

بررسی مسأله رمبش شوکی در همجوشی محصور شدگی اینرسی با توجه به مدل گادریلی

در هدف لایه ای حاوی D^3He

زینب رهنمای گسکرئی، عباس قاسمی زاد*

رشت، دانشگاه گیلان، دانشکده علوم پایه

چکیده

در همجوشی محصورشدگی اینرسی (ICF)، کلید دستیابی به شرایط احتراق، چگالی و تراکم بالا است که نتیجه موج های شوکی حاصل از فرآیند قطع می باشد. از آن جا که شوک واحد قوی سطح، افزایش چگالی با ضریب ۴ در پلاسما ایجاد می کند، رسیدن به چگالی بالا مستلزم استفاده از شوک های ضعیف چند مرحله ای است که با هندسه همگرای کروی ترکیب شده اند. این شوک ها با هم آمیخته شده و شوک قویتری شکل می گیرد که به سمت داخل هدف انتشار می یابند. موج شوک در مرکز رمبش یافته و شوک خروجی ثانویه شکل می گیرد که مواد سوختی را بیشتر گرم و متراکم می کند. در این مقاله، موج های شوکی کروی و مسأله رمبش شوکی با توجه به مدل گادریلی در هدف حاوی D^3He مورد مطالعه قرار گرفته است.

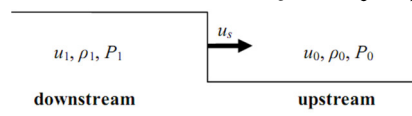
کلید واژه: همجوشی محصور شدگی اینرسی، موج شوک، تراکم، رمبش شوک

مقدمه

در همجوشی محصورشدگی لختی، یک پوسته کروی با سوخت قابل همجوشی پر می شود و با تابش مستقیم لیزر و یا باریکه یونی (متراکم سازی مستقیم) و یا پرتوهای ایکس ناشی از پرتوهای لیزر تابیده شده به یک محفظه با عدد اتمی بالا (متراکم سازی غیرمستقیم) به سمت داخل شتاب داده می شود. انرژی ناشی از این پرتوها، روی سطح خارجی پوسته نهشت می یابد و منجر به قطع مواد از سطح خارجی پوسته می گردد. این قطع جرم، طبق قانون سوم نیوتن، باعث به وجود آمدن اثر موشکی می شود که متعاقب آن لایه سوختی ساچمه به سمت داخل شتاب یافته و متراکم می گردد. به این ترتیب ماده سوختی تا دمای گرماهسته ای، گرم شده و یک ناحیه پلاسما کم چگال به نام لکه داغ که شرط انجام واکنش همجوشی در آن مهیاست، ایجاد می گردد [۱و۲].

موج شوک

شوک ها اختلالاتی در سیالند که با سرعت مافوق صوت انتشار می یابند و از نهشت سریع انرژی یا اندرکنش شاره های سوپرسونیک شکل می گیرند و تغییر ناگهانی و تکینگی در پارامترهای شارش سرعت، چگالی و فشار ایجاد می کنند. در شوک جرم، تکانه و انرژی پایسته، ولی آنتروپی ناپایسته می ماند. جبهه شوک دو ناحیه upstream محیط شوک نیافته و downstream محیط شوک یافته ایجاد می کند که به ترتیب با اندیس 0 و 1 نشان داده می شود، u_s سرعت شوک است.



شکل (۱): طرح جبهه شوک مسطح [۲]

شرایط مرزی حاصل از موج شوک و روابط پرش از پایداری جرم، تکانه و انرژی به دست می آید:

$$\rho_0 u_0 = \rho_1 u_1$$

$$\left(e_0 + \frac{u_0^2}{2} \right) \rho_0 u_0 + P_0 u_0 = \left(e_1 + \frac{u_1^2}{2} \right) \rho_1 u_1 + P_1 u_1 + \frac{u_1^2}{2} \quad (1)$$

$$P_0 + \rho_0 u_0^2 = P_1 + \rho_1 u_1^2$$

که e انرژی درونی ویژه می باشد.

برای گاز ایده ال با معادله حالت $e = \frac{PV}{\gamma - 1}$ که γ ضریب بی دررو می باشد، نسبت چگالی و فشار با توجه

به روابط پرش برابر است با:

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{(\gamma + 1)P_1 + (\gamma - 1)P_0}{(\gamma - 1)P_1 + (\gamma + 1)P_0} \quad (2)$$

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{(\gamma + 1)\rho_1 + (\gamma - 1)\rho_0}{(\gamma - 1)\rho_0 + (\gamma + 1)\rho_1} \quad (3)$$

اگر محیط up ایستا باشد، سرعت شوک را به سرعت صوت c_{s_0} می توان مرتبط کرد:

$$u_s^2 = \frac{c_{s_0}^2}{2\gamma} \left[(\gamma - 1) + (\gamma + 1) \frac{P_1}{P_0} \right] \quad (4)$$

که سرعت صوت در گاز ایده ال برابر با $c_s^2 = \frac{\gamma P}{\rho}$ است. سرعت شوک اغلب توسط عدد ماخ $M_s = \frac{u_s}{c_{s_0}}$

نسبت سرعت شوک به سرعت صوت موضعی در محیط up مشخص می شود. در شوک ضعیف $M_s \approx 1$ (معادل $\frac{P_1}{P_0} \approx 1$) است و تقریباً با سرعت صوت انتشار می یابند ولی در شوک قوی $M_s \gg 1$ (معادل $\frac{P_1}{P_0} \gg 1$) است. بیشینه تراکم ناشی از شوک قوی برابر است با:

$$\left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)_{\max} = \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right) \quad (5)$$

که برای گاز تک اتمی با $\gamma = \frac{5}{3}$ برابر ۴ است. با شوک قوی نمی توان شماره را به چگالی دلخواه متراکم کرد،

بنابراین در ICF از یک سری موج شوکی ضعیف با زمان بندی مناسب استفاده می شود [۱ و ۲ و ۳ و ۴].

دمای محیط down در شوک قوی برابر است با:

$$T_1 = \frac{\rho_0}{\rho_1} \frac{P_1}{\rho_0} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{P_1}{\rho_0} \quad (6)$$

سرعت شوک قوی و سرعت شماره بعد از شوک قوی برابر است با:

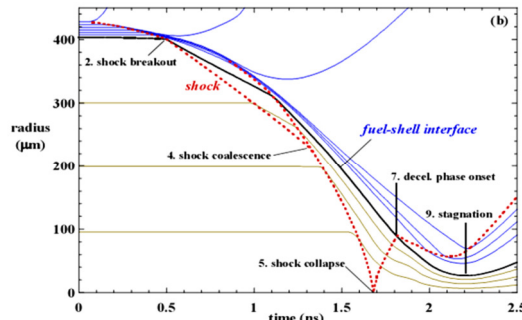
$$u_s^2 = \frac{\gamma + 1}{2} \frac{P_1}{\rho_0} \quad (7)$$

$$u_1 = \frac{2}{\gamma + 1} u_s \quad (8)$$

بررسی روند موج شوک در هدف ICF

در هر روش متراکم سازی، امواج شوکی حاصل از فرآیند قطع به سمت پوسته فرستاده می شود. وقتی امواج به سطح داخلی پوسته رسیدند، موج رفتی به سمت سطح خارجی آن منعکس می شود. با رسیدن موج رفت به سطح خارجی پوسته، ساچمه به سمت داخل شتاب می یابد و مرحله شتاب دار شدن شروع می شود. هنگام انعکاس امواج، شدت لیزر ابتدا به آرامی و بعد به تندی تا بیشینه شدت افزایش می یابد. موج

شوک دیگری در خلال افزایش شدت به سمت هدف فرستاده می شود که با موج شوک اولیه ادغام شده و تشکیل یک موج شوک قوی می دهند که به سمت داخل هدف انتشار می یابد. مرحله شتاب دار شدن با خاموش شدن پالس لیزر به پایان می رسد و متعاقباً فشار کاهش می یابد. حالا ساچمه سوخت با سرعت ثابت شروع به سرازیر شدن می کند. سرانجام شوک به مرکز ساچمه می رسد و به شدت از مرکز منعکس و به سمت داخل پوسته منتشر می شود یعنی رمبش شوکی رخ می دهد. برخورد موج انعکاسی به سطح داخلی پوسته باعث شتاب معکوس ضربه ای پوسته می شود و یک موج شوک به مرکز ساچمه منعکس و دوباره از مرکز به سمت پوسته بازتاب می شود.



شکل (۲): خط سیر فضا- زمان موج شوک [۵]

این امواج منعکس شده بعد از چندین بار برهم کنش با پوسته باعث ایجاد فشار تقریباً یکنواختی در ناحیه ماده سوختی می شوند. این مدت زمان، مرحله شتاب معکوس ضربه ای است. وقتی قدرت امواج شوکی بازتابی کمتر شود، لکه داغ تشکیل می شود و در این هنگام مرحله شتاب معکوس پوسته دیگر ضربه ای نخواهد بود، بلکه افزایش فشار لکه داغ حالت ضربه ای بودن شتاب معکوس را از بین می برد. پوسته مانند پیستون بر لکه داغ عمل کرده و به طور پیوسته باعث تراکم و گرم شدن آن می شود. کند شدن پیوسته پوسته تا زمانی که پوسته متوقف نشده و به سمت بیرون منبسط نشود، ادامه دارد [۱ و ۲ و ۴].

کلید دستیابی به چگالی بالای مورد نیاز در هدف های ICF استفاده از شوک های ضعیف چند مرحله ای است، حال آن را برای تکثیر فشار موثر و تراکم بهینه با هندسه همگرای کروی ترکیب می کنیم. تحلیل اخیر این پدیده در سال ۱۹۴۲ توسط گادرلی انجام شد. او یک راه حل خودمتشابه معادلات اولر را برای موج های شوکی همگرای کروی یافت و در گاز ایده ال بررسی کرد و نشان داد که برای شوک های همگرای کروی تراکمی با ضریب ۳۳ ممکن است. شوک کروی در ابتدا مانند موج شوک مسطح افزایش چگالی با ضریب ۴ ایجاد می کند. بعلاوه در حالت متقارن کروی با تراکم هم آنتروپی، افزایش چگالی با ضریب ۱۵ حاصل می شود. انعکاس موج شوکی ثانویه در مرکز، بیشتر از ۲ برابر تراکم کل را ایجاد کرده و منجر به افزایش چگالی با ضریب ۳۳ می شود [۴ و ۵].

گادرلی رفتار موج شوکی قوی کروی را در نزدیکی مرکز رمبش مانند یک سیستم خود متشابه بررسی کرد. هنگامی که موج های همگرا کننده به مرکز رمبش نزدیک می شوند، از مرز تولید خود جدا شده و خاطره جزئیات شکل گیری خود را از دست می دهند. آن چه در دست می ماند، عددی واحد است که برابر شدت شوک می باشد. از دست دادن مسافت مبنا و مقیاس زمانی ای که شوک را تولید کرده اند، ما را وادار می کند که برای شارش حاصل فرم خود متشابه را فرض کنیم. خصیصه سیستم خود متشابه این است که در هر لحظه از زمان و در هر مقیاسی از مسافت، طرح و شکل یکسانی دارد. دلیل این رفتار نداشتن مقیاس زمانی یا طولی مشخص معادلات اولر می باشد. تنها پارامتر سرعت صوت است، پس شارش به ترکیب $\frac{x}{t}$ وابسته می باشد. شارش خود متشابه معادلات دیفرانسیل جزئی تشریح رفتار هیدرودینامیکی شاره را به

معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل می کند و متغیرهای شارش را که تابعی از فضا- زمان هستند، به صورت تابعی از مختصه واحد خود متشابه X نشان می دهد:

$$\left. \begin{matrix} \rho(r,t) \\ u(r,t) \\ p(r,t) \end{matrix} \right\} fcn(xt^\alpha) \rightarrow fcn\left(\frac{x}{t}\right) \Rightarrow \begin{matrix} u(r,t) = u_0 f_u(x) \\ \rho(r,t) = \rho_0 f_\rho(x) \\ p(r,t) = \rho_0 u_0^2 f_p(x) \end{matrix} \quad (9)$$

در این حالت $\alpha = -1$ است. u_0 و ρ_0 به ترتیب چگالی و سرعت مرجع و α اندیس خود متشابه و f_u, f_ρ, f_p توابع خود متشابه فشار، چگالی و سرعت می باشند [۲ و ۴].

در مسأله رمبش شوکی در هدف کروی ICF بهتر است مختصه X را به صورت تابعی از شعاع- زمان بیان کنیم:

$$x(r,t) = \frac{1}{\xi_0} \frac{r}{|t-t_c|^\alpha} \quad (10)$$

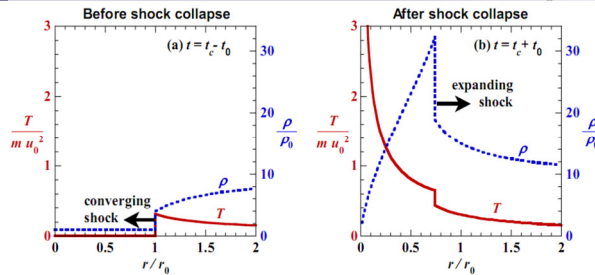
t_c لحظه رمبش شوک و ξ_0 پارامتر شدت شوک می باشد. اگر شوک همگراشونده کروی قوی درون گاز ایده ال سرد یکنواخت در حال سکون را فرض کنیم. شوک در مرکز رمبش از مسیر خود متشابه زیر پیروی می کند. r_s موقعیت شعاعی شوک و u_s سرعت شوک در زمان t به صورت زیر می باشد:

$$r_s(t) = \xi_0 (t-t_c)^\alpha, \quad u_s = \frac{dr_s}{dt} = \xi_0 \alpha |t-t_c|^{\alpha-1} \quad (11)$$

موقعیت مختصه خود متشابه شوک ورودی $X=1$ در نظر گرفته می شود. معادلات شارش خود متشابه با پیروی از شرایط پرش شوک قوی تعیین می شود:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{2}{\gamma+1} u_s \\ \rho_1 &= \rho_0 \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \\ p_1 &= \rho_0 u_s^2 \frac{2}{\gamma+1} \end{aligned} \quad (12)$$

این معادلات برای یک مقدار واحد α ممکن است، که این مقدار توسط ضریب بی دررو γ و به طور عددی تعیین می شود. برای رمبش کروی در گاز تک اتمی ایده ال با $\gamma = \frac{5}{3}$ ، $\alpha \cong 0.68838$ است. در لحظه رمبش، شوک از مرکز برای ایجاد شوک خروجی جدید منعکس می شود. این شوک جدید اندیس خود متشابه یکسان، ولی پارامتر شدت شوک کوچکتری نسبت به شوک اولیه دارد، چون از میان شاره در حال حرکت به سوی درون، انتشار می یابد. دما از چگالی و فشار با قانون گاز ایده ال به صورت $T = \frac{mp}{\rho}$ محاسبه می شود. چگالی با چگالی ρ_0 و دما با جرم متوسط ذره m و سرعت شوک u_0 در زمان $t_0 - t_c$ به صورت تابعی از موقعیت شعاعی $\frac{r}{r_0}$ در زمان های t_0 قبل از رمبش و t_0 بعد از رمبش بهنجار می شود (شکل ۳) [۵]. از ویژگی جالب شارش گادریلی قبل از رمبش برای شارش $\gamma = \frac{5}{3}$ ، پرش های چگالی ρ_0 به $4\rho_0$ در جبهه شوک و در شعاع های بزرگ تر به $9.5\rho_0$ می باشد و در لحظه رمبش شوکی شارش چگالی یکنواخت $9.5\rho_0$ را دارد و دما در مرکز اختلاف شدید نسبت به حالت اولیه می یابد. شوک منعکس شده چگالی را به مقدار بیشینه $32.3\rho_0$ افزایش می دهد و سرعت نزدیک مرکز به صفر می رسد.



شکل (۳): منحنی دما $\frac{T}{mu_0^2}$ و چگالی $\frac{\rho}{\rho_0}$ بر حسب $\frac{r}{r_0}$ برای $\gamma = \frac{5}{3}$ در زمان های (a) قبل از رمبش و (b) بعد از رمبش شوک

زمان رمبش شوک در ICF

در هدف ICF موج شوک باید از میان دو ناحیه مجزا از نظر چگالی (لایه جامد و سوخت گازی) انتشار یابد. اختلاف فاحش چگالی بین این نواحی تأثیر عمده بر انتشار شوک دارد. گادری مسئله را بدون سطح مشترک بررسی کرد، ولی ما باید چگونگی انتشار شوک از میان لایه و ورود آن به درون سوخت را اضافه کنیم. زمان لازم برای انتشار موج شوک از r_0 مرز درونی اولیه لایه تا مرکز رمبش برابر است با:

$$t_c - t_b = \left(\frac{r_0}{\xi_0} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (13)$$

t_b ، لحظه شیوع شوک است که شوک در موقعیت r_0 از لایه به درون سوخت فرستاده می شود. سرعت شوک در این لحظه از معادلات ۱۱ و ۱۳ محاسبه می شود:

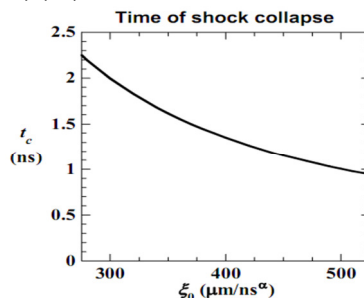
$$u_0 = \alpha r_0 \left(\frac{r_0}{\xi_0} \right)^{-\frac{1}{\alpha}} \quad (14)$$

موج شوک با سرعت u_1 در لایه و سرعت u_0 در سوخت از میان سطح مشترک سوخت - لایه ارسال می شود. $R_{us} = \frac{u_0}{u_1}$ نسبت سرعت هاست که با نسبت چگالی و γ در هر ماده قابل محاسبه است. فرض می شود شوک اولیه با سرعت ثابت میان لایه به ضخامت Δr که $\frac{\Delta r}{r_0}$ از مرتبه $\frac{1}{20}$ است، انتشار یابد. زمان عبور شوک از لایه برابر است با:

$$t_b - t_{rise} = \frac{\Delta r}{u_1} \quad (15)$$

t_{rise} زمانی است که لیزر به توان بیشینه خود می رسد. مثلاً برای پالس 1ns تأسیسات OMEGA در حدود 100Ps است. اگر $t=0$ لحظه حادث شدن لیزر باشد، زمان رمبش شوکی برابر است با:

$$t_c = t_{rise} + \frac{\Delta r}{u_1} + \left(\frac{r_0}{\xi_0} \right)^{\frac{1}{\alpha}} = t_{rise} + \left(1 + \frac{R_{us} \Delta r}{\alpha r_0} \right) \left(\frac{r_0}{\xi_0} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (16)$$



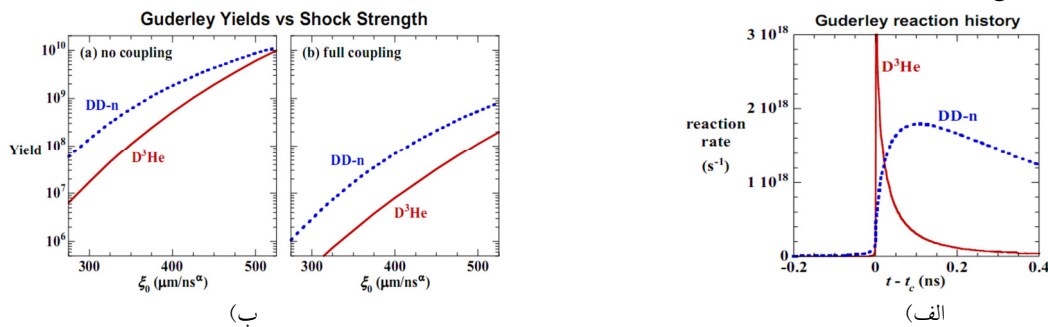
شکل (۴): زمان رمبش به صورت تابعی از ξ_0 در هدف حاوی گاز D^3He ، 18 اتمسفری، ضخامت لایه $\Delta r = 24 \mu m$ ، $t_{rise} = 100Ps$ و $R_{us} = 2.41$

مدل گادری، مدل تک سیالی است اما پلازما دو مولفه دارد: یون و الکترون، که به طور متفاوت با موج شوک گرم می شوند. برای بهره مطلوب باید جفت شدگی الکترون - یون را در نظر بگیریم. دمای تعادل نهایی پلاسمای یونیزه شده با توجه به جفت شدگی الکترون-یون برابر $T = \frac{Am_p p}{1+Z \rho}$ است، که Z عدد اتمی متوسط می باشد.

آهنگ تولید هسته ای را از طریق واکنش پذیری حرارتی با انتگرال گیری بر شعاع به دست می آوریم:

$$\frac{dN}{dt} = \int_0^{r_0} \frac{\pi}{A^2 m_p^2} \rho^2 \langle \sigma v \rangle r^2 dr \quad (17)$$

m_p جرم پروتون، A عددجرمی متوسط یون که برای مخلوط هم مولار D^3He برابر ۲/۵، $\langle \sigma v \rangle$ متوسط واکنش پذیری حرارتی موضعی برای توزیع سرعت یونی ماکسولی با دمای T می باشد. در واکنش دهنده های یکسان، ضریب $\frac{1}{2}$ برای محاسبه مضاعف در انتگرال ضرب می شود. با انتگرال گیری از آهنگ واکنش، بازه بدست می آید.



شکل (۵): (الف) آهنگ تولید هسته ای واکنش های D^3He و $DD-n$ در هدف حاوی D^3He با $r_0 = 410 \mu m$ و $\rho_0 = 0.0025 \frac{gr}{cm^3}$ ،

و فشار 18 اتمسفر در حالت بدون جفت شدگی حرارتی الکترون - یون و (ب) بازه $DD-n$ و D^3He بر حسب ξ_0 در مدل

گادری (a) حالت بدون جفت شدگی (b) حالت با جفت شدگی

بحث و نتیجه گیری

با توجه به مدل گادری، از شوکهای متوالی ترکیب شده با هندسه کروی، افزایش چگالی با ضریب 33 ایجاد میشود. هر چه شدت موج شوکی کمتر باشد زمان رسیدن به مرکز رمبش طولانی تر خواهد شد. بدلیل وابستگی دمایی شدید واکنش پذیری حرارتی D^3He ، آهنگ واکنش D^3He خیلی سریعتر از $DD-n$ افت میکند. جفت شدگی الکترون - یون در پلاسمای واقعی، بهره واکنش را نسبت به حالت بدون جفت شدگی کاهش می دهد. بیشترین تولید محصول هسته ای در لحظه رمبش و انعکاس شوک خروجی رخ می دهد که در این لحظه دما و چگالی خیلی بالاست.

References:

- [1] S. Pfalzner, "An Introduction to Inertial Confinement Fusion", Taylor & Francis Group, (2006).
- [2] S. Atzeni, J. Meyer-Ter-Vehn, "Inertial Fusion", Oxford Science Publications, (2004).
- [3] R. Paul Drake, "High-Energy Density Physics", Springer, (1965).
- [4] J. Duderstadt, A. Moses, "Inertial Confinement Fusion", A Wiley-Interscience Publication, (1982).
- [5] J. Ryan Rygg, "Shock Convergence and Mix Dynamics in Inertial Confinement Fusion", (2006).