

## مقایسه روشهای تنظیم کنترلر تناسبی - انتگرالی - مشتقی (PID) برای فرایندهای ناپایدار

مشد تقان گری\* - محمد شاهرخی

دانشگاه صنعتی شریف - دانشکده مهندسی شیمی و نفت

### چکیده

در این مقاله تنظیم پارامترهای کنترلر تناسبی-انتگرالی-مشتقی در سه بخش مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. در بخش اول، پارامترهای کنترلر PID در دامنه فرکانسی طبق معیارهای پایداری نایکوئیست، حاشیه فاز و بهره و ماکزیمم پیک رزونانس تحلیل می شود. در بخش دوم تنظیم ساختار کنترلر PID با استفاده از روش مدل داخلی (IMC) بررسی می شود. بهینه سازی یک تابع هدف بر اساس عملکرد دلخواه بخش سوم تنظیم پارامترهای کنترلر است. عملکرد روشهای تنظیم با انتخاب یک تابع خطا مقایسه شده و همچنین مقاوم پذیری کنترلر در هر روش نسبت به خطای مدل ارزیابی می گردد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که در صورت عدم وجود خطای مدل، روش تنظیم کنترلر PID بر مبنای بهینه سازی تابع هدف عملکرد مطلوبتری دارد و چنانچه خطای مدل اعمال گردد، روش تنظیم ساختار سه جزئی PID بر اساس IMC عملکرد بهتری دارد.

### واژه های کلیدی: فرایندهای ناپایدار؛ کنترلر PID؛ تنظیم پارامترهای کنترلر

#### مقدمه

فرایندهای شیمیائی بسیاری همچون راکتورهای پلیمریزاسیون در صنعت وجود دارند که جزو سیستمهای ناپایدار به شمار می آیند حلقه باز این فرایندها ناپایدار بوده و تابع انتقال سیستم شامل قطب سمت راست محور موهومی می باشد در این فرایندها به ازای تغییر محدود در بار ورودی سیستم اکثراً خروجی نامحدودی خواهیم داشت و با توجه به اینکه فرایندهای واقعی اکثراً با تاخیر زمانی همراه هستند این ویژگی نیز باید در سیستمهای ناپایدار لحاظ می گردد. کنترلر PID یکی از مهمترین کنترلرهای صنعتی می باشد و کاربرد وسیعی در کنترل فرایندها دارد. تنظیم کنترلر برای سیستمهای ناپایدار یکی از مشکلات اساسی جهت دستیابی به عملکرد مناسب می باشد. در این مقاله تنظیم پارامترهای کنترلر در سه بخش

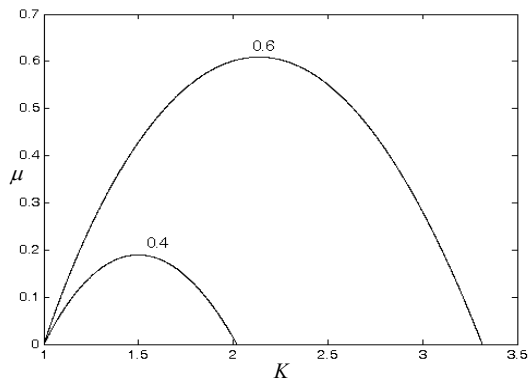
دامنه فرکانسی، کنترلر بر مبنای مدل و بهینه سازی تابع هدف مورد بررسی و مقایسه قرار می گیرد.

#### ۱- تنظیم کنترلر در دامنه فرکانسی معیار پایداری نایکوئیست

در این روش پایداری صرفاً از دید معیار نایکوئیست اعمال شده و تنظیم کنترل کننده بر مبنای این نوع پایداری انجام می شود [۳]. رابطه زیر مرز پایداری، حاشیه ای (Marginal Stability) را بیان می کند:

$$-\frac{1}{G_c} = G_p \quad (1)$$

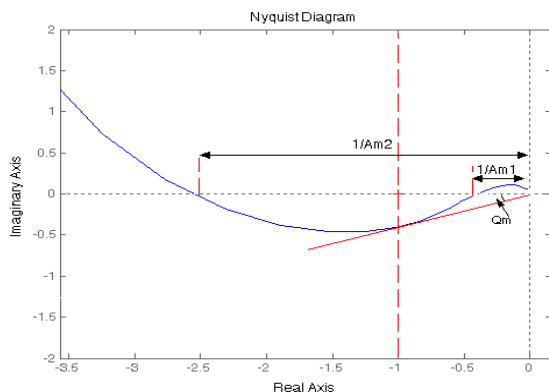
ترسیم نمودار نایکوئیست طرفین رابطه (۱)، محدوده پایداری هر کدام را مشخص می کند. تنظیم کنترل کننده به شرطی قابل قبول است که محدوده های پایداری همپوشانی داشته و حاشیه فاز بهینه یا بهره بدست آید.



**شکل ۱- تغییرات  $\mu$  به ازای  $K$  برای  $\varepsilon$  مشخص**  
مرکز ثقل سطح زیر نمودارها را بعنوان نقطه محافظه کارانه جهت تنظیم پارامترهای کنترلر بکار می بریم.

### حاشیه فاز و بهره مشخص

حاشیه فاز و حاشیه بهره، مشخصه‌های اصلی هر سیستمی در بحث مقاومت‌سازی کنترل سیستم است. معادلات این مشخصه‌ها یک روش طراحی کنترلر را فراهم می آورد، بطوریکه با مشخص بودن آنها پارامترهای کنترلر بدست می آید. نمودار نایکوئیست سیستم‌های ناپایدار بیش از یک حاشیه فاز و بهره دارند، بنابراین با اعمال محدودیت بر روی آنها می توان پایداری سیستم را تامین نمود. سیستم درجه اول ناپایدار شکل (۲) دو حاشیه بهره  $A_{m1}$  و  $A_{m2}$  دارد. با توجه به آنکه سیستم یک قطب ناپایدار دارد، بنابراین نقطه (۱۰) حتماً باید یک دور زده شده باشد، در غیر این صورت تابع مدار بسته ناپایدار می گردد. در ادامه پایداری سیستم درجه اول ناپایدار با کنترل کننده  $PI$  با حاشیه بهره  $A_{m1}$  بررسی می گردد.



**شکل ۲- نمودار نایکوئیست یک سیستم درجه اول ناپایدار با تاخیر زمانی و با کنترلر  $PI$**

سیستم ناپایدار با تاخیر انتقالی بصورت زیر را در نظر بگیرید:

$$G_P = \frac{K_P}{s-a} e^{-t_d s} \quad (2)$$

چنانچه بر اساس تابع انتقال کنترلر  $PID$  استاندارد تغییر متغیرهای زیر را داشته باشیم:

$$\hat{s} = \frac{s}{a}, \varepsilon = a.t_d, K = \frac{K_c.K_P}{a} \quad (3)$$

$$v = a.T_d, \mu = \frac{1}{a.T_i}$$

بر طبق پارامترهای بی بعد فوق تابع مدار باز حلقه بدست می آید:

$$G_{OP} = G_c.G_P = \frac{K.e^{-\hat{s}\varepsilon}}{\hat{s}-1} \left[ 1 + \frac{\mu}{\hat{s}} + \hat{s}.v \right] \quad (4)$$

و برای مرز پایداری با کنترلر  $PI$  داریم:

$$\frac{-1}{K(1-j\frac{\mu_c}{w})} = \frac{e^{-w\varepsilon}}{jw-1} \quad (5)$$

اگر  $\mu_c$  طبق رابطه زیر تعریف گردد:

$$\mu_c = w.tan \theta \quad (6)$$

و چنانچه مختصات کارتیزین از روابط زیر تعیین شود:

$$x = \frac{-[\cos w\varepsilon + w \sin w\varepsilon]}{1+w^2}, y = \frac{-[w \cos w\varepsilon - \sin w\varepsilon]}{1+w^2} \quad (7)$$

برای نیم دایره سمت چپ رابطه (۵) داریم:

$$\left(x + \frac{1}{2K}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{K^2} \quad (8)$$

که از معادله فوق جهت بدست آوردن  $K$  استفاده می گردد:

$$K = \cos w\varepsilon + w \sin w\varepsilon \quad (9)$$

از ترکیب معادلات (۶)، (۷) و (۹) داریم:

$$\mu_c = \frac{w(w \cos w\varepsilon - \sin w\varepsilon)}{K} \quad (10)$$

بنابراین جهت تنظیم پارامترهای کنترلر  $PI$  ابتدا براساس  $\varepsilon$  مشخص، مقدار ماکزیمم  $w_0$  بدست آمده و به ازای مقادیر مختلف  $w$  در محدوده  $0 < w < w_0$ ، مقادیر  $K$  و  $\mu$  بدست می آید. از ترسیم این داده‌ها محدوده آنها مشخص می گردد شکل (۱).

## ۲- تنظیم کنترلر بر مبنای *IMC*

### تحلیل مقاوم پذیری

الف) با خطای دینامیکی بر اساس یک سیستم درجه اول در این روش هدف دستیابی به قوانین ساده‌ای جهت تنظیم کنترلر *PID* و *PI* برای سیستم ناپایدار درجه اول ناپایدار است. روشی ارائه می‌گردد که بر اساس آن می‌توان وابستگی ضریب خطای بهره فرایند یا ثابت زمانی را در تحلیل مقاومت‌پذیری و تنظیم کنترلر مشاهده نمود. از جهتی می‌توان جستجوی بهینه پارامترهای تنظیم را با استفاده از نتایج این روش در محدوده کوچکی انجام داد. مبنای این روش بر طبق طراحی *IMC* می‌باشد.

در ادامه، بحث پایداری و آنالیز مقاومت‌پذیری برای یک سیستم درجه اول ناپایدار که خطای مدلسازی آن به صورت یک سیستم درجه اول منظور شده دنبال می‌گردد:

$$G_p(s) = \frac{k}{\tau s + 1} \tilde{G}_p(s), \quad k = \frac{K_p}{\tilde{K}_p} \quad (18)$$

تحلیل پایداری بر اساس پارامترهای  $(\lambda, \tau_u, \tau, k)$  که مشخصه مدل فرایند و فیلتر می‌باشند به روش مقاومت‌پذیری بر مبنای معیار روث (Routh Criterion) صورت می‌گیرد [۸].

تحلیل روث بر اساس رابطه زیر بیان می‌شود:

$$1 + cp = 1 + \frac{k}{(\tau s + 1)(1 - f(s))} = 0 \quad (19)$$

اگر فیلتر درجه اول در نظر گرفته شود و از طرفی پارامترهای بی‌بعد  $\hat{\lambda} = \frac{\lambda}{\tau_u}$  و  $\hat{\tau} = \frac{\tau}{\tau_u}$  تعریف گردند و اپراتور لاپلاس نیز بدون بعد گردد  $\delta = s \cdot \tau_u$  از رابطه (۱۹) داریم:

$$\hat{\tau} \hat{\lambda} \delta^3 + \hat{\lambda}^2 (1 - \hat{\tau}) \delta^2 + \hat{\lambda} (k(\hat{\lambda} + 2) - \hat{\lambda}) \delta + k = 0 \quad (20)$$

طبق تحلیل پایداری روث روابط زیر بدست می‌آید:

$$\hat{\lambda} > \left(1 + \frac{\hat{\tau}}{1 - \hat{\tau}}\right)^{1/2} - 1 \quad (21)$$

$$1 - k < \frac{2}{\hat{\lambda} + 2} \quad (22)$$

روابطی که بیان‌کننده حاشیه فاز و بهره می‌باشند بصورت زیر است:

$$\angle[G_c(j\omega_p).G_p(j\omega_p)] = -\pi \quad (11)$$

$$A_m = \frac{1}{|G_c(j\omega_p).G_p(j\omega_p)|} \quad (12)$$

$$|G_c(j\omega_g).G_g(j\omega_g)| = 1 \quad (13)$$

$$\phi_m = \angle[G_c(j\omega_g).G_g(j\omega_g)] + \pi \quad (14)$$

چنانچه کنترلر *PI* استفاده گردد از ۴ معادله بالا ۴ مجهول  $(T_i, K_c, W_p, W_g)$  مشخص می‌گردد.

### ماکزیمم رزونانس پیک

این روش مبتنی بر ماکزیمم پیک رزونانس مشخص شده برای سیستم است [۶]. در صورتیکه پاسخ فرکانسی مدار باز یک سیستم ناپایدار در منحنی نیکولز ترسیم شود، فاز مدار باز سیستم نقطه ماکزیمی خواهد داشت. هدف از تنظیم کنترل‌کننده، قرار گرفتن این نقطه ماکزیمم بروی پیک رزونانس  $(M_r)$  مشخص شده می‌باشد.

$$G(j\omega) = G_c(j\omega)G_p(j\omega) \quad (15)$$

$$\angle G(j\omega_{\max}) = \arccos\left[\frac{\sqrt{10^{0.1M_r} - 1}}{10^{0.05M_r}}\right] - \pi \quad (16)$$

بنابراین اگر کنترل‌کننده *PI* در نظر گرفته شود، در معادله زاویه فاز مدار باز، تنها مجهول معادله زمان انتگرالی کنترل‌کننده خواهد بود. با بدست آوردن زاویه فاز ماکزیمم برحسب  $T_i$  و با ادغام رابطه (۱۶) مقدار زمان انتگرالی مشخص می‌گردد. ماکزیمم پیک رزونانس مبین بهره سیستم نیز می‌باشد [۷]:

$$|G(j\omega_{\max})| = \frac{10^{0.05M_r}}{\sqrt{10^{0.1M_r} - 1}} \quad (17)$$

از رابطه (۱۷) مقدار بهره کنترلی بدست می‌آید مقدار  $M_r$  از بهینه‌سازی پاسخ سیستم برحسب یک تابع هدف محاسبه می‌گردد.

$$G_p(\delta) \cdot C(\delta) = \frac{k(\hat{\gamma}\delta + 1)(\hat{\tau}_\theta\delta + 1)}{\hat{\lambda}^2(-\delta + 1)\delta} e^{-\hat{\theta}\delta} \quad (25)$$

چنانچه بجای  $S$  مقدار  $i\omega$  را جایگزین کنیم، داریم:

$$G_p(i\omega) \cdot C(i\omega) = \frac{k}{\hat{\lambda}^2} \frac{A(\omega) + iB(\omega)}{\omega(\omega^2 + 1)} \quad (26)$$

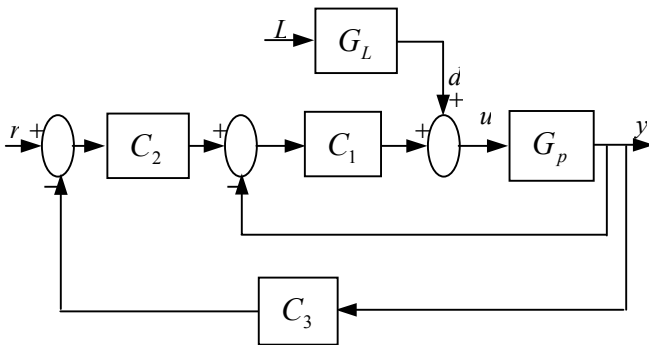
در این صورت با اعمال مرز پایداری نایکوئیست داریم:

$$\begin{cases} \frac{k}{\hat{\lambda}^2} \left( \frac{A(\omega)}{\omega(1 + \omega^2)} \right) = -1 \\ B(\omega) = 0 \end{cases} \quad (27)$$

به این ترتیب با مشخص شدن سیستم، ضریب فیلتر مانند قسمت الف بدست می آید.

### ساختار ۳ جزئی

کنترل کننده  $PID$  با داشتن ۲ صفر در تابع انتقال خود امکان ۲ درجه آزادی در طراحی جایگزینی قطبها را می دهد. ولی طراحی مستقیم برای سیستمهای ناپایدار و با تاخیر زمانی باعث عدم پایداری و عملکرد نامناسب می شود. به همین جهت ابتدا طراحی کنترل کننده با ساختار ۳ جزئی زیر مطرح شد که بتوان با ترکیب آنها به هدف مورد نظر رسید [۹]. این ساختار در شکل (۵) نشان داده شده است، با توجه به این شکل داریم:



شکل ۵- کنترل کننده  $IMC$  با ساختار ۳ جزئی

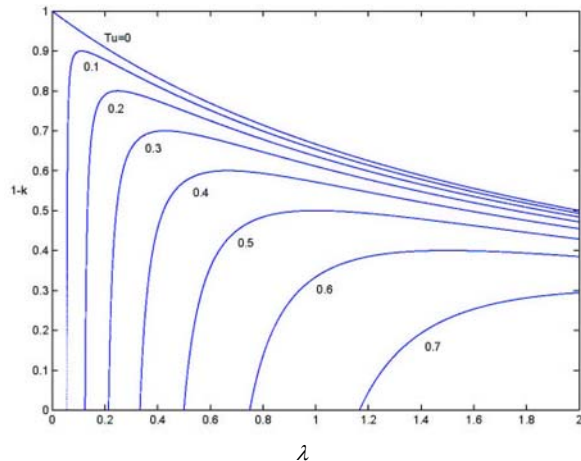
$$u = c_1 c_2 r - c_1 (1 + c_2 c_3) y \quad (28)$$

$$G_c^1 = c_1 c_2 \quad (29)$$

$$G_c^2 = \frac{1 + c_2 c_3}{c_2} \quad (30)$$

طبق قوانین  $IMC$  کنترلر  $c_1$  جهت پایدار کردن حلقه داخلی و جزء  $c_2$  جهت خنثی کردن بار ورودی به سیستم و

به این ترتیب می توان کمترین مقدار ضریب فیلتر ( $\lambda_{min}$ ) را بر اساس تابعیتی از ثابت زمانی بی بعد ( $\hat{\tau}$ ) بدست آورد و از طرفی حد ماکزیمم مقدار  $(1 - k)$  که نشان دهنده خطای بهره است را مشخص می کند شکل (۴)، [۸].



شکل ۴- مقاومت پذیری پایداری بر کنترلر  $PI$  و  $PID$  بر مبنای معیار روث

فیلتر  $f$  و پارامترهای تنظیم کنترلر بر مبنای  $IMC$  بدست می آید. با مشخص شدن مقدار  $\lambda$  برحسب تحلیل مقاوم پذیری پارامترهای تنظیم با استفاده از جدول (۱) بدست می آید.

(ب) تحلیل مقاومت پذیری با تاخیر زمانی و خطای بهره فرض می کنیم تابع انتقال فرایند بصورت زیر تعریف شود:

$$G_p(s) = k \tilde{G}_p(s) e^{-\theta s} = k \frac{\tilde{K}_p}{-\tau_u s + 1} e^{-\theta s} \quad (23)$$

به علت تاخیر زمانی تحلیل پایداری سیستم فوق را در فضای فرکانسی انجام می دهیم و با استفاده از پارامترهای بی بعد،

$$PID \text{ و } PI \text{ دو کنترلر } \hat{\lambda} = \frac{\lambda}{\tau_u}, \hat{\gamma} = \frac{\gamma}{\tau_u}, \hat{\theta} = \frac{\theta}{\tau_u}$$

تنظیم می گردد [۸]. تابع مدار باز سیستم با کنترلر  $PI$  بصورت زیر است:

$$(24)$$

$$G_p(\delta) C(\delta) = \frac{K_p}{-\delta + 1} e^{-\hat{\theta}\delta} \frac{1}{\tilde{K}_p \hat{\lambda}} \left( \frac{\hat{\gamma}\delta + 1}{\delta} \right) = \frac{k}{\hat{\lambda}^2} \frac{\hat{\gamma}\delta + 1}{(-\delta + 1)\delta} e^{-\hat{\theta}\delta}$$

و همچنین تابع مدار باز سیستم با کنترلر  $PID$  نیز در زیر آمده است:

$$J_n(O) = \int_0^{\infty} t^n [e(O,t)]^2 dt, n = 0,1,2 \quad (41)$$

در رابطه (36)  $O = [K_c, T_i, T_d]$  تابعی از پارامترهای تنظیم کنترل کننده می باشد. اگر  $n = 0$  باشد، تابع هدف مستقل از زمان شده و انتگرال مربعات خطا حداقل می گردد (ISE). اگر  $n = 1$  باشد تابع هدف انتگرال وزنی از زمان می شود (ITSE)، و در صورتیکه  $n = 2$  باشد تابع هدف انتگرال مربعات خطا- زمان، انتخاب می گردد (ISTE). به طور کلی با افزایش  $n$ ، زمان نشست پاسخ سریعتر شده ولی از طرفی مقدار فرارفت افزایش می یابد. تابع هدف مستقل از زمان، فرارفت کمتری نسبت به بقیه خواهد داشت. از اعمال این روش به سیستم درجه اول و دوم ناپایدار و بر حسب تابع هدف انتگرال مربعات خطا جداول (2) و (3) حاصل می گردد.

#### ۴- مقایسه

برای آنکه بتوان مقایسه بهتری بین روشهای مختلف تنظیم کنترل انجام داد، برای سیستم درجه اول ناپایدار روشهای تنظیم را از لحاظ نوع کنترلر  $PI$  و  $PID$  به دو بخش تفکیک کردیم که جداول (4) و (5) پارامترهای تنظیم این دو کنترلر را مشخص می کند و شکل های (6) و (7) خروجی فرایند و کنترل کننده را برای دو نوع کنترلر فوق نشان می دهند. سیستم درجه دوم ناپایدار نیز با کنترلر  $PID$  در نظر گرفته شده که نتایج در جدول (6) و شکل (8) آمده است. بین روشهای تنظیم بحث شده، مقایسه ای برای مقاومت کنترلر در برابر خطای مدل سیستم صورت گرفته که جداول (7)، (8) و (9) این قیاس را نشان می دهد.

#### ۵- نتیجه گیری

نتایج شبیه سازی نشان می دهد که در سیستم درجه اول ناپایدار بحث شده در صورت عدم خطای مدلسازی، بهتر است که کنترلر  $PID$  بر طبق روشهای بهینه سازی تابع هدف و تحلیل مقاوم سازی پایداری با خطای دینامیکی تنظیم گردد و برای تنظیم کنترلر  $PI$  روشهای بهینه سازی تابع هدف، ساختار 3 جزئی و معیار نایکویست نیز روشهای

$c_3$  برای دنبال کردن مقدار مقرر تعیین می شود و کنترلر  $PID$  از رابطه زیر تعیین می گردد.

$$G_c = G_c^1 G_c^2 \quad (31)$$

#### جایگزینی قطبها

در این روش مدل فرایند ناپایدار طبق رابطه زیر بیان می شود

$$G_p(s) = P_w(s) \cdot P_A(s) \quad (10): (32)$$

در رابطه فوق  $P_w(s)$  قسمتی از تابع مدل شامل تمام قطبهای پایدار و ناپایدار است. و  $P_A(s)$  در برگیرنده صفرهای سمت راست و تاخیر زمانی است. کنترل کننده  $IMC$  طبق رابطه زیر تعریف می شود:

$$q = P_w^{-1}(s) \cdot f \quad (33)$$

فیلتر  $f$  از دو قسمت تشکیل شده است:

$$f = f_s f_d \quad (34)$$

$f_s$  جهت سره کردن (Proper) کنترل کننده و  $f_d$  جهت حذف قطب های ناپایدار تابع مدل بار فرایند می باشد. کنترل کننده پسخور طبق رابطه زیر بدست می آید:

$$G_c = \frac{q}{1 - G_p \cdot q} \quad (35)$$

کنترلر، از بسط ماکلورن  $F(s)$  تا درجه دوم بدست می آید:

$$G_c(s) = \frac{1}{s} (F(0) + F'(0) \cdot s + \frac{F''(0)}{2} s^2) \quad (36)$$

$$G_c = \frac{F(s)}{s} \quad (37)$$

اگر با کنترل کننده  $PID$  مقایسه شود، پارامترهای تنظیم کنترل کننده بدست می آید:

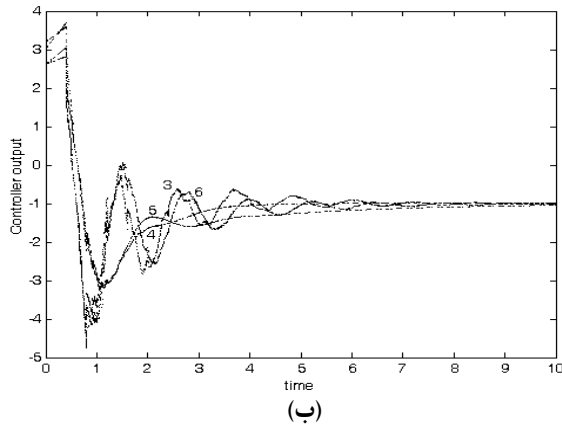
$$K_c = F'(0) \quad (38)$$

$$T_i = \frac{F'(0)}{F(0)} \quad (39)$$

$$T_d = \frac{F''(0)}{2F'(0)} \quad (40)$$

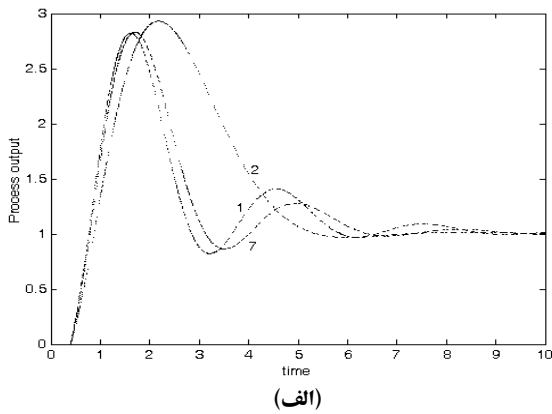
#### ۳- بهینه سازی تابع هدف

در این روش پارامترهای تنظیم کننده جهت مینیم کردن تابع هدف بکار می رود. تابع هدف بر حسب رفتار پاسخ انتخاب می گردد [11].

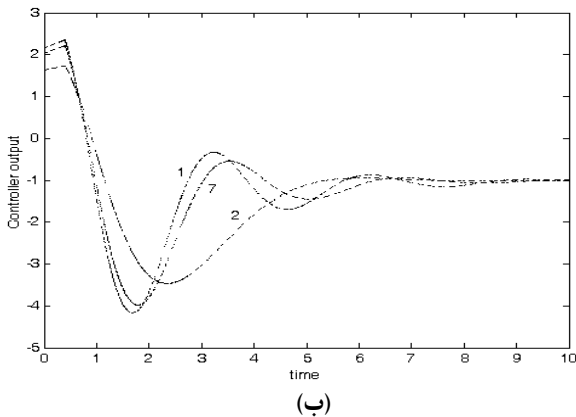


شکل ۶- خروجی فرایند (الف) و خروجی کنترلر (ب) به ازای تغییر پله‌ای در مقدار مقرر

$$G_p = \frac{e^{-0.4s}}{s-1} \text{ و کنترلر PID}$$



(الف)

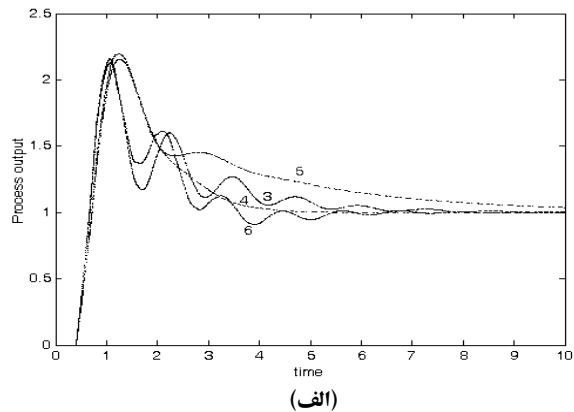


(ب)

شکل ۷- خروجی فرایند (الف) و خروجی کنترلر (ب) به ازای تغییر پله‌ای در مقدار مقرر

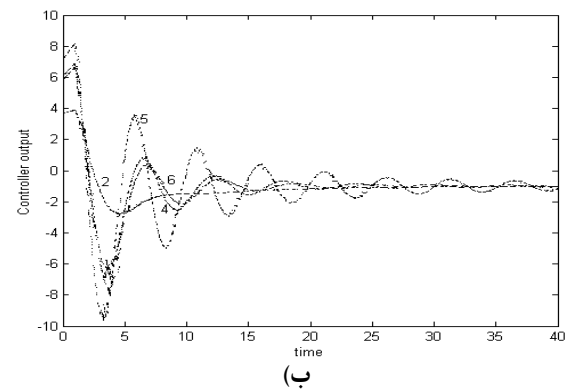
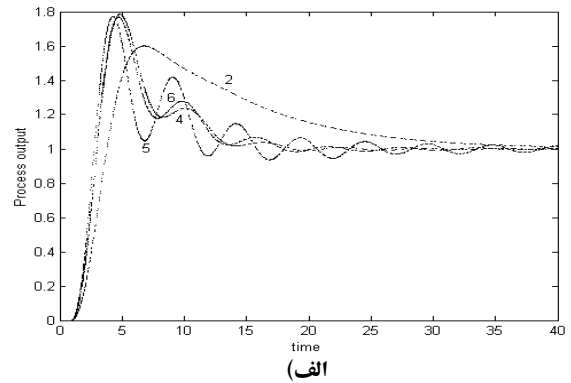
$$G_p = \frac{e^{-0.4s}}{s-1} \text{ و کنترلر PI}$$

مناسبتی می باشند. برای سیستم درجه اول مورد نظر با استفاده از روش مقاوم سازی پایداری بر مبنای مدل حاوی تاخیر انتقالی نمی توان در محدوده مجاز پارامتر  $\lambda$ ، کنترلر  $PI$  را تنظیم نمود و چنانچه از مدل درجه اول بدون تاخیر انتقالی استفاده شود، کنترلر  $PI$  بدست آمده نسبت به خطا حساس است که امریست طبیعی، چون در مدل تاخیر ملحوظ نگردیده است. روش بهینه سازی تابع هدف نیز در برابر خطای پارامترهای سیستم حساس بوده و عملکرد نامطلوبی خواهد داشت. چنانچه در حضور خطای مدل کنترلر  $PID$  تنظیم گردد، از روش جایگزینی قطبها و ساختار ۳ جزئی کنترلر مقاوم تری بدست می آید. روش های ساختار ۳ جزئی و حاشیه فاز و بهره مشخص نیز برای کنترلر  $PI$  نسبت به خطای مدل عملکرد مطلوبتری دارد. در سیستم درجه دوم ناپایدار نیز اگر خطای مدل نداشته باشیم، بهتر است کنترلر  $PID$  بر طبق روشهای بهینه سازی تابع هدف و جایگزینی قطبها تنظیم گردد و در صورت خطای مدلسازی از روش ساختار ۳ جزئی کنترلر مقاوم تری بدست می آید. پس برای دو مثال فوق بدون در نظر گرفتن درجه سیستم، اگر خطای مدل نداشته باشیم بهتر است  $PID$  بر طبق روش بهینه سازی تابع هدف تنظیم گردد و چنانچه خطای مدل اعمال گردد با روش ساختار ۳ جزئی کنترلر مقاوم تری بدست می آید.



(الف)

- [4] Ehing-Hung lee and Ching-Cheng Teng, "Tuning of PID Controllers for Stable and Unstable Processes with Specifications on Gain and Phase Margins", International Journal of Fuzzy Systems, Vol.3, No.1, pp.346, March 2001.
- [5] W.K.Ho, W.Xu, "PID tuning for unstable processes based on gain and phase margin specifications", IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol.145, No.5, pp.392, 1998.
- [6] E.Poulin, A.Pomerleau, "PID tuning for Integrating and unstable processes", IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol.143, No.5, pp.429, Sep1996.
- [7] E.Poulin, A.Pomerleau, "Unified PID design method based on a maximum peak resonance specification", IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol.144, No.6, pp.566, November1997.
- [8] Cuillermo E.Rotstein and Danied R.Lewin, "Simple PI and PID Tuning for open-loop unstable systems", Ind. Eng. Chem. Res. 1991, 30, 1864-1869.
- [9] H.-P.Huang, C.-C.Chen, "Control-System Synthesis for open-loop unstable process with time delay", IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol.144, No.4, July1997.
- [10] Yangho lee, Jeong seok lee, Sunwon Park, "PID controller tuning for integrating and unstable processes with time delay", Chemical Engineering Science, 55(2000)3481-3493
- [11] A. Visioli, "Optional tuning of PID Controllers for Integral and unstable processes", IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol.148, No.2, pp180, 2001.
- [12] Chi-Tsung hung and Yue-Shing lin, "Tuning PID Controller for open-loop unstable processes with time delay", Che.Eng.Comm, Vol.133, pp.11-30, 1995.



شکل ۸- خروجی فرایند(الف) و خروجی کنترلر(ب) به ازای تغییرپله ای در مقدار مقرر

$$G_p = \frac{e^{-0.939s}}{(5s-1)(2.07s+1)}$$

و کنترلر PID

مراجع

- [1] Thomas E.Marlin, "Process Control: Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance", Mc Graw-Hill, Inc, 1995.
- [2] Karl Johan Astrom and Tore Hagglund, "PID Controllers: theory, design, and tuning", 2<sup>nd</sup> ed., Instrument Society of America, 1995.
- [3] Annraoi M.De Paor and Mark Omalley, "Controllers of Ziegler-Nichols type for unstable process with time delay", INT.J. Control, 1989, Vol.49, No.4, 1273-1284.

جدول ۱- پارامترهای تنظیم کنترلر PI و PID بر اساس IMC

$\tilde{G}_p(s)$	$f(s)$	$K_c.K_p$	$T_i$	$T_d$
$\frac{K_p}{-\tau_u s + 1}$	$\frac{\gamma s + 1}{(\lambda s + 1)^2}$	$-\frac{\tau_u \gamma}{\lambda^2}$	$\gamma$	•
$\frac{K_p}{(-\tau_u s + 1)(-\tau_p s + 1)}$	$\frac{\gamma s + 1}{(\lambda s + 1)^2}$	$\frac{\tau_u (\gamma + \tau_p)}{\lambda^2}$	$\gamma + \tau_p$	$\frac{\gamma \tau_p}{\gamma + \tau_p}$

**جدول ۲- پارامترهای تنظیم کنترلر PID فرایند ناپایدار درجه اول به ازای تغییر پله‌ای در مقدار مقرر**

پارامترهای کنترلر	مرجع [۱۱]	روابط پیشنهاد شده در این مقاله
$K_c$	$1.32 / K_p \left(\frac{t_d}{T}\right)^{0.92}$	$t_d < 0.15 \quad (28.16t_d + 4.5)T^{0.92} / K_p$ $t_d \geq 0.15 \quad T^{0.91} / K_p \cdot t_d$
$T_i$	$4t_d^{0.47} \cdot T^{0.53}$	$3.42t_d^{0.35} \cdot T^{0.54}$
$T_d$	$3.78[1 - 0.84\left(\frac{t_d}{T}\right)^{-0.02}] \cdot T^{0.05} \cdot t_d^{0.95}$	$1.47t_d^{1.81}$

**جدول ۳- پارامترهای تنظیم کنترلر PID فرایند ناپایدار درجه اول به ازای تغییر پله‌ای در مقدار مقرر**

پارامترهای کنترلر	روابط پیشنهاد شده در این مقاله
$K_c$	$(-1.7712b^2 + 0.7962b + 0.5307)\left(\frac{t_d}{T}\right)^{(-2.715b^2 + 0.929b - 1.3502)}$
$T_i$	$(-5.5125b^2 + 10.998b + 2.1052)\left(\frac{t_d}{T}\right)^{(-0.3375b^2 + 0.276b + 0.7559)}$
$T_d$	$-1.8019b^{0.856} \left(\frac{t_d}{T}\right)^{(0.725b^2 - 0.219b + 0.5391)}$

**جدول ۴- پارامترهای تنظیم و مقدار تابع هدف ISE به ازای تغییر پله‌ای**

در مقدار مقرر یا بار ورودی  $G_p = \frac{e^{-0.4s}}{s-1}$  با کنترلر PI

روشهای تنظیم و پارامترهای کنترلر	معیار نایکوئیست (۱)	$M_r$ (۲)	مقاوم‌سازی باخطا دینامیکی (۳)	ساختار ۳ جزئی (۴)	جایگزینی قطبها (۵)	بهینه‌سازی تابع هدف (۶)	حاشیه فاز و بهره مشخص (۷)
$K_c$	۲/۱۷	۱/۶۳	۲/۸	۲/۱۶	۲/۶۳۴	۲/۳۹۶	۲/۰۳۶
$T_i$	۴/۷۶۲	۶/۰۶	۳/۴	۵/۶۸۱	۲/۵۱۹	۶/۶۰۷	۴/۵۴
ISE (تغییر مقدار مقرر)	۳/۸۱	۶/۸۳	۹/۲	۳/۸	۱۰/۸۸	۳/۶۲	۴/۰۸
ISE (تغییر بار ورودی)	۱/۴۷	۴/۵	۶/۵	۱/۴۵	۷/۸	۱/۳۵	۱/۷



جدول ۵- پارامترهای تنظیم و مقدار تابع هدف  $ISE$  به ازای تغییر پله‌ای

$$G_p = \frac{e^{-0.4s}}{s-1} \text{ در مقدار مقرر یا بار ورودی با کنترلر PID}$$

روشهای تنظیم و پارامترهای کنترل	مقاوم سازی باخطا دینامیکی (۳)، بهره با تاخیر زمانی	ساختار ۳ جزئی (۴)	جایگزینی قطبها (۵)	بهینه سازی تابع هدف (۶)
$K_c$	۲/۳۳ ، ۳/۲	۲/۶۳۳	۲/۶۳۴	۳/۰۲
$T_i$	۵/۶ ، ۳/۲	۵/۶۸۱	۲/۵۱۹	۱/۸
$T_d$	۰/۱۹۳ ، ۰/۱۸۷	۰/۱۲۱۴	۰/۱۵۴	۰/۲۲۸
$ISE$ (تغییر مقدار مقرر)	۲/۱۶ ، ۱/۴	۱/۹۳	۱/۶۷	۱/۳۵
$ISE$ (تغییر بار ورودی)	۱/۱ ، ۰/۳	۰/۸	۰/۴۳	۰/۲۳

جدول ۶- پارامترهای تنظیم کنترلر بر مبنای روشهای مختلف تنظیم سیستم ناپایدار درجه دوم و

مقادیر تابع هدف  $ISE$  به ازای تغییر پله ای در مقدار مقرر یا بار ورودی

روشهای تنظیم و پارامترهای کنترل	$M_r$ (۲)	ساختار ۳ جزئی (۴)	جایگزینی قطبها (۵)	بهینه سازی تابع هدف (۶)
$K_c$	۳/۶۹	۵/۸۶	۷/۱۴۴	۶/۰۹۴۷
$T_i$	۱۶/۵۲	۷/۱۷	۶/۶۸۴	۷/۳۴۳۲
$T_d$	۱/۸۱	۱/۶۰۶	۱/۶۵۵	۱/۶۲۵۲
$ISE$ (تغییر مقدار مقرر)	۴/۹	۳/۵۷	۳/۳	۳/۴۶
$ISE$ (تغییر بار ورودی)	۱	۰/۱۸۷	۰/۱۱۲۵	۰/۱۶۸

جدول ۷- مقدار تابع هدف  $ISE$  به ازای تغییر پله ای در مقدار مقرر و خطای

$$\text{مدل سیستم } G_p = \frac{e^{-0.4s}}{s-1} \text{ با کنترلر PI } (T=1, t_d=0.4, K_p=1)$$

روشهای تنظیم	معیار نایکوئیست	$M_r$	مقاوم سازی باخطا دینامیکی	ساختار ۳ جزئی	جایگزینی قطبها	بهینه سازی تابع هدف	حاشیه فاز و بهره مشخص
بدون خطای مدل	۳/۸۱	۶/۸۳	۹/۲	۳/۸	۱۰/۸۸	۳/۶۲	۴/۰۸
$K_p$ (+۲۰٪)	۴/۱۷	۴/۴	(Unstable) $US$	۳/۹	$US$	۵/۳۲	۳/۸۸
$K_p$ (-۲۰٪)	۵/۵۶	۱۸/۲	۴/۲۷	۵/۷۲	۵/۶۶	۴/۶۴	۶/۷
$T$ (+۲۰٪)	۳/۱۳	۶/۴۷	۲/۷۸	۳/۲	۳/۳۲	۲/۸۴	۳/۴۸
$T$ (-۲۰٪)	۱۰/۸۶	۸/۴۶	$US$	۹/۶	$US$	$OS$ (Oscillating)	۸/۷
$t_d$ (+۲۰٪)	۱۰/۵۷	۹/۷	$US$	۹/۱	$US$	۱۷/۸	۹/۳۵
$t_d$ (-۲۰٪)	۲/۵۴	۵/۵۸	۱/۹۲	۲/۶۸	۲/۱۱	۲/۳۵	۲/۸۳
$(t_d, T, K_p)$ و (+۲۰٪)	۵/۵	۵/۲	$US$	۵	$US$	۷/۲	۵/۰۴
$(t_d, T, K_p)$ و (-۲۰٪)	۴/۵۶	۱۵/۳	۳/۰۷	۴/۸۲	۳/۶۳	۳/۹۷	۵/۴۲

جدول ۸- مقدار تابع هدف  $ISE$  به ازای تغییر پله ای در مقدار مقرر و خطای مدل

سیستم ناپایدار درجه اول  $G_p = \frac{e^{-0.4s}}{s-1}$  با کنترلر  $PID$  ( $T=1, t_d=0.4, K_p=1$ )

روشهای تنظیم	مقاوم سازی با خطا دینامیکی، بهره با تاخیر زمانی	ساختار ۳ جزئی	جایگزینی قطبها	بهینه سازی تابع هدف
بدون خطای مدل	۲/۱۶، ۱/۴	۱/۹۳	۱/۶۷	۱/۳۵
$K_p (+20\%)$	۱/۶۳، $OS$	۱/۷۲	۱/۵۱	$OS$
$K_p (-20\%)$	۳/۵۸، ۱/۶۱	۲/۸۲	۲/۳۸	۱/۷
$T (+20\%)$	۲/۲، ۱/۲۲	۱/۸۶	۱/۶۳	۱/۲۷
$T (-20\%)$	۲/۱۹، $US$	۲/۴۸	۲/۰۷	$US$
$t_d (+20\%)$	۲/۶، ۴/۴۶	۳/۰۸۵	۲/۹۱۱	۲/۹۲
$t_d (-20\%)$	۱/۹۲، ۰/۹۵	۱/۵۵	۱/۲۴۴	۰/۹۵
$(t_d, T, K_p) (+20\%)$	۱/۹۳، ۳/۳۵	۲/۲۹	۲/۱۸	۲/۳۷
$(t_d, T, K_p) (-20\%)$	۳/۱۳، ۱/۲۷	۲/۳۸	۱/۷۹	۱/۲۴

جدول ۹- مقدار تابع هدف  $ISE$  به ازای تغییر پله ای در مقدار مقرر و خطای

مدل سیستم ناپایدار درجه دوم  $G_p = \frac{e^{-0.939s}}{(5s-1)(2.07s+1)}$  با کنترلر  $PID$

روشهای تنظیم	$M_r$	ساختار ۳ جزئی	جایگزینی قطبها	بهینه سازی تابع هدف
بدون خطای مدل	۴/۹	۳/۵۷	۳/۳	۳/۴۶
$K_p (+20\%)$	۳/۹۶	۳/۳۱	۵/۵	۳/۲۹
$K_p (-20\%)$	۶/۸۴	۴/۵	۳/۷	۴/۲
$T_1 (-20\%)$	۵/۳	۳/۸۶	۳/۳	۳/۶۶
$T_1 (+20\%)$	۴/۵۳	۳/۸۳	$OS$	۴
$T_2 (+20\%)$	۵/۵	۴/۱۷	۳/۶۲	۴
$T_2 (-20\%)$	۴/۵	۳/۲	۳/۶۶	۳
$t_d (+20\%)$	۵/۴	۵/۲۲	۱۵/۳	۵/۳۶
$t_d (-20\%)$	۴/۶	۳/۰۵	۲/۵۸	۲/۹
$(K_p, t_d, T_1, T_2) (+20\%)$	۵/۲۳	۵/۲۷	۶/۴۲	۵/۰۸
$(K_p, t_d, T_1, T_2) (-20\%)$	۵/۲۸	۳	۲/۵۲	۲/۸۵