



رهیافت وردشی در طراحی حفاظ نوترون

مصطفی یوسفی*، عبدالحمید مینوچهر، احمد ذوالفقاری

دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مهندسی هسته ای، گروه رآکتور

چکیده

در این مقاله با استفاده از فرمول بندی زوج و فرد معادله ترابرد نوترون و با بهره گیری از اصل کمینه مربعات تعمیم یافته یک اصول وردشی ازایه می شود. ویژگی های منحصر به فرد این اصل (که در ادامه به آن اشاره خواهد شد) سبب می شود که تابش سنجی نوترون با دقت مطلوبی در محیط های جاذب و نفوذ های عمیق میسر شود. علاوه بر سیر نظری این رهیافت، به توانایی برنامه محاسباتی تراورد در طراحی حفاظ بر پایه اصول وردشی معادله ترابرد نوترون نیز اشاره می شود. به نتایج برخی مثالها نیز در پایان اشاره می شود.

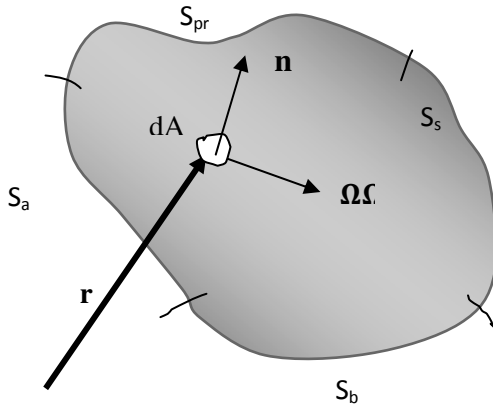
کلید واژه: حفاظ سازی، ترابرد نوترون، روش P_N ، اجزای محدود، روشهای وردشی

۱- مقدمه

جایگاه روشهای وردشی در فیزیک کلاسیک تا حد بسیار زیادی تثبیت شده و برجسته است. با این حال به این روشها در محاسبات فیزیک رآکتور آنگونه که در سایر حوزه های فیزیک مطرح است توجه کافی مبذول نشده است. از سوی دیگر استفاده از معادله پخش نوترون در محیط های جاذب و شرایطی که سطح مقطع از تغییرات شدیدی برخوردار است، خطای زیادی را از خود نشان داده [۱] و روشهای مونت کارلو نیز غالباً شار نوترون در بخشهای عمیق حفاظ را کمتر از حد واقعی ارزیابی می کنند، مگر آنکه تعداد نمونه گیری های انجام شده و حلقه های تکرار فرایند شبیه سازی بسیار زیاد باشد که این امر به نوبه خود منجر به صرف زمان و حافظه قابل توجه می شود.

بنابراین، یک روش مطلوب مراجعه به معادله اصلی حاکم بر فرایند جذب و نشر ذرات یعنی معادله ترابرد نوترون (بولتزمان) بوده مشروط بر آنکه رهیافت حل عددی مناسبی برای آن در نظر گرفته شود. در این مقاله قصد داریم تا با اشاره به مزیت های فرمول بندی معادله مذکور در قالب معادلات پارایته با استفاده از اصول وردشی و تقریبهای عددی، حل نسبتاً دقیقی را برای مسایل حفاظ سازی ازایه دهیم.

۲- روش کار



شکل ۱- حجم مورد بررسی و مرزهای چهار گانه آن

اکروید و ویلیامز [۳ و ۲] اثبات می کنند که برای محیطی به حجم V با مرزهای بازتابنده کامل، S_{pr} ، مرز برهنه، (S_b) ، مرز آلبدو (Albedo)، (S_a) ، با ضریب بازگشت $\rho < 1$ و مرزی با چشمه سطحی به قدرت T ، (S_s) ، (شکل ۱) بیشینه شدن تابعی زیر

$$K^+[\psi^+] \equiv \int_V dV \{ 2\langle \mathcal{S}^+(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \psi^+(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \rangle + 2\langle \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \psi^+(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \mathbb{G} \mathcal{S}^-(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \rangle - \langle \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \psi^+(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \mathbb{G} \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \psi^+(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \rangle - \langle \psi^+(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \mathbb{C} \psi^+(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \rangle \} - \int_{S_s \cup S_b} dS \{ \int_{4\pi} |\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n}| \psi^{+2}(\mathbf{r}_{s,b}, \boldsymbol{\Omega}) d\boldsymbol{\Omega} \} - \int_{S_a} dS \{ \int_{4\pi} |\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n}| \left(\frac{1-\rho}{1+\rho} \right) \psi^{+2}(\mathbf{r}_a, \boldsymbol{\Omega}) d\boldsymbol{\Omega} \} + 4 \int_{S_s} dS \{ \int_{\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n} < 0} |\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n}| \psi^+(\mathbf{r}_s, \boldsymbol{\Omega}) T(\mathbf{r}_s, \boldsymbol{\Omega}) d\boldsymbol{\Omega} \} \quad (1)$$

معادل حل معادله تک گروهی ترابرد نوترون یعنی:

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \psi_0(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \sigma_t(\mathbf{r}) \psi_0(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \int_{4\pi} \sigma_s(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') \psi_0(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' + \mathcal{S}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \quad (2)$$

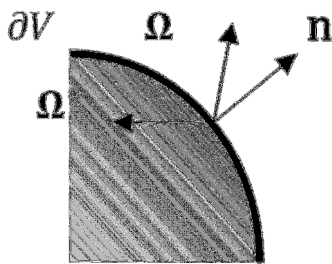
است که در (۱) توابع ψ^+ و ψ^- به ترتیب بیانگر شار زاویه ای زوج و فرد بوده و به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\psi^\pm(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \equiv \frac{1}{2} [\psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \pm \psi(\mathbf{r}, -\boldsymbol{\Omega})] \quad (3)$$

همچنین \mathcal{S}^\pm و σ_s^\pm به ترتیب نشانگر چشمه ها و سطوح مقاطع پراکندگی زوج و فرد بوده و به شیوه ای مشابه تعریف می شوند. نیز، عملگرهای حذف، \mathbb{C} و نشت، \mathbb{G} ، به صورت زیر معرفی می شوند:

$$\left(\mathbb{C}_{\mathbb{G}^{-1}} \right) f(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \equiv \sigma_t(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) - \int_{4\pi} \left(\frac{\sigma_s^+(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}')}{\sigma_s^-(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}')} \right) f(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \quad (4)$$

استفاده از توابع تقریبی ψ^\pm به جای توابع دقیق ψ_0^\pm باعث می شود تا تابعی $K^+[\psi^+]$ که از اصول وردشی ناشی شده است به بیشینه نظری خود نرسد. اثبات می شود [۳] که بیشینه شدن این تابعی تنها هنگامی رخ میدهد که: ψ^+ به ψ_0^+ میل کند. اگر وید [۳-ص ۱۰] در بیان مزایای استفاده از این روش بیان می دارد که «یک اصل وردشی اکسترممی از این ویژگی برخوردار است که بهترین جواب ممکن را از میان یک مجموعه تابع آزمون برمی گزیند. به این معنی که حل مربوطه، یک خطای مثبت را در کل حجم مورد مطالعه [و سطوح آن] کمینه می کند.» دیگر مزیت این روش آن است که جز رعایت الزامات مرز بازتابنده کامل (شکل ۲) یعنی $\psi^+(\mathbf{r}_{pr}, \Omega) = \psi^+(\mathbf{r}_{pr}, \Omega^*)$ تابع آزمون ψ^+ ملزم به ارضای $\frac{\partial \psi}{\partial \nu} = 0$ هیچ شرط مرزی دیگر حتی رعایت پیوستگی شار در فصل مشترک نواحی مختلف رآکتور نیز نمی باشد.



شکل ۲- مرز بازتابنده کامل

۳- بیشینه سازی اصل وردشی $K^+[\psi^+]$

در تحلیل بخش زاویه ای $\psi^+(\mathbf{r}, \Omega)$ می توان رهیافت های مختلفی از جمله P_N و یا S_N بهره برد لکن ضعف S_N که به اثر پرتو^۱ شهرت دارد، باعث نوسان جوابهای معادله حول جواب تحلیلی می شود که نمونه ای از آن در مرجع [۴] قابل رویت است. بنابراین روش P_N برای تحلیل وابستگی زاویه ای مناسب تر است. از سوی دیگر اصل $K^+[\psi^+]$ از این مزیت برخوردار است که هنگام استفاده از روش P_N تنها نیمی از هماهنگ های کروی نسبت به آنچه در حل مستقیم معادله ترابرد به کار می رود، در آن استفاده می شود که این به نوبه خود حجم معادلات جفت شده را تا حد زیادی کاهش می دهد.:

$$\psi^+(\mathbf{r}, \Omega) = \sum_{l+}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \sqrt{(2l+1)/4\pi} \varphi_{lm}(\mathbf{r}) Y_{lm}(\Omega) \quad ; \quad l_+ = 0, 2, \dots \quad (5)$$

وابستگی مکانی را نیز می توان به روشهای اختلاف محدود یا اجزای محدود مورد تحلیل قرار داد که انتخاب ما روش اخیر است:

$$\sqrt{(2l+1)/4\pi} \varphi_{lm}^e(\mathbf{r}) \approx \mathbf{m}_e^T(\mathbf{r}) \xi_{lm}^e \quad ; \quad \mathbf{r} \in V_e \quad (6)$$

¹ Ray Effect

که عناصر بردار $\mathbb{m}_e(\mathbf{r})$ توابع شکل عنصر بوده و درایه های بردار ξ_{lm}^e ضرایب نامعلومی هستند که در صورت پیدایش، مقادیر تابع آزمون $\varphi_{lm}^e(\mathbf{r})$ در گره های عنصر فضایی (e) را مشخص می کنند. با بکارگیری ویژگی های ضرب کرونکر (تانسوری) می توان بردار تکانه های بسط شار زاویه ای زوج را به صورت زیر بیان نمود:

$$\Psi_e^+(\mathbf{r}) = \mathbb{I} \otimes \mathbb{m}_e^T(\mathbf{r}) \xi_e \quad ; \quad \mathbf{r} \in V_e \quad (7)$$

که \mathbb{I} ماتریس یکه و ξ_e ترکیب همه ξ_{lm}^e ها (P گره در هر المان) است که پشت سر هم قرار گرفته اند:

$$\xi_e^T \equiv \left[\begin{array}{cccc} \xi_{00,1}^e & \cdots & \xi_{00,P}^e & \cdots \\ \xi_{2-2,1}^e & \cdots & \xi_{2-2,P}^e & \cdots \\ \xi_{lm,1}^e & \cdots & \xi_{lm,P}^e & \cdots \end{array} \right] \quad (8)$$

$$l = 0, 2, 4, \dots \quad ; \quad m = -l, \dots, +l$$

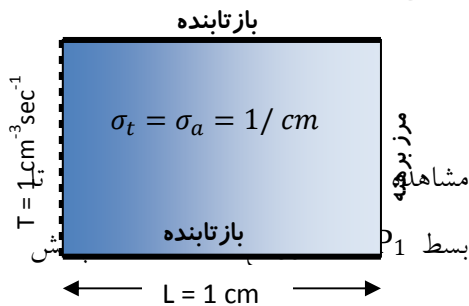
با ترکیب این دو تقریب، نهایتاً اصل $K^+[\psi^+]$ را به یک دستگاه معادلات خطی به شکل $\mathbb{M}\xi = \mathbb{S}$ تبدیل می کند که ماتریس \mathbb{M} حاوی مشخصات هندسی (مرزها) و مادی (سطح مقاطع) بوده و \mathbb{S} نیز ماتریس چشمه است. حل این دستگاه تکانه های بسط ψ^+ توسط هماهنگهای کروی یعنی $\varphi_{lm}(\mathbf{r})$ را بدست می دهد. این وضعیت به حالات چند گروهی نیز قابل تعمیم است.

۴- برنامه چند منظوره تراورد (ترابرد وردشی)

بر پایه محاسبات یاد شده برنامه محاسباتی تراورد (TRAVARD) در محیط نرم افزار Mathematica 7.0 تدوین شده است. از آنجا که این برنامه توانایی بسط شار زاویه ای و نیز بسط سطح مقطع پراکندگی تا مرتبه P_{13} را دارد به ویژه برای محاسبات حفاظ سازی نوترون و بررسی نفوذ های عمیق مناسب است. ضمناً انجام محاسبات دو بعدی و چند گروهی و نیز یافتن K_{eff} از دیگر قابلیت های این برنامه می باشد. در ادامه دو نمونه از نتایج این برنامه در محاسبات حفاظ سازی ارایه می شود.

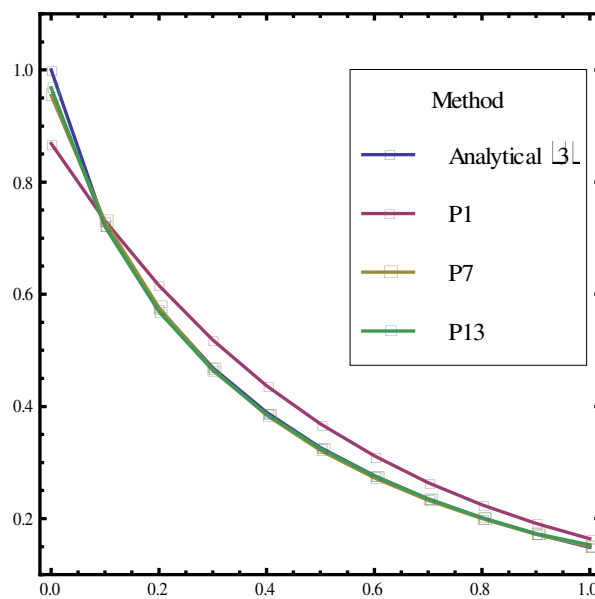
۵- مثالها و نتایج

۵-۱- **آزمون جاذب خالص**^۲: هر برنامه دو بعدی باید توانایی پوشش دهی مسایل یک بعدی را داشته باشد که در این صورت دو سوی ابعاد اضافی را باید به مرزهای بازتابنده کامل مجهز نمود. شکل زیر بیانگر یک حفاظ یک بعدی از جاذب خالص است که روی مرز چپ آن چشمه همسانگرد به قدرت واحد قرار دارد. نتایج حاصل از تراورد با نمودار تحلیلی آن مقایسه شده است.



شکل ۳- مشخصات جاذب کامل در مسئله ۵-۱

است) با نتایج تحلیلی اختلاف نسبتاً زیادی داشته و تحلیل دقیقتر نیازمند بسط های بالاتر است.



شکل ۴- نمودار تضعیف شار نوترون با استفاده از نتایج برنامه تراورد

در مقایسه با حل تحلیلی در مسئله ۵-۱ از مرجع [۳]

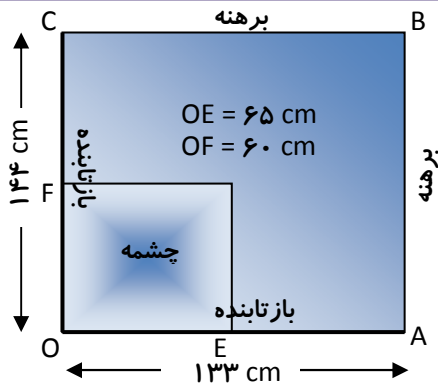
۵-۲- **آزمون نفوذ عمیق**^۳: این مسئله یک مستطیل دو بعدی به شکل زیر است که در گوشه ای از آن چشمه دو گروهی کار گذاشته می شود. هدف از طرح این مسئله بررسی توانایی یک کد در محاسبه شار در قسمت های عمیق یک حفاظ است. متاسفانه به علت در دسترس نبودن مقادیر عددی تنها به مقایسه کیفی نتایج برنامه تراورد با آنچه در مرجع [۳] آمده است اکتفا می شود:

^۲ Pure Absorber Test

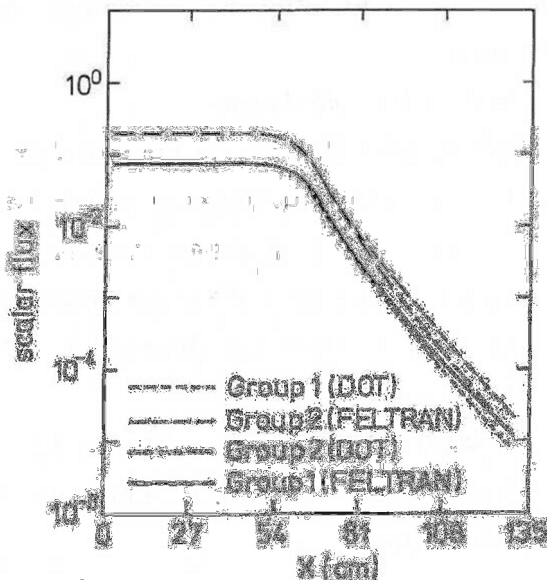
^۳ Deep Penetration Test

جدول ۱- داده های مسئله ۵-۱ از مرجع ۳

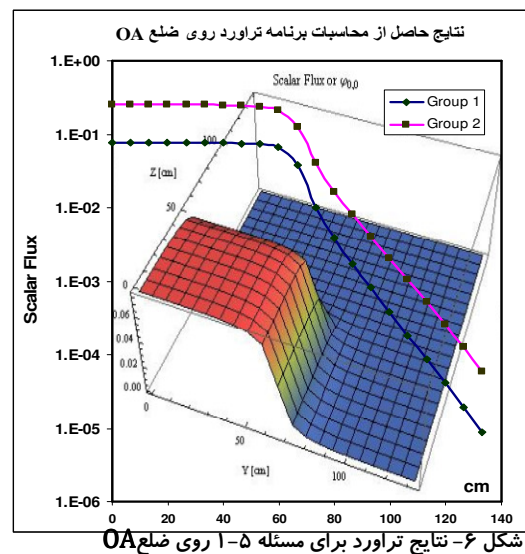
داده	گروه ۱	گروه ۲
σ_t	+ / ۱۰۱۰۸	+ / ۱۰۸۵۲۶
σ_a	+ / ۰۶۱۷۳۳	+ / ۰۹۶۰۲۷
$\sigma_{s0}^{g \rightarrow g}$	+ / ۰۱۵۹۲۳	+ / ۰۱۲۵۰۲
$\sigma_{s0}^{g-1 \rightarrow g}$	+ / ۰	+ / ۰۲۳۴۳۴
$\sigma_{s1}^{g \rightarrow g}$	+ / ۰۰۸۹۷۶	+ / ۰۰۳۹۱۴
$\sigma_{s1}^{g-1 \rightarrow g}$	+ / ۰	+ / ۰۰۹۰۱۶
چشمه همسانگرد	+ / ۰۰۶۵۴۶	+ / ۰۱۷۷۰۱



شکل ۵- ابعاد و ترکیب نواحی چشمه و حفاظ دو گروهی



شکل ۷- نتایج مسئله ۵-۱ از مرجع ۳ روی ضلع OA



شکل ۶- نتایج تراورد برای مسئله ۵-۱ روی ضلع OA

۶- بحث و نتیجه گیری

همانطور که از نتایج و نمودارها حاکی است روشهای وردشی در ترکیب با روش اجزای محدود و هماهنگهای کروی توانایی مطلوبی را در محاسبات حفاظ سازی از خود نشان می دهند. نتایج تکمیلی به یاری خدا در آینده نزدیک در مجلات معتبر به چاپ خواهد رسید.

۷- مراجع

- [1] Lamarsh J. R., "Introduction to Nuclear Reactor Theory", Addison-Wesley Pub. Co., 1972.
- [2] Williams M. M. R., Ackroyd R. T., "An Extended Variational Principle for an Albedo Boundary Condition", Ann. Nucl. Energy, **11**, No. 6, pp. 296-273, 1984.
- [3] Ackroyd R. T., "Finite Element Methods for Particle Transport", J.Wiley & Sons Inc., 1997.
- [4] Sartori E., Azmy Y., "Nuclear Computational Sciences", (Ch. 2 Written by E. E. Lewis), Springer, 2010.