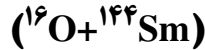


محاسبه پتانسیل برهم کنش و سطح مقطع همجوشی هسته های کروی با استفاده از مدل

دابل فولدینگ (D-F) و شارژ کانت (C-C) ، سطح مقطع همجوشی واکنش



صدیقه کلالی^۱؛ محمد فرهاد رحیمی^{۱*}؛ امید ناصر قدسی^۲؛ مریم شایانی راد^۱

^۱دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده علوم پایه، بخش فیزیک

^۲دانشگاه مازندران، دانشکده علوم پایه، بخش فیزیک

چکیده

به منظور محاسبه سطح مقطع همجوشی واکنش (${}^{16}\text{O} + {}^{144}\text{Sm}$)، از مدل دابل فولدینگ، استفاده شده است. محاسبه پتانسیل برهم کنش بین دو یون سنگین کروی-کروی نیز براساس برهم کنش نوکلئون-نوکلئون (NN) موثر M3Y، صورت گرفته است. در ساده ترین شکل همجوشی هسته ای، یعنی مدل "نفوذ تک-سدی"، سد همجوشی به تنهایی فرایند همجوشی را تعیین می کند. ما در حالت کلی، جفت شدگی با مدهای ارتعاشی چهارقطبی و هشت قطبی در هسته ${}^{144}\text{Sm}$ ، را برای حالت تک فونونی، یعنی فقط حالت های 3_2 و 3_3 ، در محاسبات وارد کرده ایم. جفت شدگی کانالها (C-C)، نه تنها باعث افزایش سطح مقطع همجوشی زیر سد و نزدیک سد کولنی می شوند، بلکه توزیع سد همجوشی پهن تری نسبت به حالت تک سد می دهند که با مقادیر تجربی سازگارتر است.

واژه های کلیدی :

سطح مقطع همجوشی هسته های کروی، مدل دابل فولدینگ، جفت شدگی کانالها، برهم کنش M3Y.

مقدمه

در مدل دابل فولدینگ (DF)، که از انتگرال گیری روی دو چگالی مربوط به واکنش همجوشی دو یون سنگین، نتیجه میشود، از بخش حقیقی پتانسیل اپتیکی متناظر دو هسته استفاده می گردد [1]. در واقع بخش حقیقی پتانسیل اپتیکی، پراکندگی کشسان و بخش موهومی آن پراکندگی ناکشسان و جذب را در نظر میگیرند [2]. بخش حقیقی پتانسیل به شکل پتانسیل وود - ساکسون، و بخش موهومی آن به صورت جمع جبری شکل WS و مشتق WS در نظر گرفته شده است که دارای پارامترهای زیادی می باشند و از برآزش با داده های تجربی [3] به دست می آیند. در مدل نفوذ تک-سدی [4]، خود سد همجوشی به تنهایی می تواند فرایند همجوشی را توضیح دهد و ارتفاع، شعاع و پهنای سد، توسط پتانسیل هسته ای و پتانسیل کولنی بدست می آیند. مسأله مهم در اینجا تعیین پتانسیل هسته ای دقیق می باشد. جفت شدگی تک - سدها با انرژیها و شعاعهای متفاوت، منجر به توزیع سدها می شود. در مدل جفت شدگی کانالها C-C، پتانسیل هسته ای نقش عمده دارد [5]. چون پارامترهای پتانسیل وود ساکسون چندان دقیق و کافی نیستند لذا ما توسط برهم کنش نوکلئون-نوکلئون موثر در مدل DF، بر اساس G-matrix حاصل از برهم کنش نوکلئون-نوکلئون آزاد استفاده کردیم [6]. در اینجا پتانسیل نوکلئون-نوکلئون موثر بین چگالی هسته های پرتابه و هدف، فولدینگ می شوند. طبق نظریه فشاخ، که پتانسیل اپتیکی را به صورت نیمه میکروسکوپی محاسبه می کند، [2]،

می توان پتانسیل نوکلئون-نوکلئون موثر در مدل D-F را از برازش برهم کنش های $M3Y$ (۳ جمله یوکاوا-میشیگان، Yukawa Michigan) با عناصر ماتریس G ، حاصل از معادله ی بت - گولدستون (Beth-Goldstone) به دست آورد چون در مدل D-F، پتانسیل اپتیکی حقیقی جمع دوبخش مستقیم (D) و تبادلی (Ex) است. در ساده ترین شکل مدل D-F، بخش تبادلی با در نظر گرفتن نیروی نوکلئون-نوکلئون N-N با برد صفر تقریب زده می شود. سطح مقطع همجوشی با در نظرگیری پتانسیل N-N با برد محدود، به جای برد صفر، اندکی تغییر می کند [8], [7]. برای بررسی جفت شدگی حرکت نسبی هسته های برخوردکننده با حالت های ذاتی شان، ما سطح مقطع و توزیع سد همجوشی [9] واکنش ($^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$) را، که برای آن داده های تجربی موجودند [3]، محاسبه کرده ایم. ما در این جفت شدگی، مدهای ارتعاشی چهارقطبی و هشت قطبی در هسته Sm¹⁴⁴ را، در محاسبات وارد کرده ایم. [4], [10].

بحث نظری

اساس روش فولدینگ، به طور دقیق برای نخستین بار توسط Satchler و Love انجام شده است [2]. در مدل D-F پتانسیل برهم کنشی بین دو یون سنگین، که هر دو هسته، پرتابه-هدف، کروی شکل باشند، و مراکز آنها در فاصله R از یکدیگر قرار داشته باشند، به صورت زیر محاسبه می شود:

$$U(\vec{E}, \vec{R}) = U_{D-F}^{\text{Direct}} + U_{D-F}^{\text{Exchange}} \quad (1)$$

U_{D-F}^{Direct} و $U_{D-F}^{\text{Exchange}}$ بخش مستقیم و تبادلی از قسمت حقیقی پتانسیل اپتیکی هستند که توسط روابط زیر، طبق مدل D-F، به دست می آیند.

$$U_{D-F}^{\text{Direct}}(\vec{R}) = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_t \rho_p(\vec{r}_p) \rho_t(\vec{r}_t) v_{pt}(\vec{s}, E)$$

$$U_{D-F}^{\text{Exchange}}(\vec{R}) = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_t \rho_p(\vec{r}_p, \vec{r}_p + \vec{s}) \rho_t(\vec{r}_t, \vec{r}_t - \vec{s}) v_{pt}(\vec{s}, E) \exp\left(\frac{i\vec{s} \cdot \vec{K}}{\mu}\right) \quad (2)$$

که در آن $\vec{s} = \vec{r}_i = \vec{r}_t - \vec{r}_p + \vec{R}$ ، $v_{pt}^E(\vec{s} + E)$ و $v_{pt}^D(\vec{s} + E)$ بخش های مستقیم و تبادلی نیروی نوکلئون-نوکلئون موثر، ρ_p و ρ_t نشانگر توزیع چگالی ماده هسته ای در هسته های هدف و پرتابه هستند. حال حرکت نسبی را به صورت یک موج تخت با عدد موجی یا تکانه K نمایش می دهیم [14]:

$$K^2(\vec{R}) = \frac{2m\mu}{h^2} [E_{c.m.} - U(\vec{E}, \vec{R}) - U_C(\vec{R})] \quad (3)$$

$U_C(\vec{R})$ پتانسیل کولنی بین یون های برهم کنش کننده، $E_{c.m.}$ انرژی پرتابه در سیستم مرکز جرم و μ جرم کاهش یافته است. چند عامل سبب پیچیدگی محاسبه بخش تبادلی پتانسیل برد محدود می شود. یکی اندازه حرکت نسبی \vec{R} است که محاسبه پتانسیل را به پتانسیل برهم کنشی وابسته می کند و منجر به مسأله خودسازگاری می شود. عامل دیگر، ماتریس چگالی غیر جایگزیده تک-جسمی است که منجر به پتانسیل غیر جایگزیده می شود [2], [11]. حل دقیق عددی این جمله پیچیده است. معمولاً این پتانسیل غیر جایگزیده، با

یک پتانسیل جایگزیده تقریب زده می‌شود. به این ترتیب که، ماتریس چگالی غیرجایگزیده تک-جسمی، توسط ماتریس چگالی جایگزیده واقعی تقریب زده می‌شود.

$$\rho_A(\vec{r}', \vec{r}' + \vec{s}) = \rho_A(\vec{r}' + \vec{s}) \hat{J}_1(k_{\text{eff}}(\vec{r}' + \frac{\vec{s}}{2}) \cdot \vec{s}) \quad (4)$$

که ρ_A نمایشی برای توزیع چگالی ماده‌ی هسته پرتابه ρ_p ، یا هدف ρ_t است. تکانه فرمی جایگزیده توسط تقریب توماس-فرمی بسط یافته (ETFA) برای چگالی انرژی جنبشی بدست می‌آید:

$$k_{\text{eff}}^2(r) = \frac{(3\pi^2\rho_A(r))^{2/3}}{5} + \frac{5C_S}{3} \frac{[\nabla\rho_A(r)]^2}{\rho_A^2(r)} + \frac{5}{36} \frac{\nabla^2(\rho_A(r))}{\rho_A(r)} \quad (5)$$

با فرض بسیار کوتاه برد بودن پتانسیل، می‌توان، با تقریب کاملاً خوبی، پتانسیل تبدلی NN را توسط شبه پتانسیل برد صفر برآورد کرد. [1]

$$U_{D-F}^{\text{Exchange}}(R) = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_t \rho_p(\vec{r}_p) \rho_t(\vec{r}_t) \hat{J}(E) \delta(\vec{r}_{12}) \quad (6)$$

محاسبات برای بخش مستقیم پتانسیل، برای حالت مستقل از اسپین و ایزواسپین بخش نیروی مرکزی برهم کنش نوکلئون-نوکلئون صورت گرفته است. [6]

$$v_{pt}^D(r) = [11062 \frac{e^{-4r}}{4r} - 2538 \frac{e^{-2.5r}}{2.5r}] \text{Mev}$$

$$v_{pt}^E(r) = [-1524 \frac{e^{-4r}}{4r} - 518.8 \frac{e^{-2.5r}}{2.5r} - 7.847 \frac{e^{-0.7072r}}{0.7072r}] \text{MeV} \quad (7)$$

در شکل (۱) پتانسیل کل را برای واکنش ($^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$) با استفاده از دو تقریب برد صفر و برد محدود محاسبه و رسم کرده‌ایم. تغییرات در ناحیه سد کولنی به طور واضح تر در شکل (۲) رسم شده است. مشاهده می‌شود که در نواحی که هم پوشانی زیاد است استفاده از تقریب برد محدود عمق پتانسیل را کاهش می‌دهد و در ناحیه سد کولنی، ارتفاع سد خیلی کم، یعنی حدود 0.2MeV ، کاهش می‌یابد. نشان خواهیم داد که تغییر کوچک پتانسیل در ناحیه سد تا چه اندازه در نتایج داده‌های سطح مقطع همجوشی تأثیر می‌گذارد.

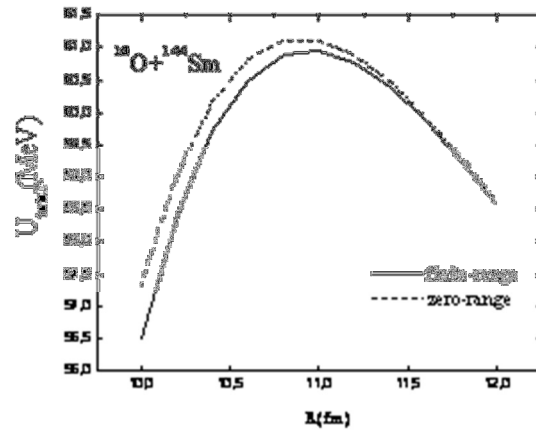
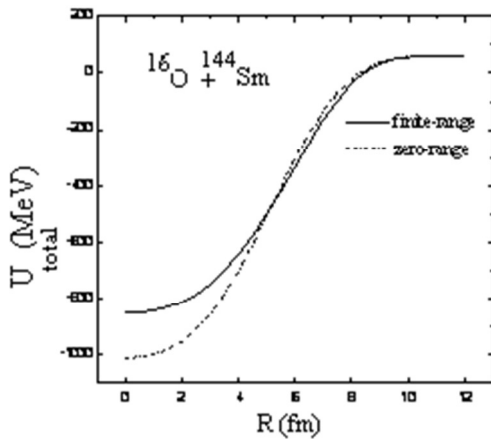
در مکانیک کوانتومی، پتانسیل کل موج s، ($l=0$) برای سیستم تک سدی (SB)، که در آن از اثر جفت‌شدگی با حالت‌های ذاتی حذف شده است، را می‌توان، با یک سهمی وارونه در ناحیه سد کولنی تقریب زد، در این صورت داریم:

$$V_0(R) \cong V_{B0} - \frac{1}{2} \mu^2 \Omega^2 (R - R_{B0})^2 \quad (8)$$

که V_B ارتفاع و R_B مکان و Ω انحناي سد پتانسیل برای موج s، ($l=0$) است. در سال ۱۹۷۳، وانگ با استفاده از این تقریب، فرمولی تحلیلی برای سطح مقطع کل همجوشی بدست می‌آورد، که به فرمول وانگ مشهور است [5],[12]:

$$\sigma_{\text{fus}}(E_{\text{c.m.}}) = R_B^2 \frac{\hbar\Omega}{2E_{\text{c.m.}}} \text{Ln} \left(1 + \exp \left[\frac{2\pi}{\hbar\Omega} (E_{\text{c.m.}} - V_B) \right] \right) \quad (9)$$

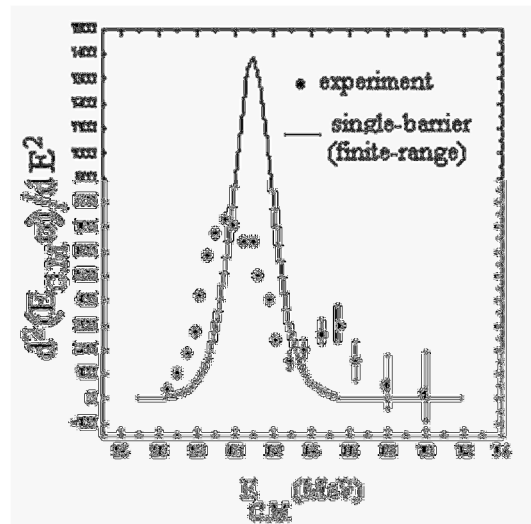
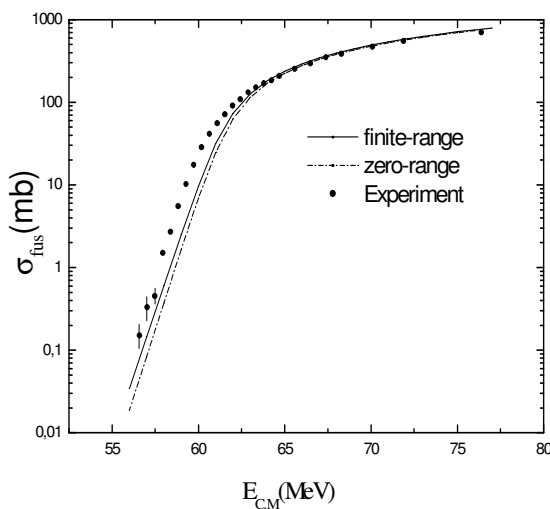
در سال ۱۹۹۱، Rowley نشان داد که مشتق انرژی احتمال گذار موج S، تقریباً با مشتق دوم $E_{c.m} \sigma$ نسبت به انرژی مرکز جرم، یعنی همان توزیع سد، متناسب است [13]. در این صورت توزیع سد همجوشی $D(E_{c.m})$ برابر می شود با



شکل ۱. پتانسیل کل برای واکنش ($^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$) با استفاده از پتانسیل تبدیلی برای دو تقریب برد صفر و محدود. شکل ۲. مقایسه تغییرات پتانسیل کل در ناحیه سد کولنی برای واکنش $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$ با استفاده از پتانسیل تبدیلی برد صفر و محدود.

$$D(E_{c.m}) = \frac{d^2}{dE_{c.m}^2} (E_{c.m} \sigma_{\text{fus}}(E_{c.m})) = \frac{\pi R_B^2}{(1 + \exp[\frac{2\pi}{\hbar\Omega}(E - V_B)])} \quad (10)$$

در شکل (۳) برای واکنش ($^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$)، سطح مقطع همجوشی، که با استفاده از پتانسیل تبدیلی برد محدود و برد صفر محاسبه شده اند، با مقادیر تجربی مقایسه شده است. مشاهده می کنیم که استفاده از پتانسیل



شکل ۳. مقایسه سطح مقطع همجوشی محاسبه شده با استفاده از فرمول وانگ برای دو حالت ذکر شده و با مقادیر تجربی

شکل ۴. مقایسه بین توزیع سد همجوشی برای حالت تک سدی با پتانسیل تبدیلی برد محدود، با مقادیر تجربی

تبادلی برد محدود، که با تقریب بهتری به دست می آید، باعث می شود که ارتفاع سد پتانسیل کاهش یافته و سطح مقطع همجوشی به مقدار تجربی نزدیک تر شود. ما همچنین توزیع سد همجوشی را برای پتانسیل تبادلی برد محدود محاسبه کرده ایم، و در شکل (۴) مشاهده می کنیم که این توزیع حول $E=V_B=61\text{MeV}$ متقارن و جایگزیده است.

برخورد بین دو هسته در حضور حرکت نسبی بین مرکز جرم هسته های برخوردکننده، $\vec{r} = (r, \hat{r})$ با حالت های ذاتی هسته ای ξ را توسط هامیلتونی زیر بررسی می کنیم [5].

$$H(\vec{r}, \xi) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r) + H_0(\xi) + V_{\text{coup}}(\vec{r}, \xi) \quad (11)$$

جمله اول متناظر با انرژی جنبشی و جمله دوم انرژی پتانسیل خالص است. جمله $H_0(\xi)$ هامیلتونی حالت ذاتی و $V_{\text{coup}}(\vec{r}, \xi)$ پتانسیل جفت شدگی بین آنها است. با بسط تابع موج به صورت حاصل ضرب تابع موج حالت ذاتی در تابع موج حرکت نسبی، داریم:

$$\psi(\vec{r}, \xi) = \sum_{n,l} \frac{u_{nl}^J(r)}{r} [Y_l(\hat{r}) \Phi_{nl}(\xi)]^{JM} = \sum_{n,l} \frac{u_{nl}^J(r)}{r} \sum_{m_l, m_l} \langle l m_l m_l | J M \rangle Y_{l m_l}(\hat{r}) \Phi_{n l m_l}(\xi) \quad (12)$$

با ضرب $[Y_l(\hat{r}) \Phi_{nl}(\xi)]^{JM}$ از طرف چپ داریم

$$\langle [Y_l(\hat{r}) \Phi_{nl}(\xi)]^{JM} | H(\vec{r}, \xi) - E | \psi(\vec{r}, \xi) \rangle = 0 \quad (13)$$

می توان معادله شرودینگر را به صورت گروهی از معادلات جفت شده برای تابع موج حرکت نسبی، $u_{nl}^J(r)$ به شکل زیر، نوشت:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r) + \epsilon_n - E \right] u_{nl}^J(r) + \sum_{\hat{n}, l, \hat{l}} \langle [Y_l \Phi_{nl}]^{JM} | V_{\text{coup}}(\vec{r}, \xi) | [Y_{\hat{l}} \Phi_{\hat{n} \hat{l}}]^{JM} \rangle u_{\hat{n} \hat{l}}^J(r) = 0 \quad (14)$$

این معادلات، معادلات جفت شدگی کانال ها نامیده می شوند، و جفت شدگی همه کانال ها را شامل می شود.

بحث و نتیجه گیری:

مدل دابل فولدینگ، یک مدل مناسب برای محاسبه پتانسیل هسته ای بین دو هسته کروی در حالت پایه است. مشاهده کردیم، استفاده از بخش تبادلی با تقریب برد صفر، علاوه بر اینکه محاسبات را ساده تر و زمان محاسبات را کوتاه ترمی کند، سطح مقطع نسبتاً خوبی را نیز برآورد می کند. ما محاسبات دقیق تری را با استفاده از برد محدود انجام دادیم که منجر به تغییرات نسبتاً کمی در ناحیه سد پتانسیل گردید. همچنین، با محاسبه سطح مقطع همجوشی نشان دادیم که همین تغییرات نسبتاً کم در ناحیه سد کولنی، نقش بسزایی در تعیین سطح مقطع همجوشی دارد. برای واکنش (${}^6\text{O} + {}^{134}\text{Sm}$)، که داده های تجربی آن در بازه انرژی مورد نظر موجودند، مشاهده کردیم، استفاده از پتانسیل تبادلی با برد محدود سطح مقطع همجوشی را دقیق تر برآورد می کند. روش دقیق تر برای تعیین سطح مقطع همجوشی، رسم توزیع سد همجوشی است. توزیع سد همجوشی به شدت به درجات آزادی هسته های برهم کنشی وابسته است. با در نظر گیری دو مد ارتعاشی

هسته ^{134}Sm ، مشاهده کردیم، جفت شدگی کانالها، نه تنها باعث افزایش سطح مقطع همجوشی زیر سد و نزدیک سد کولنی می شود، بلکه توزیع سد هم جوشی پهن تری نسبت به حالت تک-سدی می دهد که با مقادیر تجربی بسیار سازگارتر است. بخاطر وجود اصل طرد پائولی و اثرات تراکم ناپذیری در واکنش هم جوشی، از یک پتانسیل پدیده شناختی کوتاه برد، به نام پتانسیل دافعه مغزی استفاده کردیم. برای واکنش $(^{16}\text{O} + ^{134}\text{Sm})$ ، پارامترهای پتانسیل دافعه را به نحوی تعیین کردیم که ضریب تراکم پذیری مناسبی تولید کند. مشاهده شد که با افزودن پتانسیل پدیده شناختی مغزی دافعه به پتانسیل هسته ای D-F، که منجر به ارائه پتانسیل برهم کنشی مناسب تری بین دو یون می شود، سطح مقطع هم جوشی با مقدار تجربی سازگاری بیشتری پیدامی کند.

مراجع:

- [1] I.I Gontchar, D.J.Hinde, M.Dagupta, and J.O.Newton , Phys.Rev.C ,69, 024610 (2004) ;
- [2] G.R.Satchler, W.G.Love Phys. Rep. 55, NO3 , P.183 (1979).
- [3] J. R. Leigh, M. Dasgupta, D. J. Hinde, J. C.Mein, C.R. Morton,R. C. Lemmon, J. P. Lestone, J. O. Newton, H. Timmers, J. X. Wei, and N. Rowley, Phys. Rev. C,52 , 3151(1995).
- [4] A. B. Balantekin, N. Takigawa, Reviews of Modern Physics, 70 , No. 1 (1998)
- [5] C. H. Dasso, S.Landowne, and A. Winther, Nucl.Phys.A 405, 381(1983),A 407, 221 (1987).
- [6] M. E. Brandan and G. R. Satchler, Phys. Rep. 285, 143(1997).
- [7] Dao T. Khoa and W. von Oertzen, Phys. Lett. B304, 8 (1993)
- [8] Dao T. Khoa, G. R. Satchler, and W. von Oertzen, Phys. Rev.C,56 , 954(1997).
- [9] N. Rowley, G. R. Satchler, and P. H. Stelson, Phys. Lett. B²⁵⁴, P.25(1991).
- [10] M. Dasgupta, D.J. Hind, A.M. Stefanini ; Annu.Rev. Part. Sci. 48,401 (1998).
- [11] Dao T.Khoa, W. von Oertzen, and H. G. Bohlen, Phys.Rev.C,49, P. 1652 (1994).
- [12] G.Bertsch, J.Borysowicz, H.McManus and W.G.Love, Nucl.Phys .A, 284, P. 399 (1977).
- [13] N. Rowley, G. R. Satchler, and P. H. Stelson, Phys. Lett. B254, P.25(1991).
- [14] K. Hagino, N. Rowley, and A. T. Kruppa, Comput. Phys.Commun.123, 143(1999).
- [15] M. Wilhelm, E. Radermacher, A. Zilges, and P. von Brentano ,54. 449(1996).
- [17] Dao T. Khoa, G. R. Satchler, and W. von Oertzen, Phys. Rev.C,56 , 954(1997).
- [18] S. Misicu and H. Esbensen Phys. Rev.C ,75 , P.14 (2007).