



## بررسی نقش ارتعاشات سطحی در سطح مقطع همجوشی واکنش $^{12}\text{C} + ^{20}\text{Ne}$

شهلا ممقانی\*<sup>۱</sup> - صمد سبحانیان<sup>۲</sup> - مهسا امیر عابدی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> و <sup>۳</sup>، دانشگاه آزاد اسلامی واحد عجبشیر

<sup>۲</sup>، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات آذربایجانشرقی

### چکیده:

جفت شدگی بین مختصه<sup>۳</sup> (فاصله نسبی بین دو هسته) و سایر درجات آزادی سیستم از جمله درجه آزادی مربوط به ارتعاشات سطحی هسته ها و دوران هسته ها و تبادل نوکلئونها سبب افزایش سطح مقطع همجوشی در انرژیهای زیر سدی و کاهش سطح مقطع همجوشی در انرژیهای بالای سدی خواهد شد. بدین منظور به عنوان نمونه سطح مقطع واکنش همجوشی  $^{12}\text{C} + ^{20}\text{Ne}$  را انتخاب میکنیم که معمولاً در پلاسماهای آزمایشگاهی و دستگاههای محصور سازی مغناطیسی صورت می گیرد. نتایج حاصل از محاسبات نظری مربوط به این واکنش که در آن نقش ارتعاشات سطحی نیز در نظر گرفته می شود با استفاده از فرمالیسم ها میلتنونی انجام شده و با داده های تجربی در دسترس مقایسه میشوند. کلمات کلیدی: سطح مقطع همجوشی- پتانسیل زیر سدی- پتانسیل بالای سدی - ارتعاشات سطحی هسته ها- جفت شدگی کانال

### مقدمه:

برای بررسی دلایل افزایش سطح مقطع همجوشی در انرژیهای زیر سدی و کاهش آن در انرژیهای بالای سدی نقش ارتعاشات سطحی هسته ها را در نظر میگیریم. برای شروع مطالعه نظری میتوانیم نوسانات کوچک شعاع هسته ها را به صورت نوسانگرهای هماهنگ در نظر گرفته و با توجه به هامیلتونی وابسته به زمان سیستم، تابع توزیع سیستم و سطح مقطع همجوشی را با احتساب ارتعاشات سطحی هسته ها محاسبه کنیم. در بخش I با در نظر گرفتن هامیلتونی وابسته به زمان سیستم از روش عملگری، شکل جدید هامیلتونی را بدست آورده و با استفاده از تعریف تابع پارش سیستم و تابع توزیع انرژی، نرخ تونل زنی کلی حاصل از ارتعاشات سطحی را محاسبه و در نهایت سطح مقطع همجوشی را با احتساب ارتعاشات سطحی هسته ها بدست آوریم. در بخش II محاسبات عددی و نتایج اثرات ارتعاشات سطحی در مورد واکنش  $^{12}\text{C} + ^{20}\text{Ne}$  آورده شده است. این واکنش معمولاً در دستگاههای پلاسمای آزمایشگاهی و در سیستم های گداخت مشاهده می شوند. کربن معمولاً از ناخالصیهای مربوط به برخورد پلاسما با دیواره وارد پلاسما شده و نئون می تواند به عنوان گاز کاری در نظر گرفته شود.

### I- محاسبه ی نقش جفت شدگی ارتعاشات سطحی هسته ها در سطح مقطع همجوشی



در بررسی ارتعاشات سطحی هسته ها با توجه به اینکه نوسانات کوچک شعاع هسته ها با زمان تغییر دارند این تغییرات زمانی نوسانات کوچک شعاع هسته ها را میتوان به صورت نوسانگر هماهنگ در نظر گرفت.

$$H = \frac{p^2}{2D} + \frac{C}{2}q^2 \quad (1)$$

$p, q$  جفت پارامترهای توصیف کننده سیستم هستند که به عنوان

متغیرهای کانونیکی سیستم بکار می روند.  $D$  پارامتر جرمی نوسانگر است و  $C$  پارامتر معادل نیروی بازگرداننده میباشد.

معادله دیفرانسیل حاکم بر نوسانات شعاع هسته ها به شکل زیر است.

$$D\ddot{q}(t) + Cq(t) = F(t) \quad (2)$$

$Cq(t)$  نیروی بازگرداننده خود هسته در مقابل تغییرات شعاع هسته است و  $F(t)$  نیروی خارجی است که با پتانسیل بین ذرات ارتباط دارد.

جواب معادله (۲) به صورت زیر خواهد بود.

$$q(t) = \frac{\omega}{C} \int_{-\infty}^t F(t') \sin[\omega(t-t')] dt' + q_h(t) \quad (3)$$

$$p(t) = D\dot{q}(t) = \int_{-\infty}^t F(t') \cos[\omega(t-t')] dt' + p_h(t) \quad (4)$$

$q_h(t)$  و  $p_h(t)$  جوابهای معادله دیفرانسیل در حالت  $F(t) = 0$  است.

به دلیل اهمیت روش عملگری در تحلیل سیستم نوسانگرهارمونیکی برای حل این مسئله از این روش استفاده میکنیم با معرفی عملگرهای خلق و فنا (به ترتیب  $a^\dagger(t), a(t)$ ) داریم:

$$a = \sqrt{\frac{D\omega}{2\hbar}} \left( q + \frac{iP}{D\omega} \right), \quad a^\dagger = \sqrt{\frac{D\omega}{2\hbar}} \left( q - \frac{iP}{D\omega} \right) \quad (5)$$

با جایگذاری روابط (۳) و (۴) در رابطه (۵) به روابط زیر می رسیم

$$a = \left[ i \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar c}} \int_{-\infty}^t F(t') e^{i\alpha'} dt' + a_0 \right] e^{-i\alpha} \quad (6)$$

$$a^\dagger = \left[ -i \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar c}} \int_{-\infty}^t F(t') e^{-i\alpha'} dt' + a_0^\dagger \right] e^{+i\alpha} \quad (7)$$

و با توجه به روابط زیر و جایگذاری روابط (۶) و (۷) در آنها خواهیم داشت:

$$q(t) = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2c}} (a^\dagger(t) + a(t)) \xrightarrow{\omega^2 = \frac{c}{D}} q(t) = \sqrt{\frac{\hbar}{2D\omega}} (a^\dagger(t) + a(t)) \quad (8)$$

$$P(t) = i\hbar \sqrt{\frac{c}{2\hbar\omega}} (a^\dagger(t) - a(t)) \rightarrow P(t) = i \sqrt{\frac{\hbar D\omega}{2}} (a^\dagger(t) - a(t)) \quad (9)$$

همایلتونی سیستم بر حسب عملگرهای جدید  $b^+, b$  به شکل زیر است:



(۱۰)

$$b = (a_0 + \eta(t))e^{-i\alpha t} \quad , \quad b^\dagger = (a_0^\dagger + \eta^*(t))e^{i\alpha t}$$

$$H(t) = \hbar\omega b^\dagger b - \frac{|f(t)|^2}{\hbar\omega} \quad (۱۱)$$

که در آن:

$$f(t) = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2c}} F(t) \quad (۱۲)$$

$F(t)$  نیروی خارجی است که با پتانسیل بین ذرات ارتباط دارد

برای بدست آوردن سطح مقطع همجوشی با احتساب ارتعاشات سطحی هسته ها باید نرخ تونل زنی تعیین شود که برای این منظور ابتدا باید تابع توزیع انرژی معلوم باشد که جهت محاسبه آن لازم است تابع پارش سیستم را در تصویر هایزنبرگ بدست آوریم. [1]

$$Z(\beta) = \exp \left[ |\eta(t)|^2 (e^{i\hbar\omega\beta} - 1) - i\beta \frac{|f(t)|^2}{\hbar\omega} \right] \quad (۱۳)$$

طبق تعریف:

$$\eta(t) = \frac{1}{\hbar\omega} \int_{-\infty}^t f'(t') e^{i\alpha t'} dt' \quad (۱۴)$$

و تابع توزیع انرژی طبق رابطه زیر بدست می آید

(۱۵)

$$P(E) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\beta E} Z(\beta) d\beta$$

نرخ تونل زنی کلی حاصل از ارتعاشات سطحی از جمع کل احتمالهای گذار درازای هر کدام از حالت های انرژی مشخص شده در تابع توزیع بدست می آید.

$$T_l(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} dE_r P(E_r) T_l(E - E_r) \quad (۱۶)$$

با استفاده از رابطه (۱۷) و جایگذاری آن در رابطه (۱۶)، نرخ تونل زنی کلی محاسبه می شود.

$$T_l(E - E_r) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{2\pi}{\hbar\omega_l}(V_l - E - E_r)\right)} \quad (۱۷)$$

$$\sigma(E) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l(E) \quad (۱۸)$$

و نهایتاً با ترکیب روابط (۱۶) و (۱۸) نتیجه زیر بدست می آید.

(۱۹)

$$\sigma(E) = e^{-|\eta(t)|^2} \left( \sigma_{\text{wong}} \left( E, V_B + \frac{|f(t)|^2}{\hbar\omega} \right) + |\eta(t)|^2 \sigma_{\text{wong}} \left( E, V_B - \hbar\omega + \frac{|f(t)|^2}{\hbar\omega} \right) + \frac{1}{2} |\eta(t)|^4 \sigma_{\text{wong}} \left( E, V_B - 2\hbar\omega + \frac{|f(t)|^2}{\hbar\omega} \right) + \dots + \frac{|\eta(t)|^{2i}}{i!} \sigma_{\text{wong}} \left( E, V_B - i\hbar\omega + \frac{|f(t)|^2}{\hbar\omega} + \dots \right) \right)$$

سطح مقطع همجوشی در اثر جفت شدگی بصورت جمع روی سطح مقطع مقطع محاسبه شده با رابطه ی  
و ننگ به ترتیب از سدهایی به ارتفاعهای  $V_B - i\hbar\omega + |f(t)|^2/\hbar\omega$  با عامل وزنی  $e^{-|\eta(t)|^2} |\eta(t)|^{2i}/i!$   
برای هر سد که یک توزیع پواسونی است داده می شود.

برای واکنش مورد نظر،  $\hbar\omega_0$  (انحنای سد)  $2/37 \text{ MeV}$  می باشد که از رابطه زیر بدست می آید.

$$\hbar\omega_0 = \left[ -\frac{\hbar^2}{\mu} \frac{d^2 V_l}{dr^2} \Big|_{r=R_0} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

$\sigma_r$  (رابطه و ننگ)، برای انرژیهای بالای سدی، بصورت زیر است: [2]

$$\sigma_r(E) = \pi R^2 \left( 1 - \frac{V_0}{E} \right) \quad (21)$$

$V_0$  ارتفاع ماکزیمم سد و  $R_0$  محل ماکزیمم سد را نشان می دهد. برای واکنش مورد مطالعه در این مقاله در  
فرمول و ننگ  $V_0 = 9.84 \text{ MeV}$  و  $R_0 = 8.21 \text{ fm}$  در نظر گرفته شده است. [۳]

## II- محاسبات عددی و نتیجه گیری

سطح مقطع همجوشی با احتساب ارتعاشات سطحی برای واکنش  $^{12}\text{C} + ^{20}\text{Ne}$  با استفاده از رابطه (۱۹)  
محاسبه شده که نتایج محاسبات در جدول (۱) آورده شده است. برای واکنش  
 $^{12}\text{C} + ^{20}\text{Ne}$  مقادیر  $\eta(t) = 0.1$  و  $f(t) = 1.4 \text{ MeV}$  در نظر گرفته شده است. این مقادیر از برازش داده  
های تجربی و تطبیق با تئوری یافته شده اند. در جدول (۲) داده های تجربی مربوط به واکنش  
 $^{12}\text{C} + ^{20}\text{Ne}$  داده شده است. [4]

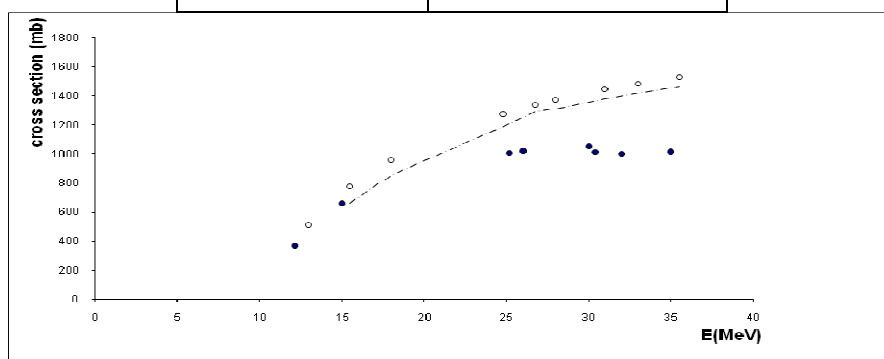
شکل (۱) مقایسه سطح مقطع همجوشی با احتساب ارتعاشات سطحی را با سطح مقطع همجوشی حاصل از  
رابطه و ننگ نشان میدهد چنانکه ملاحظه می شود با در نظر گرفتن ارتعاشات سطحی، سطح مقطع همجوشی  
کاهش یافته است زیرا بنا به جفت شدگی با استفاده از مدل دو کاناله هر گونه جفت شدگی در انرژیهای  
بالای سدی باعث کاهش سطح مقطع همجوشی و در انرژیهای زیر سدی باعث افزایش سطح مقطع خواهد  
شد.

جدول (۱): محاسبه سطح مقطع همجوشی با احتساب ارتعاشات سطحی و مقایسه آن با داده های ونگ

$E (Mev)$	سطح مقطع ونگ $\sigma(mb)$	سطح مقطع با احتساب ارتعاشات سطحی $\sigma(mb)$
۱۵/۵	۷۷۲/۲۸	۶۶۴
۱۸	۹۵۹	۸۵۲
۲۵/۵	۱۲۹۹	۱۱۹۱
۲۶/۸	۱۳۳۹	۱۲۹۱
۲۸	۱۳۷۲	۱۳۱۱
۳۱	۱۴۴۶	۱۳۷۹
۳۳	۱۴۸۵	۱۴۲۰
۳۵/۵	۱۵۲۹	۱۴۶۳

جدول (۲): داده های تجربی واکنش  $^{12}C + ^{20}Ne$

$E (MeV)$	$\sigma(mb)$
۱۲/۳	$370 \pm 41$
۱۵	$660 \pm 73$
۲۵/۲	$1008 \pm 111$
۲۶	$1020 \pm 112$
۳۰	$1050 \pm 111$
۳۰/۷	$1010 \pm 111$
۳۲	$1000 \pm 111$
۳۵	$1015 \pm 112$



شکل (۱): تغییرات سطح مقطع همجوشی  $^{12}C + ^{20}Ne$  با انرژی، دایره های توپر داده های تجربی و دایره های توخالی داده های ونگ و خط چین سطح مقطع با احتساب اثر جفت شدگی ارتعاشات سطحی را نمایش می دهد.

### نتیجه گیری:

در این مقاله نشان داده شده است که میتوان با در نظر گرفتن ارتعاشات سطحی هسته ها اختلاف بین نتایج تجربی با نتایج تئوری را کمتر کرد زیرا هرگونه جفت شدگی اعم از جفت شدگی مرتبط به ارتعاشات سطحی در انرژیهای بالای سدی باعث کاهش سطح مقطع همجوشی و در انرژیهای زیر سدی باعث افزایش سطح مقطع همجوشی خواهد شد و این امر باعث نزدیکتر شدن نتایج محاسبات نظری به نتایج تجربی می شود.

### مرجع ها:

- [1] Winther, A. 1995, Dissipation, Polarization and Fluctuation in Grazing Heavy Ion Collision and Boundary to the chaotic Regime, Nucl.PhysA, Vol 597,204.
- [2] Beakerman, M. 1985, Sub barrier Fusion of Atomic Nuclei, Physics Reports, vol 129,175
- [3] Inui, M. Koonin, S.E. 1984, Determination of the Proximity Potential from Subbarrier Fusion Data, Phys.RevC, Vol 30,175
- [4] Deyoung, P. A. kolata, J.J. Luhn, R.C. Malmin R.E. Tripathi, S.N. 1981, Gamma Ray Studies of  $^{12}\text{C} + ^{20}\text{Ne}$  Reactions, Phys. RevC, Vol 23,142