک هسته به A و Z می شود [1]. نخست هسته بصورت مجموعه ای از درات برهمکنش کننده که به یک قطره مایع شباهت دارد در نظر گرفته می شود. سپس نیروهای کولنی، اثرهای اصل طرد پائولی و جزئیاتی دیگر همگی به عنوان تصحیح اضافه می شوند که در نهایت فرمول زیر برای انرژی بستگی هسته ای ارائه شده است:

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1)A^{-1/3} - a_a (N-Z)^2 A^{-1} \pm \delta \quad (1)$$

بطور کلی، جرم کل هسته $M(Z, N)$ کوچکتر از مجموع جرم اجزای تشکیل دهنده آن یعنی پروتونها و نوترونها می باشد. این تفاوت جرم را انرژی بستگی هسته ای می نامند. در سال ۱۹۶۶، گاروی (G. T. Garvey) و کلسون (I. Kelson) فرمولی برای انرژی بستگی هسته ای ارائه دادند [2,3]. از آنجا که انرژی بستگی یک خاصیت اشباعی را نشان می دهد، این امکان وجود دارد که برای هسته های (Z, N) در همسایگی هر هسته (Z_0, N_0) ، تفاوت جرم $M(Z, N) - M(Z_0, N_0)$ می تواند بر حسب یک سری توانی در $\Delta Z = Z - Z_0$ و $\Delta N = N - N_0$ بسط داده شود. بنابراین می توانیم رابطه زیر را برای انرژی بستگی بنویسیم [4,5]:

$$B(Z, N) = B(Z_0, N_0) + B_{10} \Delta Z + B_{01} \Delta N + B_{20} (\Delta Z)^2 + B_{02} (\Delta N)^2 + B_{11} (\Delta Z)(\Delta N) + \dots \quad (2)$$

که ضرایب B_{01} ، B_{10} ، ... مشتقات جزئی از $B(Z, N)$ در $(Z_0, N_0) = (Z, N)$ می باشند. یک تقریب خوب این است که از مشتقات مرتبه دوم به بعد در سری (۳) صرف نظر کنیم. لذا با در نظر گرفتن یک رابطه خطی برای انرژی بستگی داریم [4,5]:

$$B(Z, N) = g_1(Z) + g_2(N) + g_3(N + Z) \quad (3)$$

$$B(Z, N) = f_1(Z) + f_2(N) + f_3(N - Z) \quad (4)$$

حال در موقعیتی هستیم که بتوانیم با استفاده از مدلهایی مانند مدل قطره مایع، مدل گاز فرمی، مدل پوسته ای و روابط (۱)، (۲)، (۳) و (۴) فرضهای اساسی خود را برای ارائه فرمول انرژی بستگی هسته ای، در مدل جامع هسته ای، بیان کنیم:

۱- انرژی بستگی از مرتبه یک درصد انرژی جرم سکون نوکلئونهای درون هسته است [6].

۲- انرژی بستگی با حجم هسته متناسب است ($B \propto A$).

۳- انرژی بستگی به عدم تقارن بین تعداد نوترونها، پروتونها، بخصوص در هسته های سنگین و همچنین نیروی کولنی پروتونها وابسته است.

با توجه به روابط (۳) و (۴) مشاهده می شود که انرژی بستگی بایستی با $(N+Z)$ و $(N-Z)$ متناسب باشد لذا ما سومین فرض خود را یعنی عدم تقارن بین نوترونها و پروتونها و تصحیح کولنی را با جمله $\left(\frac{N^2 - Z^2}{Z}\right)$ متناسب فرض می گیریم. با در نظر گرفتن نکات فوق فرمول زیر را برای محاسبه انرژی بستگی تمام هسته ها ارائه می دهیم:

$$B(Z, N) = \left[A - \left(\frac{(N^2 - Z^2) + \delta(N - Z)}{3Z} + 3 \right) \right] \times \frac{m_N c^2}{\alpha} \quad A > 5 \quad (5)$$

که δ به منظور برقراری شرایط خط پایداری بتازای هسته‌ای بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta(N - Z) = \begin{cases} 0 & \text{for } N \neq Z \\ 1 & \text{for } N = Z \end{cases} \quad (6)$$

و ضریب α یک ضریب الحاقی است بصورت: $\alpha = 90 - 100$ ، که با توجه به فرض اول اعمال کرده‌ایم، که به نوعی بیان کننده تقریب‌هایی است که تصحیحات میکروسکوپی را شامل می‌شود. بعنوان مثال، فرض می‌شود که در تقریباً ۱۰ درصد ناحیه پوسته خارجی هسته، چگالی هسته‌ای نه تنها ثابت نمی‌ماند بلکه به سرعت کاهش می‌یابد [7] و در مدل ما صرف نظر می‌شود و ما این تصحیح را می‌توانیم در این ضریب α اعمال کنیم. نکته دیگر که باید توجه شود، وجود فاکتور ۳ می‌باشد که با توجه به توزیع کواریکی درون هسته-ها در مدل هسته‌ای شبه-کواریکی [8,9]، ناشی از این واقعیت که هر نوکلئون از سه کواریک تشکیل شده و وجود یک تقارن سه-گانه جدید در این مدل، قابل توجه است.

توجه شود که فرمول (۵) برای هسته‌های $A < 5$ نیاز به تغییر اندکی دارد. بعنوان مثال، فاکتور ۳ را می‌توان برای هسته‌های 2_1H و 4_2He با فاکتور ۱ جایگزین نمود. با توجه به اینکه توزیع کروی نوکلئون‌های درون هسته برای هسته‌های سبک تغییر می‌کند، این مشکل برای هسته‌های سبک در مدل‌های دیگر نیز مشاهده می‌شود.

محاسبات مربوط به انرژی بستگی هسته‌ای برای تمام هسته‌ها با استفاده از فرمول (۵) رسم شده است و با نتایج مدل قطره مایع و نتایج تجربی مقایسه شده است. انرژی بستگی هسته‌ای به ازای هر نوکلئون، استخراج شده از فرمول (۵)، تطابق خوبی با داده‌های تجربی موجود و همچنین با مدل قطره مایع برای تمام اعداد جرمی، مطابق شکل‌های (۱)، (۲) و (۳)، را نشان می‌دهد.

۳- شکافت هسته‌ای

انرژی بستگی ماکزیمم بر هر نوکلئون در هسته‌هایی که در آنها $A \sim 60$ اتفاق می‌افتد. در هسته‌های سنگین‌تر، مثلاً $A > 100$ انرژی بستگی کل نوکلئون‌های A را می‌توان با تجزیه، هسته اصلی را به دو هسته کوچکتر افزایش داد. پس اگر ${}^{235}_{92}U$ به دو هسته تقسیم شود و با داشتن اعداد جرمی $A = \frac{235}{2}$ انرژی بستگی هر نوکلئون از $B/A \approx 7.6 (MeV)$ تا $B/A \approx 8.5 (MeV)$ افزایش خواهد یافت. این یک افزایش در حدود $0.9 (MeV)$ و یا حدود $210 (MeV)$ برای تقسیم یک هسته ${}^{235}_{92}U$ می‌باشد. به طور کلی، تقسیم هر هسته (A, Z) به دو هسته سبک‌تر از نظر انرژی مفید است. اگر $A > 85$ باشد این واکنش‌های شکافت خودبخودی در عناصر معمولی اتفاق نمی‌افتد، چون توسط یک سد احتمالی از آنها جلوگیری می‌شود.

تقسیم یک هسته (A, Z) به دو هسته $(Z/2, A/2)$ شکافت متقارن نامیده می‌شود. از فرمول انرژی بستگی و تعریف انرژی Q آزاد شده در شکافت، داریم:

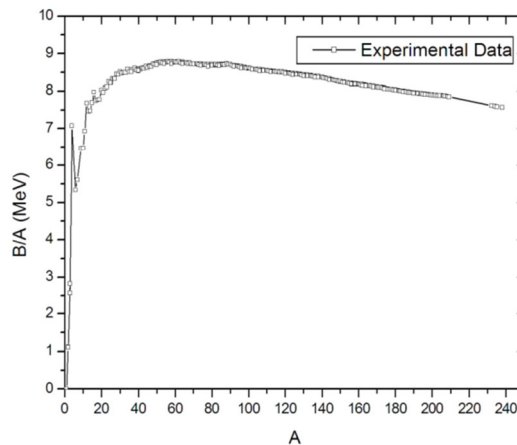
$$M(Z, N) \rightarrow M(Z_1, N_1) + M(Z_2, N_2) \quad (7)$$

$$Q(Z, N) = [B(Z_1, N_1) + B(Z_2, N_2) - B(Z, N)] \quad (8)$$

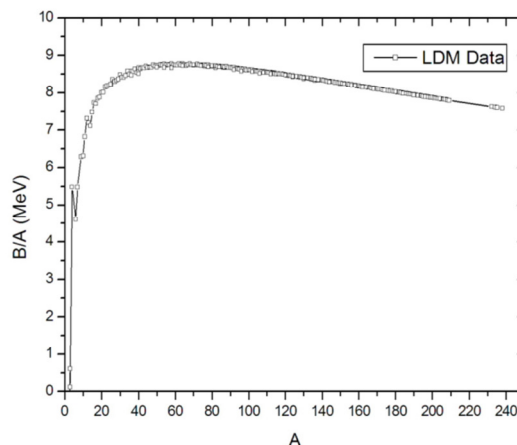
با استفاده از معادله انرژی بستگی (۵) و صرف نظر کردن از انرژی نوترون های تولید شده معادله جدیدی برای Q (آنی) انرژی آزاد شده در شکافت این چنین بدست می آید:

$$Q = \left\{ \left(\frac{N}{Z} \right) \left[\frac{(N^2 - Z^2) + \delta(N - Z)}{3Z} - \frac{(N_1^2 - Z_1^2) + \delta(N_1 - Z_1)}{3Z} - \frac{(N_2^2 - Z_2^2) + \delta(N_2 - Z_2)}{3Z} \right] - 3 \right\} \times \frac{m_N c^2}{100} \quad (9)$$

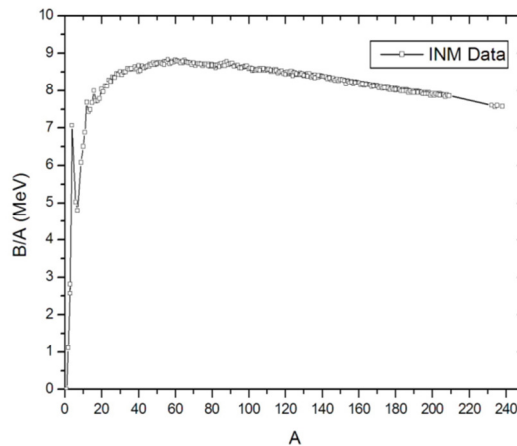
معادله فوق، بسیار ساده و متقارن است. اول از همه نتایج فیزیکی و تطابق آنها با تجربه بررسی و مشاهده شد که Q برای هسته های A بزرگتر از ۸۰ مثبت می شود. به عنوان مثال انرژی آزاد شده را برای شکافت ^{235}U ، برای حالتی که اعداد جرمی محصولات ۱۰۰ و ۱۳۲ محاسبه و عدد ۱۶۷.۶ MeV بدست آمد که با مقدار ۱۷۰ گزارش شده توافق خوبی دارد. برای حل این معادله یک برنامه کامپیوتری نوشته شده است که دارای محاسبات سنگینی است، با توجه حجم زیاد کار، امید است در آینده به عنوان یک تحقیق جامع در دستور کار قرار گیرد.



نمودار (۱): داده های تجربی انرژی بستگی هسته ای به ازای هر نوکلئون بر حسب عدد جرمی.



نمودار (۲): داده های انرژی بستگی هسته ای به ازای هر نوکلئون در مدل قطره مایع بر حسب عدد جرمی.



نمودار (۳): داده‌های انرژی بستگی هسته‌ای به ازای هر نوکلئون در مدل جامع هسته‌ای بر حسب عدد جرمی.

۴- گشتاور مغناطیسی

حرکتهای جمعی دورانی و ارتعاشی، هر دو باعث تولید گشتاور مغناطیسی در هسته می‌شوند. حرکت پروتون‌ها را می‌توان به صورت یک جریان الکتریکی در نظر گرفت و در این صورت گشتاور مغناطیسی ناشی از یک پروتون منفرد با عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای l عبارت است:

$$\mu = l\mu_N \quad (10)$$

اما چنانچه می‌دانیم، تمام تکانه زاویه‌ای یک هسته صرفاً از پروتونهای آن حاصل نمی‌شود بلکه نوترونهای هسته هم در ایجاد تکانه زاویه‌ای کل سهم دارند. اگر حرکت جمعی پروتونها و نوترونهای درون هسته را یکسان بگیریم سهم تقریبی پروتونها را در ایجاد تکانه زاویه‌ای کل هسته به نسبت A/Z به دست خواهیم آورد. با صرف نظر کردن از نقش حرکت نوترونها و اسپین در گشتاور مغناطیسی، گشتاور مغناطیسی یک حالت دورانی یا ارتعاشی با تکانه زاویه ای l در مدل جمعی چنین برآورد می‌شود:

$$\mu(I) = I \frac{Z}{A} \mu_N = I \frac{Z}{A} \frac{e\hbar}{2M} \quad (11)$$

رابطه بالا برای هسته‌هایی که تکانه زاویه‌ای ذاتی ندارند، مانند هسته‌های بیضوی زوج-زوج اعتبار بیشتری دارد. معادله انرژی بستگی معرفی شده در معادله (۵) را می‌توان با معادله فوق ترکیب کرد و معادله جدیدی بدست آورد.

$$B(Z, N) = [(N + Z) - \frac{e\hbar}{2M} \frac{l}{\mu} (N - Z) - 3] \times \frac{mNc^2}{100} \quad (12)$$

با داشتن رابطه بالا می توان با داشتن انرژی بستگی و ایزواسپین، گشتاور مغناطیسی هسته ها را بدست آورد.

۵- نتیجه گیری

فرمول نیمه تجربی (۱) برگرفته شده از مدل قطره مایع شامل حداقل پنج جمله می باشد، درحالیکه فرمول ارائه شده توسط ما در مدل جامع هسته ای (فرمول (۵)) تنها شامل دو جمله می باشد که با توجه به جدول (۱) و نمودارهای (۲) و (۳)، در مقایسه با مدل قطره مایع، می توان به دقت و سادگی این فرمول پی برد. همچنین مقایسه با داده های تجربی در نمودار (۱) نشان از تطابق بسیار خوب نتایج رابطه ارائه شده مدل ما (فرمول (۵)) با نتایج تجربی می باشد. می توان تطابق ماکزیمم مقدار نمودار برای انرژی بستگی در Fe و همچنین صعود و نزولهای نمودار انرژی بستگی تجربی (۱) در مقایسه با مقادیر محاسبه شده از فرمول (۵) را مشاهده نمود. فرمول انرژی بستگی هسته ای (۵) از مدل های موجود متنوعی استخراج شده است که این دلیلی بر نام مدل جامع هسته ای، INM، می باشد. تلاش حاضر به منظور ارائه یک مدل جامع هسته ای می باشد که توانایی استخراج تمام مشخصات هسته ای از قبیل انرژی بستگی، اعداد جادویی، حالت های برانگیخته و گشتاورهای مغناطیسی را داشته باشد که در این مقاله به محاسبه انرژی بستگی، انرژی شکافت و گشتاور مغناطیسی هسته ها پرداختیم. چنین تلاشها و مفاهیمی می تواند منجر به فهمی واقعی تر و تصویری دقیقتر از هسته ها شود.

ما معتقدیم که نتایج بدست آمده از مدل جامع هسته ای ما نه تنها فهمی ساده تر دارد بلکه فیزیکی تر و نسبتا نزدیکتر به داده های تجربی است نسبت به مدل های دیگر. مشخصات دیگر هسته ها در چارچوب این مدل جامه هسته ای توسط گروه ما در حال بررسی و مطالعه می باشد.

مراجع

- [1] H. A. Bethe, Rev. Mod. Phys. 8, 82 (1936).
- [2] G. T. Garvey and I. Kelson, Phys. Rev. Lett. 16, 1967 (1966).
- [3] I. Kelson and G. T. Garvey, Phys. Lett. 23, 689 (1966).
- [4] G. T. Garvey, W. T. Gerace, R. L. Jaffe, I. Talami and I. Kelson, Rev. Mod. Phys. 41, s1 (1969).
- [5] A. Deshalit and H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics*, Volume 1, John Wiley & Sons Inc., New York 1974.
- [6] W. N. Cottingham and D. A. Greenwood, *An Introduction to Nuclear Physics*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [7] W. E. Meyerhof, *Elements of nuclear physics*, McGraw-Hill series in fundamentals of physics, New York 1967.
- [8] N. Ghahramany, H. Hora, G. H. Miley, M. Ghanaatian, M. Hooshmand, K. Philberth, F. Osman, PHYSICS ESSAYS 21 ,3, 200 (2008).
- [9] N. Ghahramany, M. Ghanaatian, M. Hooshmand, Iranian Physical Journal, Vol. 1, No. 2., 35 (2007).