

مدلسازی شار عبوری از غشاء میکروفیلتراسیون با استفاده از روش محاسبات دینامیکی سیال (CFD)

مسعود رحیمی، کورش عباسی

کرمانشاه-باغ ابریشم-دانشگاه رازی-دانشکده فنی مهندسی-گروه مهندسی شیمی

masoudrahimi@yahoo.com

چکیده

در این تحقیق شار آب مقطر عبوری از یک غشاء میکروفیلتراسیون با استفاده از محاسبات دینامیکی سیال (CFD) مدل شده است. در مدل مطرح شده به جای استفاده از متوسط فشار عبوری و خروجی یک سل غشایی که معمولاً پایه محاسبات شار با استفاده از معادله دارسی می باشد از توزیع فشار بر سطح غشاء استفاده گردیده است. برای این منظور سیال عبوری از روی سطح غشاء به حجمهای کنترلی کوچک تقسیم و از حل همزمان معادلات ناویر استوکس و پیوستگی برای هر حجم کنترل، فشار، سرعت و دیگر کمیت‌های مربوطه نظیر اغتشاش، در فضای سه بعدی و در هر سطح کنترل روی غشاء، محاسبه گردیده است. با این اطلاعات و اعمال معادله دارسی بر روی هر سطح کنترلی، شار عبوری به صورت موضعی محاسبه و از مجموع آنها شار کل عبوری از غشاء تعیین گردیده است. به منظور تأیید نتایج مدلسازی، آزمایش‌های مرتبط انجام و مقدار شار اندازه گیری شده است. مقایسه نتایج مدل و آزمایش صحت محاسبات انجام گرفته را تأیید می کند.

واژه های کلیدی: مدلسازی؛ غشاء؛ میکروفیلتراسیون؛ محاسبات دینامیکی سیال (CFD)

۱-مقدمه

فرآیندهای غشایی از جمله فرآیندهای جداسازی می باشند که از مزایای زیادی از جمله صرفه جویی در مصرف انرژی (با توجه به عدم تغییر فاز)، حجم بسیار کم مدول^۱، نرخ انتقال جرم بالا، انجام پذیری در دمای معمولی، هزینه سرمایه گذاری کم، و..... بر خوردار هستند. محاسبات دینامیکی سیال می تواند راه حلی تئوری، جهت بررسی و پیش بینی عملکرد سیستمهایی باشد که در گیر جریان سیال، انتقال انرژی و پدیده‌های مربوطه مانند احتراق و واکنشهای شیمیایی می باشند. کدهای CFD معادلات

پیوستگی جرم، انرژی و اندازه حرکت را روی یک دامنه که توسط کاربر مشخص می شود، حل می نمایند. همچنین برنامه های مربوطه می تواند اغتشاش در حرکت سیال را در محاسبات مربوطه در نظر گرفته و تاثیر آن را در فرآیندهای مربوطه پیش بینی نمایند. تکنیک فوق بسیار قوی بوده و می تواند محدوده بزرگی از کاربردها را در صنایع شیمیایی داشته باشد.

در سالهای اخیر فعالیت هایی در زمینه مدلسازی فرآیندهای غشایی انجام گرفته است. بسیاری از این کارها بر مبنای مطالعه تأثیر قرار گیری فاصله اندازه‌ها (spacer) و نقش آنها در اغتشاش و حرکت سیال روی غشاء می باشد [او ۲ و ۳ و ۴]. Cho و همکارانش از نرم افزار Fluent برای

^۱ محفظه ای که غشا در داخل آن قرار می گیرد و باعث بکارگیری مؤثر و بهتر غشا و فرآیند مربوطه می گردد.

که در آن R_M مقاومت غشاء و R_c مقاومت لایه کیک تشکیل شده بر روی غشاء می باشد. در حال حاضر ΔP را به صورت اختلاف متوسط فشار ورودی و خروجی سل، با فشار طرف دیگر غشاء (permeate) در نظر گرفته می شود [۸ و ۹]:

$$\Delta P = \frac{1}{2}(P_{in} + P_{out}) - P_p \quad (2)$$

این نحوه محاسبه بر یکنواخت بودن اختلاف فشار دو طرف غشا، در طول سل دلالت دارد، به عبارتی اختلاف فشار هر نقطه واقع بر سطح غشا را با طرف دیگر آن (طرف permeate) یکسان در نظر می گیرد. از نگاهی دیگر بر این فرض استوار است که، تنها فشار متوسط ملاک محاسبه شار می باشد حال آنکه این فشار متوسط می تواند حاصل میانگین گیری از مقادیر مختلف فشارهای ورودی و خروجی باشد و به بیانی دیگر فشار متوسط مهم تر از مقادیر ورودی و خروجی در نظر گرفته می شود.

با استفاده از CFD، محاسبات موضعی و نقطه ای جای این ساده سازی را می گیرد و دست یابی به توزیع فشار در سل و بر سطح غشا را امکان پذیر می سازد. همچنین در فرآیندهای غشایی، اغتشاش نقشی محوری در مساله پلاریزاسیون غلظتی و در نتیجه گرفتگی غشا دارد و CFD این امکان را فراهم می سازد که تمامی پارامترهای اغتشاش را به صورت موضعی در سراسر سل و در شرایط مختلف بررسی و ملاحظه نمود.

حرکت سیال در فضای سه بعدی را می توان با مجموعه معادلات دیفرانسیلی جزئی ناویر-استوکس وابسته به زمان (the time dependent Navier-stokes equations) تشریح کرد.

جریانهای مایع در سرعت های پایین را می توان سیال تراکم ناپذیر در نظر گرفت. بنابراین می توان دانسته سیال را ثابت در نظر گرفت. در حالت جریان آرام معادله ناویر استوکس وابسته به زمان را می توان با استفاده از نرم افزارهای CFD

به تصویر کشاندن حرکت سیال در حالت دو بعدی، از لابلای فاصله اندازهای استوانه ای استفاده نموده اند و به بررسی اغتشاش، نیروهای برشی و آرایش فاصله اندازها پرداخته اند [۵]. Kumar و Karode مدلی ریاضی برای محاسبه افت فشار برای حالت حرکت سیال بر روی فاصله اندازهای واقع شده در مجاری عبور سیال بر روی غشاء ارائه نموده اند [۶]. همچنین Geraldles و همکارانش مدلی عددی برای پیش بینی حرکت آرام و انتقال جرم در خوراکی که از روی غشای پیچشی (spiral wound) عبور می کند ارائه داده و نتایج را با آزمایش مقایسه نموده اند [۷]. به هر حال مطالعات بر روی مدل سازی فرآیندهای جداسازی توسط غشاءها نسبت به مطالعات آزمایشگاهی در این زمینه بعثت مشکلات و پیچیدگیهای این فرآیندها بسیار محدود تر می باشد.

۲- تئوری

فیلتراسیون به دو صورت انجام پذیر است جریان عمودی یا انتها بسته (dead end) و جریان متقاطع (crossflow). در حالت اول جریان سیال عمود بر سطح غشاء است و در حالت دوم این جریان موازی سطح غشاء میا شد.

در حالت انتها بسته سیال به صورت عمودی به غشاء وارد شده و در حالی که ذرات موجود بزرگتر از اندازه حفره ها، در سطح غشاء باقی می مانند، جریان مایع از غشاء خارج می گردد. نیروی محرکه این عمل، اختلاف فشار در دو طرف غشاء است که در اثر اعمال فشار به خوراک ورودی یا ایجاد مکش در طرف خروجی و یا هر دو حاصل می شود. شار آب خالص از درون یک غشاء متخلخل پیچ و خم دار را می توان با استفاده از قانون دارسی به شکل ذیل محاسبه نمود:

$$J = \frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = \frac{\Delta P}{\eta(R_M + R_c)} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho W)}{\partial t} + \text{div}(\rho VU) \\ &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } W) + \\ & \left[-\frac{\partial(\rho \overline{u'v'})}{\partial x} - \frac{\partial(\rho \overline{u'^2})}{\partial y} - \frac{\partial(\rho \overline{v'w'})}{\partial z} \right] + S_{Mz} \end{aligned} \quad (6)$$

چندین مدل اغتشاش برای حل معادلات (۶-۳) استفاده میشود. این مدل‌های کلاسیک شامل *mixing length*، *Reynolds stress*، *RNG k-ε*، *k-ε* و *algebraic stress* هستند [۱۱]. مدل *RNG k-ε* که در این مقاله استفاده می‌شود [۱۲] اولین بار در حوزه کواتم مورد استفاده قرار گرفت. این مدل به دلیل ظرفیت و دقت آن در حل فعالیت‌های گردابه‌ای در اعداد رینولدز نسبتاً پایین، مناسب‌تر از حالت کلی‌تر استاندارد *k-ε* است. مدل *RNG k-ε* شامل یک ترم تصحیحی وابسته به کرنش است و آن را قادر می‌سازد که در فرم یک تنش رینولدز همریخت (*isotropic Reynolds stress*) یا در فرم غیر-خطی بکار گرفته شود. مدل *RNG*، معادله ناویر استوکس متوسط-رینولدز را همراه با تنش‌های اغتشاشی مدل شده، بر حسب مفهوم ویسکوزیته موثر (*effective viscosity*) بکار می‌گیرد. تئوری *RNG*، معادلات انتقالی زیر را برای *k* و *ε* ارائه می‌دهد [۱۱]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k \mathbf{U}) \\ &= \text{div} \left[\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \text{grad } k \right] \\ &+ 2\mu_{eff} \mathbf{E}_{ij} \cdot \mathbf{E}_{ij} - \rho \varepsilon \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon \mathbf{U}) \\ &= \text{div} \left[\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon \right] + \\ & C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_{eff} \mathbf{E}_{ij} \cdot \mathbf{E}_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (8)$$

با دقت بسیار خوبی حل کرد. در جریان مغشوش (*turbulent*) از مدل‌های کلاسیک این جریان استفاده می‌شود.

۱-۲- مدل‌های اغتشاش (Turbulence models)

تفاوت اساسی شبیه‌سازی جریان‌های مغشوش با جریان آرام در وجود گردابه‌های متعددی در طیف وسیعی از مقیاس‌های طولی در رژیم جریان مغشوش است. حل مستقیم معادلات ناویر استوکس وابسته به زمان در شرایط مغشوش ممکن نیست. به هر حال استفاده از خواص متوسط زمانی جریان (از قبیل سرعت‌های متوسط، فشارهای متوسط و تنش‌های متوسط) حل محاسباتی این معادلات را تسهیل و امکان‌پذیر می‌سازد. اساس روش متوسط-زمانی، خواص جریان وابسته به زمان بر پایه یک مؤلفه متوسط پایای متوسط-زمانی و یک مؤلفه نوسانی زمان-متغیر است. بر این اساس، معادلات ناویر استوکس متوسط زمانی به صورت زیر است [۱۰]:

معادله پیوستگی:

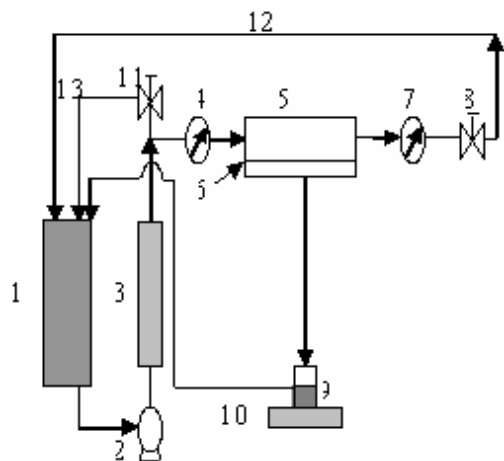
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (3)$$

معادلات اندازه حرکت:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \text{div}(\rho U \mathbf{U}) \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad } U) + \\ & \left[-\frac{\partial(\rho \overline{u'^2})}{\partial x} - \frac{\partial(\rho \overline{u'v'})}{\partial y} - \frac{\partial(\rho \overline{u'w'})}{\partial z} \right] + S_{Mx} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \text{div}(\rho V \mathbf{U}) \\ &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } V) + \\ & \left[-\frac{\partial(\rho \overline{u'v'})}{\partial x} - \frac{\partial(\rho \overline{u'^2})}{\partial y} - \frac{\partial(\rho \overline{v'w'})}{\partial z} \right] + S_{My} \end{aligned} \quad (5)$$

خروجی طرف دیگر سل خارج می شود. سطحی از غشا که در معرض تماس با سیال است 23.19 cm^2 و سطح مقطع عرضی سل که محل عبور خوراک از روی غشا است 5.87 cm^2 می باشد. در ورودی و خروجی سل دو فشار سنج (شماره های ۷ و ۴) جهت اندازه گیری فشار جریان ورودی و خروجی سل نصب شده است. دبی جریان با استفاده از روتامتری (شماره ۳) که قبل از فشار سنج ورودی نصب شده است اندازه گیری می شود. با استفاده از شیر (شماره ۸) و لوله فرعی برگشتی (شماره ۱۱) به تانک، فشار و دبی جریان تنظیم می شود. لازم به ذکر است که سیال عبوری از روی سطح غشا دوباره به تانک برگشت داده می شود (مسیر شماره ۱۳). در زیر محفظه غشا یک ترازوی دیجیتالی (شماره ۱۰) جهت اندازه گیری وزن سیال عبوری (شماره ۹) از غشا (permeate) و محاسبه شار جریان، تعیین شده است. با استفاده از یک کرنومتر وزن سیال عبوری از غشا در مدت زمان های مختلف، از ترازوی دیجیتالی خوانده می شود.



شکل ۱- دستگاه آزمایش

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (9)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (10)$$

ایده اساسی روش **RNG**، حذف گردابه های مقیاس-کوچک (small-scale) از معادلات حاکم، با وارد کردن تاثیرشان در ترم حرکت های مقیاس بزرگتر و یک ویسکوزیته اصلاح شده است [۱۳].

۳- آزمایش

در این تحقیق از یک غشای میکروفیلتراسیون به منظور تعیین شار آب مقطر، استفاده شده است. شکل فیلتراسیونی استفاده شده حالت بازگشت کامل (total recycle) است به آن معنی که خروجی از غشا و سیال باقیمانده هر دو به منبع اولیه می گردند و هیچگونه تغییری در خوراک دیده نمی شود.

۳-۱- مواد مورد استفاده

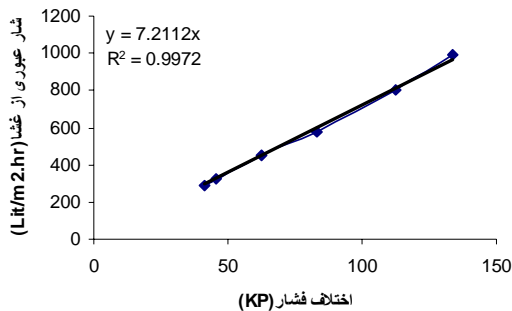
غشای استفاده شده از جنس پلی وینیلیدن فلوراید است. نام تجاری این غشا **GVWP** و دارای اندازه متوسط حفره 0.22 میکرون می باشد. این غشا آب دوست، دارای تخلخل 60% و ضخامت 120 میکرون است. از آب مقطر خالص به عنوان خوراک استفاده شده است.

۳-۲- شرح دستگاه

شکل (۱) شماتیکی از دستگاه استفاده شده را نشان می دهد. همان طور که در شکل دیده می شود این دستگاه متشکل است از یک تانک (شماره ۱) که آب مقطر در این تانک جمع می شود. دمای محتویات تانک توسط یک ترمومتر شیشه ای با دقت ± 1 اندازه گیری می شود. آب مقطر توسط یک پمپ سانتریفوژ (شماره ۲) از تانک به محفظه ای (شماره ۵) که غشا (شماره ۶) در آن قرار گرفته است و اصطلاحاً سل نامیده می شود، هدایت می شود. سل دارای یک مجرای ورودی برای خوراک است، پس از اینکه خوراک تحت فشار از روی غشا می گذرد از مجرای

غشاء بر حسب اختلاف فشار دو طرف غشاء را نشان می دهد، مؤید این مطلب است.

مقادیر شار عبوری اندازه گیری شده در فشارهای ورودی و خروجی مختلف در جدول (۱) خلاصه شده است.



شکل ۲- شار عبوری حاصل از آزمایش بر حسب اختلاف فشار دو طرف غشاء

جدول ۱- مقادیر شار عبوری حاصل از آزمایش در فشارهای ورودی و خروجی مختلف

Pin(Kp)	Pout(Kp)	شار عبوری (lit/m2.hr)
۱۰۰	۱۰۰	۷۷۷/۹۳
۵۰	۴۱	۳۲۶/۲
۷۵	۵۰	۵۴۱/۷
۱۰۰	۶۶	۵۷۷/۱۷
۱۲۵	۱۰۰	۸۰۳/۰۲
۱۵۰	۱۱۸	۹۸۸/۶

۴-مدلسازی

فضای محاسباتی که شامل یک سل به ابعاد $1.78 \times 3.3 \times 8.5 \text{ cm}^3$ و دو لوله یک سانتیمتری ورودی و خروجی به قطر 0.630 cm می باشد. این فضا در محیط نرم افزار Gambit 1.3 ترسیم شده و به 350112 حجم کنترلی کوچک تقسیم گردیده است. سطح غشاء شامل 5308 سطح کنترلی می باشد. شکل (۲) شمای کامل

۳-۳- تعیین مقاومت غشا و آزمایشات اندازه گیری شار خروجی

در مرحله اول سیستم طوری تنظیم گردید که خروجی از سل کاملاً بسته و فشار ورودی به سل در 100 کیلو پاسکال^۲ ثابت باشد. با توجه به بسته بودن سیستم هیچ افت فشاری در سیستم وجود نداشت و فشار سنج خروجی نیز فشار 100 کیلو پاسکال را نشان می داد. سپس مدت 20 دقیقه به فاصله هر 30 ثانیه وزن سیال عبوری از غشاء اندازه گیری شد. نهایتاً با استفاده از رابطه دارسی و شار بدست آمده از آزمایش فوق، مقاومت غشاء تعیین شد.

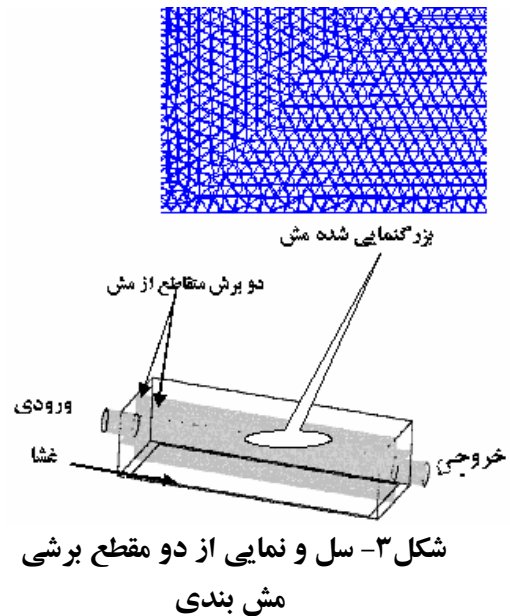
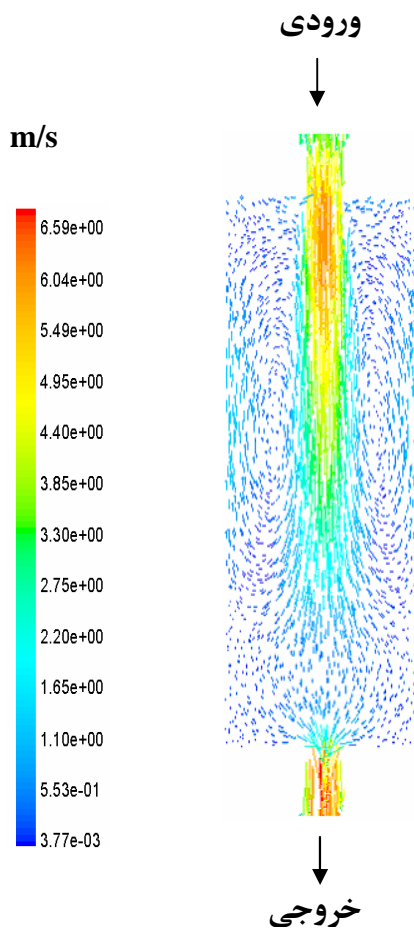
در مرحله اندازه گیری شار خروجی با تغییر فشار ورودی به سل و سرعتهای مختلف (و طبیعتاً فشار خروجی با تغییر فشار ورودی و سرعت تغییر می کند) وزن سیال عبوری از غشاء به مدت 20 دقیقه به فاصله هر 30 ثانیه در فشارهای مختلف ورودی به سل اندازه گرفته شد داده ها بیانگر ثابت بودن شار عبوری در هر فشار ورودی و خروجی معین بود. همچنین فشار خروجی از سل و دبی جریان سیال عبوری از روی غشاء اندازه گیری شد. لازم به ذکر است که فشار طرف دیگر غشاء (طرف سیال عبور کرده) برابر با فشار محیط و صفر نسبی (gauge) در نظر گرفته می شود. در طول همه آزمایشات درجه حرارت 18 ± 1 درجه سانتیگراد در دستگاه تنظیم گردید.

۳-۴- نتایج آزمایش

مقدار شار اندازه گیری شده در 100 کیلو پاسکال همانطور که در بخش تعیین مقاومت غشاء اشاره شد به منظور تعیین مقاومت غشاء استفاده شد و با استفاده از معادله (۱) مقدار مقاومت غشاء (در این جا $R_M + R_c$)، $4.69 \times 10^{11} \text{ (1/m)}$ تعیین شد. داده های آزمایشگاهی بیانگر ثابت ماندن مقاومت غشاء در طول مدت آزمایش بود. همچنین نمودار شکل (۲) که شار عبوری از

^۲ همه فشارهای ذکر شده نسبی می باشند.

سل و نمایی از مش بندی ایجاد شده را در برش نمونه نشان می دهد.



شکل ۳- سل و نمایی از دو مقطع برشی مش بندی

شکل ۴- بردارهای سرعت بر صفحه ای در وسط سل و موازی سطح غشاء

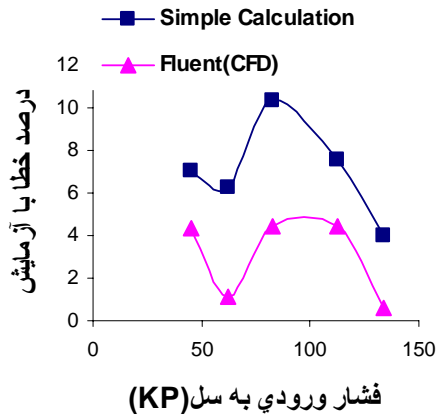
همچنین شکل (۵) نمونه ای از توزیع فشار را در خطی که دقیقاً از وسط صفحه غشاء عبور می کند، در حالت فشار ورودی ۷۵ و خروجی ۵۰ کیلو پاسکال نشان می دهد. همانطور که در شکل قابل مشاهده است، فشار در ابتدای صفحه با کاهش بسیار کمی همراه بوده اما در انتهای صفحه که نزدیک به دیواره سل است با کاهش سرعت، فشار سریعاً بالا می رود. این مطلب حامل این پیام است که یکسان گیری فشار در سطح غشاء می تواند محاسبات را دچار مشکل کند و محاسبات بر اساس فشار موضعی می تواند دقیق تر باشد.

به منظور بدست آوردن الگوی جریان سیال در دامنه ی حل، معادلات متوسط زمانی ناویر استوکس به همراه شرایط مرزی اعمالی با استفاده از مدل اغتشاش $RNG\ k - \varepsilon$ توسط نرم افزار Fluent بر تمام حجم های کنترلی اعمال شده و حل گردید. در این مدل از ضرایب استاندارد $C_{1\varepsilon} = 1.42$ ، $C_{2\varepsilon} = 1.68$ و $C_{\mu} = 0.0845$ استفاده گردید.

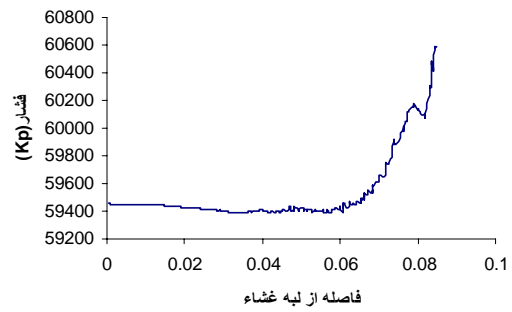
۴-۱- نتایج مدل سازی

به منظور بررسی قابلیت مدل در پیش بینی شار خروجی از غشاء، پارامترهای مدل و شرایط مرزی آن مطابق با کارهای انجام گرفته در آزمایش تعیین گردید. بنابراین برنامه با فشارهای ورودی و خروجی مختلف اجرا گردید. نتایج خروجی از محاسبات شامل توزیع فشار، سرعت، شدت اغتشاش و دیگر پارامترهای سیالاتی مورد تفسیر قرار گرفت. به عنوان نمونه شکل (۴) بردارهای سرعت و حرکت های چرخشی سیال روی سطح غشاء را نشان می دهد.

می باشد و این نشانه کارایی مدل می باشد نتایج عددی محاسبات فوق در جدول (۳) به تفصیل آمده است.



شکل ۶- درصد خطای شار حاصل از نتایج مدل سازی (CFD) و محاسبات ساده با آزمایش



شکل ۵- تغییرات فشار در راستای خطی در وسط غشاء از ورودی به خروجی سل

با داشتن مقدار کمیت های سیالاتی و مقدار تعیین شده مقاومت غشاء در بخش آزمایش، و اعمال معادله دارسی (معادله (۱)) بر هر سطح کنترلی، شار عبوری به طور موضعی محاسبه و از مجموع آنها شار کل عبوری محاسبه گردید. نتایج این محاسبات برای فشارهای ورودی و خروجی مختلف در جدول (۲) نشان داده شده است.

جدول ۳- نتایج عددی مقایسه محاسبات مدل سازی و محاسبات ساده با آزمایش

Pin (Kp)	Pout (Kp)	محاسبات ساده		محاسبات CFD (FLUET)	
		شار عبوری lit/m2.h	درصد خطا ^۳	شار عبوری lit/m2.h	درصد خطا ^۳
۵۰	۴۱	۳۴۹/۴	۷/۱	۳۴۰/۵	۴/۴۸
۷۵	۵۰	۴۸۰	۶/۳	۴۵۶/۸	۱/۱
۱۰۰	۶۶	۶۳۷	۱۰/۴	۶۰۲/۹	۴/۵
۱۲۵	۱۰۰	۸۳۶/۶	۷/۶	۸۳۸/۴	۴/۴
۱۵۰	۱۱۸	۱۰۲۸/۴	۴/۱	۹۹۴/۴	۰/۶

جدول ۲- مقادیر شار عبوری حاصل از مدل سازی در فشارهای ورودی و خروجی مختلف

Pin(Kp)	Pout(Kp)	شار عبوری (lit/m2.hr)
۵۰	۴۱	۳۴۰/۴۹
۷۵	۵۰	۴۵۶/۷۷
۱۰۰	۶۶	۶۰۲/۹۳
۱۲۵	۱۰۰	۸۳۸/۳۶
۱۵۰	۱۱۸	۹۹۴/۴۳

۵-مقایسه نتایج

در نمودار شکل (۶) درصد خطای مقدار شار عبوری محاسبه شده توسط مدل و حل ساده (محاسبه اختلاف فشار با استفاده از روابط (۱ و ۲)) با مقادیر حاصل از آزمایش در فشارهای ورودی و خروجی مختلف، مقایسه گردیده است. همانطور که در شکل مشاهده می شود درصد خطا با آزمایش برای نتایج حاصل از مدل کمتر از محاسبات ساده

تقدیر و تشکر

بدین وسیله از جناب آقای دکتر مدائنی استاد و همکار گرامی که تجربیات گرانبهای خود را در اختیارمان قرار دادند کمال تشکر و امتنان را داریم.

design for ultrafiltration" J. of Membrane Science, Vol.62, p275, 1991

3. Da Costa A.R. , Fane A.G. , Wiley D.E. , "Ultrafiltration of whey protein solution in spacer-filled flat channels" J. of Membrane Science, 76 (1993) 245-254.

4. Da Costa A.R., Fane A.G., Wiley D.E., "Spacer characteristics and pressure drop modeling in spacer-filled channel for ultrafiltration" J. of Membrane Science, Vol.87, p79, 1994

5. Cho Z. , Wiley D.E. , Fane A.G. "CFD simulation of net-type turbulence promoters in narrow channel" J. of Membrane Science, Vol.185, p157, 2001

6. Karde S. , Kumar A. , "Flow visualization through spacer filled channels by computational fluid dynamics I. Pressure drop and shear rate calculations for flat sheet geometry" J. of Membrane Science, Vol.193, p69, 2001

7. Geraldes V. , Semiao V. , Pinho M.N. , "Flow and mass transfer modelling of nanofiltration" J. of Membrane Science, Vol.191, p109, 2001

8. Madaeni S.S. , Fane A.G. , "Microfiltration of very dilute colloidal mixtures" J. of Membrane Science, Vol.113, p301, 1996

9. Madaeni S.S. , Fane A.G., Wiley D.E., "Factors influencing critical flux in membrane filtration of activated sludge" J. of Membrane Science, Vol.74, p539, 1999

10. Versteeg H. K., Malalasekera W., "An introduction to computational fluid dynamics" The finite volume method, Addison Wesley Longman Limited, 1996

11. Launder B.E., Spalding D.B., "The numerical computation of turbulent flows" Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.3, p.269, 1974

12. Fluent , V. 5.3 Users Manual, Fluent Inc. , 1999

13. Yakhot V., Orszag S.A, "Renormalization Group Analysis of Turbulence: I. Basic Theory" J. of Scientific Computing, Vol.1, p.1, 1986

نشانه ها

A	سطح غشا (m^2)
$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_\mu$	ضرایب معادلات $k - \varepsilon$ RNG
E_{ij}	سرعت تغییر شکل خطی (linear deformation)
(rate)	
J	شار حجمی ($m^3 / m^2 \cdot s$)
P_{in}	فشار ورودی سل، (Pa)
P_{out}	فشار خروجی سل، (Pa)
P_p	فشار طرف دیگر غشا (permeate)، (Pa)
ΔP	اختلاف فشار دو طرف غشاء (Pa)
R_c	مقاومت لایه کیک ($1/m$)
R_M	مقاومت غشا ($1/m$)
S_{Mi}	ترم چشمه در جهت i
V	حجم عبور نموده از غشا (m^3)
k	انرژی سینتیک آشفته، J / kg
U	بردار سرعت متوسط، (m / s)
U	سرعت متوسط در جهت x ، (m / s)
V	سرعت متوسط در جهت y ، (m / s)
W	سرعت متوسط در جهت z ، (m / s)
u	مؤلفه سرعت در جهت x ، (m / s)
v	مؤلفه سرعت در جهت y ، (m / s)
w	مؤلفه سرعت در جهت z ، (m / s)
t	زمان (s)
η	ویسکوزیته محلول ($kg / m \cdot s$)
μ, μ_t, μ_{eff}	ویسکوزیته های موثر، اغتشاشی و آرام،
($kg / m \cdot s$)	
ρ	دانشیه، kg / m^3
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon, \sigma_\omega$	ضرایب مدل $k - \varepsilon$ RNG

مراجع

1. Farkova J., "The pressure drop in membrane module with spacer" J. of Membrane Science, Vol.64, p103, 1991

2. Da Costa A.R. , Fane A.G. , Fell C.J.D. , Franken A.C.M. , "Optimal channel spacer