

محاسبه نیروهای نامتقارن مغناطیسی در موتورهای القایی قفس سنجابی در اثر خروج از مرکزیت استاتیک

همايون مشگين كلک

دانشکده مهندسی برق دانشگاه تفرش

Email : meshgin@aut.ac.ir

#

واژه های کلیدی: موتور القایی، نیروهای نامتقارن مغناطیسی، خروج از مرکزیت

چکیده :

عدم تقارن در فاصله هوایی بین رتور و استاتور در انواع ماشینهای الکتریکی وجود دارد. این عدم تقارن، نیروهای نامتقارن مغناطیسی ایجاد می کند که هم به رتور و هم به استاتور اعمال می شود. خرابی بلبرینگها و ایجاد لرزش و نویزهای صوتی از نتایج حضور این نیروها هستند. در این مقاله، محاسبه نیروهای نامتقارن مغناطیسی در موتورهای القایی قفس سنجابی که از پرکاربردترین ماشین های الکتریکی در صنعت می باشند ارائه شده است. برای آنکه اثرات عوامل مختلف در ایجاد این نیروها مطالعه شود، مدلسازی موتور به روش مدار معادل مغناطیسی انجام شده است که تاکنون در مقالات در مورد آن گزارشی مشاهده نشده است.

مقدمه:

عدم تقارن در فاصله هوایی حتی در موتورهای نو نیز وجود دارد که این امر به دلیل وجود تولرانس ذاتی در قطعات مختلف موتور (همچون شفت، بلبرینگها، و دیگر قطعات) و

نحوه مونتاژ این قطعات به یکدیگر می باشد. خستگی بلبرینگها (که عمده ترین اشکال در موتورهای القایی است) نیز عموماً منجر به عدم تقارن در فاصله هوایی می شود. بطور کلی می توان گفت که رتور یک ماشین الکتریکی هیچگاه بطور کامل با استاتور آن هم راستا نیست و یا اینکه محور آنها بر روی یکدیگر قرار ندارند. این وضعیت را خروج از مرکزیت می نامیم. در اثر خروج از مرکزیت، فاصله هوایی بین استاتور و رتور نامتقارن می شود. خروج از مرکزیت یک منبع ایجاد نیروی شعاعی، لرزش، و نویز است و بایستی توجه خاص به آن نمود.

دو نوع عمده خروج از مرکزیت وجود دارد: استاتیک و دینامیک. در خروج از مرکزیت استاتیک، محور رتور و استاتور هم راستا هستند اما مرکز دوران رتور بر روی محور استاتور قرار نمی گیرد و لذا در یک نقطه از سطح داخلی استاتور، فاصله هوایی حداقل و در نقطه مقابل آن فاصله هوایی حداکثر می باشد. با اینحال هر نقطه بر روی استاتور همواره فاصله هوایی ثابتی را می بیند که مستقل از چرخش

مراتب کمتر از موتورهای القایی رتور سیم پیچی شده است. همچنین به بزرگ بودن نیروهای نامتقارن مغناطیسی در لغزشهای بزرگ (که در راهاندازی موتور این حالت وجود دارد) اشاره شده است.

در [۶ و ۷] با استفاده از روش موجهای پرمانس و موجهای mmf ، اثر خروج از مرکزیت استاتیک بر روی سیگنالهای مختلف ماشین (شار، جریان استاتور، و لرزش هسته ماشین) ارزیابی شده است. نتایج نشان می‌دهند که تفسیر دقیق و پیشرفته جریان استاتور قابلیت اطمینان بیشتری در تشخیص خروج از مرکزیت در موتورهای القایی ولتاژ بالا به دنبال خواهد داشت.

در [۸] اثرات سیم‌بندی‌های سری و موازی بر روی تغییرات نیروی نامتقارن مغناطیسی تحلیل شده‌است و نشان داده شده است که حضور سیم‌بندی‌های موازی در استاتور سبب کاهش این نیرو می‌شود. در [۹] با روش‌های تحلیلی نشان داده شده است که کج بودن شیارهای رتور نیز سبب افزایش نیروی نامتقارن مغناطیسی می‌شود. با این حال نتوانسته است اثرات اشباع و شیارها را در مدل تحلیلی دخالت دهد. در [۱۰] تغییرات نیروی نامتقارن مغناطیسی در موتورهایی که با تغییر تعداد قطب تغییر سرعت می‌دهند را مورد بررسی قرار داده است و نشان داده شده است که در حالت‌های گذرا نیروی‌های نامتقارن مغناطیسی مقادیر بزرگی پیدا می‌کنند.

در [۱۱] که از آخرین کارهای انجام شده و در دسترس در باره نیروی‌های نامتقارن مغناطیسی است به سخت بودن اندازه‌گیری این نیروها اشاره شده و چند روش را مطرح نموده است. همچنین با اشاره به اینکه عدم تقارن‌های موتور ماهیتی سه‌بعدی دارند و مدلسازی سه‌بعدی موتور همواره کار سختی بوده است اذعان نموده است. ذکر شده است که این موضوع می‌تواند موضوع تحقیقات آینده در این زمینه باشد.

[۱۲] با مدلسازی ماشین با استفاده از روش مدار معادل مغناطیسی به ارائه روشی جامع برای محاسبه اندوکتانسهای ماشین قفس سنجایی پرداخته است و اثرات انواع عدم تقارن‌ها بر روی اندوکتانس‌های ماشین بررسی شده است.

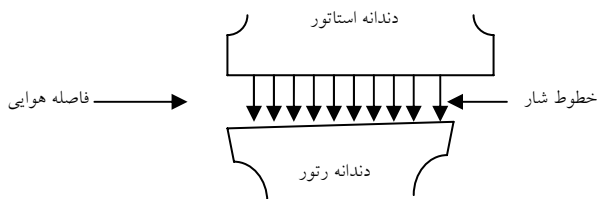
رتور است. در این حالت می‌توان فاصله هوایی را بصورت یک تابع کسینوسی از موقعیت زاویه‌ای رتور نسبت به یک محور ساکن بر روی استاتور در نظر گرفت. در اثر این نوع عدم تقارن، کشش نامتقارن مغناطیسی ایجاد می‌شود. تعیین مقدار این نیروی کششی با استفاده از روش‌های تحلیلی مشکل است.

در خروج از مرکزیت دینامیک هر نقطه بر روی رتور همواره فاصله هوایی یکسانی را می‌بیند. به عبارت دیگر با چرخش رتور هر نقطه بر روی استاتور یک فاصله هوایی پیوسته را می‌بیند که آن هم یک تابع کسینوسی از موقعیت زاویه‌ای رتور نسبت به استاتور است. امکان ترکیب انواع مختلف خروج از مرکزیت‌ها نیز وجود دارد.

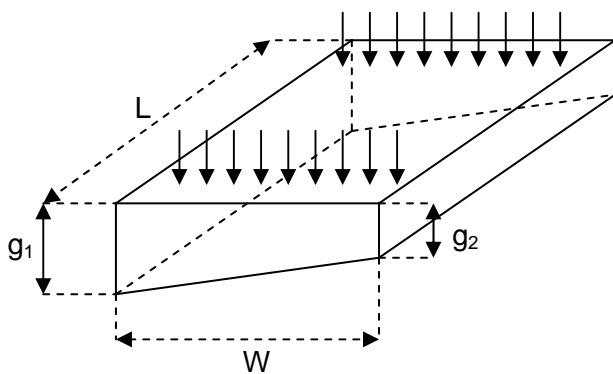
با توجه به موضوع مقاله حاضر، مقالاتی که در اینجا به آنها اشاره می‌شود عمدتاً به موضوع نیروهای نامتقارن مغناطیسی و لرزش مربوط می‌شوند. تحلیل موج‌های چگالی شار و موج‌های پرمانس در فاصله هوایی موتورهای کوچک نشان می‌دهد که در اثر خروج از مرکزیت در رتور، یک سری موج‌های نیروی کم قطب ایجاد می‌شود [۱]. همچنین اهمیت اشباع آهن در شکل‌گیری این موج‌های نیروی کم قطب مشخص شده است. در این مقاله روشی با تکیه بر تئوری کلاسیک الکترومغناطیس، روابط پرمانس، چگالی شار و mmf برای محاسبه تغییرات مؤلفه‌های نوین با میزان خروج از مرکزیت رتور تشریح شده است. برای کاهش نوین استفاده از مسیرهای موازی در سیم‌بندی‌های استاتور بررسی شده که نتایج رضایت بخشی به دنبال داشته است.

در اثر حضور خروج از مرکزیت استاتیک، نیروی شعاعی که به آن نیرو یا کشش نامتقارن مغناطیسی می‌گویند ایجاد می‌شود. این کشش نامتقارن، علت اصلی نوین در ماشینهای الکتریکی است. در مراجع [۲ تا ۵] به بحث در رابطه با وابستگی این نیرو به میزان خروج از مرکزیت، ولتاژ تغذیه موتور، و اشباع مغناطیسی پرداخته شده و نشان داده شده است که صرف نظر از اشباع برای محاسبه این نیرو خطای زیادی به همراه خواهد داشت. همچنین اشاره شده است که میزان این نیروی شعاعی در موتورهای قفس سنجایی به

با توجه به بسیار کوچک بودن فاصله هوایی در مقایسه با پهنای دندانه های استاتور و رتور فاصله هوایی را می توان مطابق شکل ۳ به صورت ذوزنقه در نظر گرفت که به واقعیت بسیار نزدیک است.

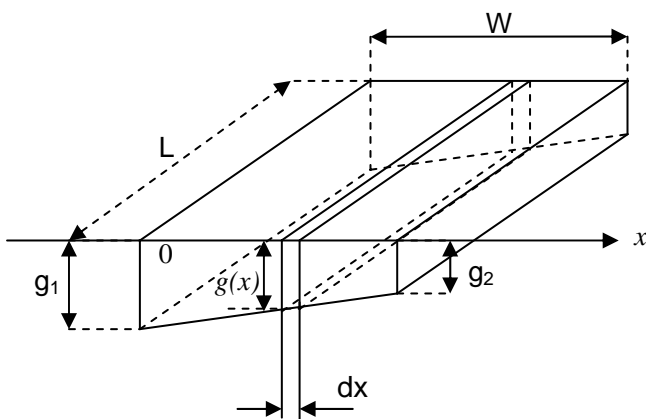


شکل ۲ وضعیت هندسی یک دندانه استاتور و یک دندانه رتور در حالت خروج از مرکزیت



شکل ۳ تیوب شار در نظر گرفته شده در فاصله هوایی بین یک دندانه استاتور و یک دندانه رتور در حالت خروج از مرکزیت برای محاسبه پرمانس بین دو دندانه

حال با توجه به تیوب شار بین دو دندانه استاتور و رتور و حرکت رتور در جهت x مطابق شکل ۴، میتوان پرمانس را بر حسب هندسه تیوب شکل ۴ به صورت زیر تعریف نمود.

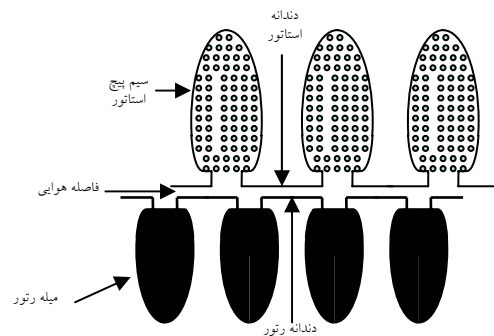


شکل ۴

به دلیل ویژگیها و نقاط قوت روش مدار معادل مغناطیسی، از جمله در نظر گرفتن تمام هارمونیکهای فضایی سیم بندیهای ماشین، و اثر مورب بودن شیارها، در این مقاله از این روش برای مدل سازی دو بعدی موتورهای القایی متداول در شرایط بروز عدم تقارن استاتیک در فاصله هوایی استفاده شده است. اثرات عوامل مختلف بر ایجاد نیرویهای نامتقارن مغناطیسی در حالت دائمی و در حالت گذرا ارائه می شود. با اینحال، مشخصه مغناطیسی به صورت خطی در نظر گرفته شده است. اشباع مغناطیسی در ادامه این کار تحقیقاتی در نظر گرفته خواهد شد.

مدلسازی فاصله هوایی

در شکل ۱ آرایش دندانه های استاتور و رتور در دو طرف فاصله هوایی نشان داده شده است. در حالتی که فاصله هوایی نامتقارن باشد مدل سازی پرمانس فاصله هوایی بین هر دندانه استاتور و هر دندانه رتور از اهمیت ویژه برخوردار است. همچنین در هر لحظه بسته به موقعیت رتور هر دندانه استاتور (یا رتور) ممکن است با یک یا دو دندانه رتور (یا استاتور) تقابل داشته باشد.



شکل ۱ آرایش دندانه های استاتور و رتور در دو طرف فاصله هوایی

در مقالات و نوشتجات مربوط به کارهای تحقیقاتی در زمینه مدل سازی ماشین القایی بروش مدار معادل مغناطیسی برای خروج از مرکزیت (ناهم محوری) استاتیک، فاصله هوایی بین هر دندانه استاتور و هر دندانه رتور ثابت در نظر گرفته شده است هرچند این فاصله هوایی برای دندانه های متوالی استاتور متفاوت است و به موقعیت مکانی دندانه استاتور بستگی دارد.

در شکل ۲ وضعیت هندسی یک دندانه استاتور و یک دندانه رتور در حالت خروج از مرکزیت نشان داده شده است.

$$v_r = R_r i_r + \frac{d\lambda_r}{dt} \quad (5)$$

که در آنها v بردار ولتاژ، i بردار جریان، λ بردار شار، R ماتریس مقاومت، و زیرنویسهای s و r به ترتیب به استاتور و رتور اختصاص دارند. برای محاسبه ماتریسهای اندوکتانس فوق از روش مدار معادل مغناطیسی مرجع ۱۲ استفاده میشود. برای استاتور v_s و i_s عبارتند از:

$$v_s = [v_a \quad v_b \quad v_c]^T \quad (6)$$

$$i_s = [i_a \quad i_b \quad i_c]^T \quad (7)$$

برای رتور v_r و i_r عبارتند از:

$$v_r = [v_{r1} \quad \dots \quad v_{rj} \quad \dots \quad v_{m_r}]^T \quad (8)$$

$$i_r = [i_{r1} \quad \dots \quad i_{rj} \quad \dots \quad i_{m_r}]^T \quad (9)$$

برای موتور القایی قفس سنجابی v_r یک بردار صفر است، و i_r بردار جریانهای مش در رتور است.

معادلات مکانیکی ماشین نیز به شرح زیر هستند:

$$T_e - T_m = J \frac{d\omega}{dt} \quad (10)$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (11)$$

$$T_e = \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{j=1}^{n_r} (u_{2i} - u_{3j})^2 \cdot \frac{dg_{ij}}{d\theta} \quad (12)$$

که T_e گشتاور الکترومغناطیسی ماشین، T_m گشتاور بار، θ زاویه مکانیکی رتور، J ممان اینرسی، ω سرعت مکانیکی، و $dg_{ij}/d\theta$ مشتق پرمانس فاصله هوایی نسبت به زاویه مکانیکی است.

معادلات ارتباط دهنده جریانها و شارهای ماشین به صورت

زیر هستند:

$$L_{ss} i_s + L_{sr} i_r = \lambda_s \quad (13)$$

$$L_{rs} i_s + L_{rr} i_r = \lambda_r \quad (14)$$

که در آنها i بردار جریان، λ بردار شار، L ماتریس اندوکتانس، و زیرنویسهای s و r به ترتیب به استاتور و رتور اختصاص دارند. برای محاسبه ماتریسهای اندوکتانس فوق از روش مدار معادل مغناطیسی مرجع ۱۲ استفاده می شود.

بر این اساس،

$$G = \int_0^W \mu(x) \frac{l(x) dx}{g(x)}$$

که در آن $g(x)$ ، بعد موازی با خطوط شار، و $l(x)$ و x ابعاد عمود بر خطوط شار هستند.

برای فاصله هوایی، μ ثابت است و تابعی از x نیست و میتوان آنرا از انتگرال بیرون آورد. همچنین با در نظر گرفتن $l(x) = L$

$$G = \mu.L \int_0^W \frac{dx}{g(x)}$$

بر اساس شکل ۴، تابع $g(x)$ را میتوان به صورت زیر

بدست آورد:

$$g(x) = g_1 + \frac{g_2 - g_1}{W} x$$

که با جایگزینی آن در معادله (۱)، رابطه پرمانس به صورت زیر در می آید:

$$G = \frac{\mu.L}{g_2 - g_1} \int_0^W \frac{d\left(\frac{g_2 - g_1}{W} x + g_1\right)}{\frac{g_2 - g_1}{W} x + g_1}$$

که با تعریف پارامترهای m و n به صورت

$$m = \frac{g_2 - g_1}{W} \quad \text{و} \quad n = g_1$$

معادله پرمانس به شکل زیر در می آید:

$$G = \frac{\mu.L}{m} \int_0^W \left(\frac{d(mx + n)}{mx + n} \right) \quad (2)$$

با گرفتن انتگرال معادله (۲)،

$$G = \frac{\mu.L}{m} (\ln(mx + n)) \quad (3)$$

عبارت تابع پرمانس در معادله (۳) کلی است و با استفاده

از آن میتوان اثر خروج از مرکزیت را بر روی اندوکتانسهای

مختلف ماشین بررسی نمود.

مدلسازی موتور

معادلات دیفرانسیل حاکم بر ماشین عبارتند از:

$$v_s = R_s i_s + \frac{d\lambda_s}{dt} \quad (4)$$

عناصر ماتریسهای A_{44} و A_{11} بترتیب فقط به پرمانس قطعات یوغ استاتور و رتور بستگی دارند.

بردارهای F_{st} و F_{rt} در معادلات (۱۹) و (۲۰) به صورت زیر به جریانهای استاتور و جریانهای رتور مربوط می شوند:

$$F_{st} = W_s i_s \quad (21)$$

$$F_{rt} = W_r i_r \quad (22)$$

که W_s با استفاده از آرایش سیم بندیهای استاتور و تعداد دور هر کلاف استاتور محاسبه می شود و به آن ماتریس تبدیل mmf گفته می شود. عناصر این ماتریس متناظر با تابع سیم پیچ (Winding Function) سیم بندیهای استاتور ماشین می باشند [۱۲]. همچنین ماتریس W_r با فرض آنکه هر مش رتور همانند یک سیم بندی یک حلقه ای میباشد و نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) هر دندانه رتور مستقیماً به جریان مش محصور کننده آن دندانه بستگی دارد بسادگی قابل محاسبه است. ابعاد W_r برابر با تعداد مشهای مستقل رتور است.

با استفاده از روش ارائه شده در [۱۲]، ماتریسهای اندوکتانس به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$L_{ss} = W_s^T C A_{22} W_s \quad (23)$$

$$L_{sr} = W_s^T C A_{23} \quad (24)$$

$$L_{rs} = D A_{32} W_s \quad (25)$$

$$L_{rr} = D A_{33} \quad (26)$$

که در آنها

$$C = (I_{ns \times ns} + A_{22} R_{st})^{-1} \quad (27)$$

$$D = (I_{nr \times nr} + A_{33} R_{rt})^{-1} \quad (28)$$

در مدلسازی ماشین با استفاده از این معادلات اثرات تمام هارمونیکهای فضایی، رلوکتانس دندانههای استاتور و رتور، مورب بودن شیارها، آرایش سیم بندیهای استاتور، پرمانس پراکندگی شیارهای استاتور و رتور، و پرمانس فاصله هوایی در نظر گرفته می شوند. اثر عدم تقارن در فاصله هوایی در ماتریسهای A_{22} ، A_{23} ، A_{32} ، و A_{33} ظاهر می شود.

بر اساس مدار معادل مغناطیسی شکل ۵، دستگاه معادلات گره ماشین که در آن پیوستگی شار مغناطیسی برقرار می باشد، به شکل زیر هستند:

$$A_{11} u_1 = -\Phi_{st} \quad (15)$$

$$A_{22} u_2 + A_{23} u_3 = \Phi_{st} \quad (16)$$

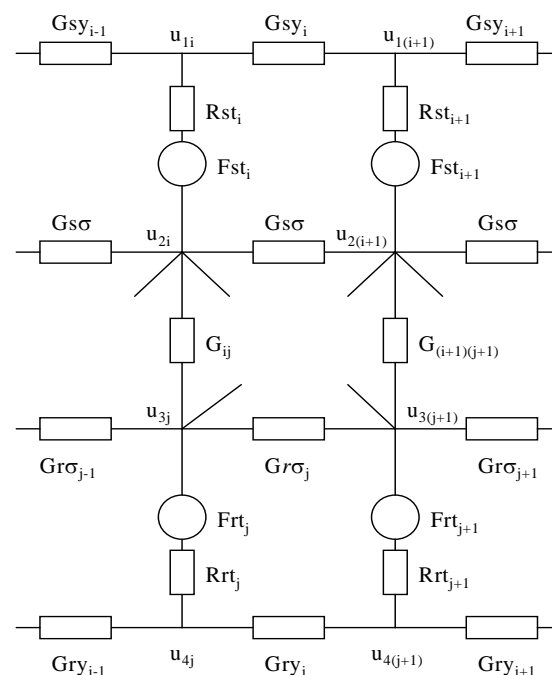
$$A_{32} u_2 + A_{33} u_3 = \Phi_{rt} \quad (17)$$

$$A_{44} u_4 = -\Phi_{rt} \quad (18)$$

$$u_2 = u_1 - R_{st} \Phi_{st} + F_{st} \quad (19)$$

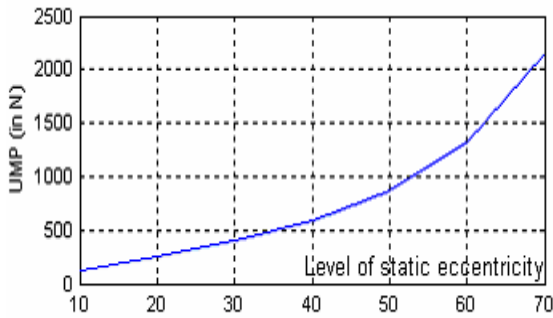
$$u_3 = u_4 - R_{rt} \Phi_{rt} + F_{rt} \quad (20)$$

در این معادلات u_1 ، u_2 ، u_3 ، و u_4 بترتیب بردار پتانسیل مغناطیسی گره ها در دندانههای استاتور، قطعات یوغ استاتور، دندانههای رتور، و قطعات یوغ رتور هستند. همچنین Φ_{st} و Φ_{rt} بترتیب بردار شار دندانههای استاتور و بردار شار دندانههای رتور، R_{st} و R_{rt} بترتیب ماتریس رلوکتانس دندانههای استاتور و دندانههای رتور، F_{st} و F_{rt} بردار منابع نیروی محرکه مغناطیسی یا mmf بترتیب در طرف استاتور و در طرف رتور هستند.



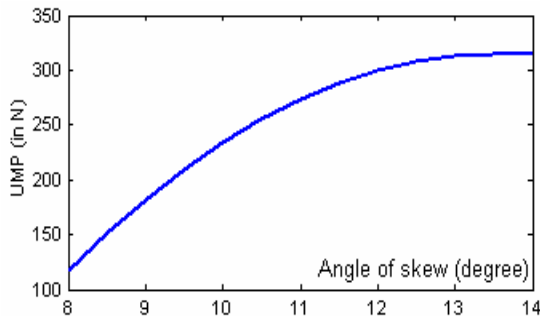
شکل ۵ قسمتی از مدار معادل مغناطیسی یک موتور القایی قفس

سنجایی



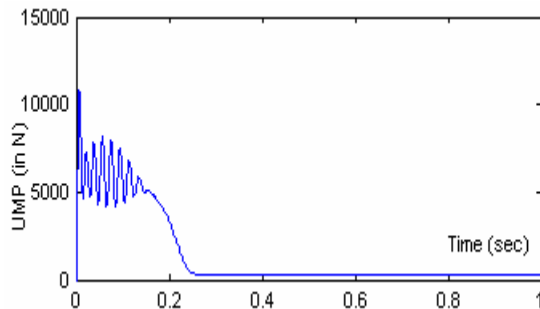
شکل ۷ تغییرات نیروی نامتقارن مغناطیسی به ازاء تغییرات میزان خروج از مرکزیت استاتیک (بر حسب درصد)

در شکل ۸ تغییرات نیروی نامتقارن مغناطیسی در خروج از مرکزیت استاتیک ۱۰٪ به ازاء تغییرات کجی شیارهای رتور مشاهده می شود. با کج تر شدن شیارها، این نیرو افزایش می یابد.



شکل ۸ تغییرات نیروی نامتقارن مغناطیسی در خروج از مرکزیت استاتیک ۱۰ درصد به ازاء تغییرات کجی شیارهای رتور

در شکل ۹ تغییرات نیروی نامتقارن مغناطیسی در خروج از مرکزیت ۱۰ درصد در راه اندازی موتور مشاهده می شود. اندازه این نیرو در راه اندازی بسیار بزرگ است و با رسیدن ماشین به شرایط دائمی از میزان آن بنحو چشمگیری کاسته می شود.



شکل ۹ تغییرات گذرای نیروی نامتقارن مغناطیسی در خروج از مرکزیت استاتیک ۱۰ درصد در راه اندازی موتور

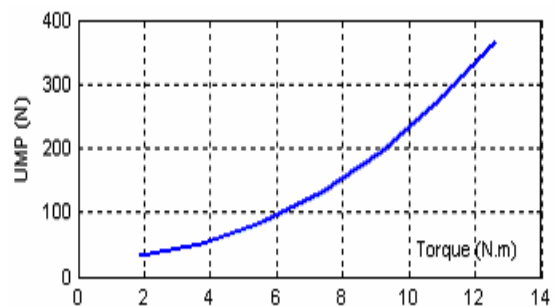
نتایج شبیه سازی و محاسبه نیروی نامتقارن مغناطیسی

یک موتور القایی سه فاز ۳ اسب مورد شبیه سازی قرار گرفته است. بر اساس تابع پرمانس فاصله هوایی در معادله (۳)، نیروی شعاعی بین هر دو دندانه استاتور و رتور که در مقابل هم قرار می گیرند با عبارت زیر بیان می شود:

$$f_{ij}^{ij} = (u_i - u_j)^2 \cdot \frac{dG_{ij}}{dr} \quad (29)$$

که در آن u_i پتانسیل مغناطیسی دندانه i ام استاتور، u_j پتانسیل مغناطیسی دندانه j ام رتور و (dG_{ij}/dr) مشتق پرمانس بین دو دندانه نسبت به تغییرات شعاعی فاصله هوایی است. از آنجائیکه نیروی کششی بین هر دو دندانه استاتور و رتور مستقیماً به مشتق پرمانس بین دو دندانه بستگی دارد، لذا مدلسازی دقیق پرمانس فاصله هوایی بین دو دندانه بسیار مهم است.

در شکل های ۶ تا ۹، نتایج شبیه سازی ارائه شده اند که با نتایج مقالات [۴ و ۵] تطابق خوبی دارند. در شکل ۶ تغییرات نیروی نامتقارن مغناطیسی در خروج از مرکزیت استاتیک ۱۰ درصد به ازاء تغییرات گشتاور بار نشان داده شده است. مشاهده می شود که با افزایش بار، این نیرو افزایش می یابد. بنابراین انتظار می رود که با افزایش بار ماشین، لرزش ماشین زیادتر شود.



شکل ۶ تغییرات نیروی نامتقارن مغناطیسی در خروج از مرکزیت استاتیک ۱۰ درصد به ازاء تغییرات گشتاور بار

در شکل ۷ تغییرات نیروی نامتقارن مغناطیسی به ازاء تغییرات میزان خروج از مرکزیت استاتیک در گشتاور بار ثابت نشان داده شده است. مشاهده می شود که با افزایش میزان خروج از مرکزیت استاتیک، این نیرو افزایش قابل ملاحظه ای می یابد.

vibration signals as a function of the combination of static and dynamic air gap eccentricity in 3-phase induction motors “,IEEE Transactions on IA., vol. 33, no.1, pp. 24-34, Jan./ Feb., 1997.

- 7) *W.T. Thomson, D. Rankin, D. G. Dorrell* ,“On line current monitoring to diagnose air gap eccentricity – An industrial case history of a large high voltage 3 phase induction motor”, IEEE-IAS97, 1997, pp. 112-119.
- 8) *D.G.Dorrell, A.C.Smith* ,“ Calculation of UMP in induction motors with series/parallel winding connections”, IEEE Transactions on EC., Vol.9 ,No. 2 , June 1994, pp.304 – 310
- 9) *D.G. Dorrell* , “The influence of rotor skew on unbalanced magnetic pull in cage induction motors with eccentric rotors”, 7th Electrical Machines and Drives Conf. ,1995. No. 412 , pp.67 – 71.
- 10) *S.Williamson, et.al* , “Transient unbalanced magnetic pull in change-pole induction motors”, 4th Electrical Machines and Drives Conf,1989,pp.261 – 265.
- 11) *D.G. Dorrell* ,“Experimental behaviour of unbalanced magnetic pull in 3-phase induction motors with eccentric rotors and the relationship with tooth saturation”, IEEE Transactions on E.C., Vol.14 , No.3, 1999 ,pp. 304 – 309.
- 12) *H. Meshgin Kelk, J.Milimonfared, H.A. Toliyat* , “A comprehensive method for the calculation of inductance coefficients of squirrel cage induction motor”, IEEE Trans. on E.C., Vol. 18 No. 2, June. 2003 ,pp.187-193.

نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از روش مدار معادل مغناطیسی، و ارائه مدلی جدید برای پرمانس فاصله هوایی بین دو دندان استاتور و رتور، نیروهای نامتقارن مغناطیسی در حالات دائمی و گذرا محاسبه گردیدند. توانایی روش در محاسبه این نیروها بخصوص در حالت گذرا و در نظر گرفتن اثر عوامل مختلف بر روی این نیروها، از نقاط قوت آن است. تغییرات این نیروها با بار، میزان خروج از مرکزیت استاتیک و میزان کجی شیارهای رتور مورد بررسی قرار گرفتند. در ادامه این تحقیق، بررسی اثر خروج از مرکزیت دینامیک و اثر اشباع مغناطیسی بر روی این نیروها و اندازه گیری آنها مد نظر میباشد.

مراجع

- 1) *A.J. Ellison, S. J. Yang* , “Effects of rotor eccentricity on acoustic noise from induction machines “, Proc. IEE, Vol. 118, No. 1, 1971, pp. 174-184.
- 2) *B. Heller and V. Hamata* ,“ Harmonic Field Effects in Induction Machine”, Elsevier Co., New York, 1977.
- 3) *D.G. Dorrell* ,“Calculation of unbalanced magnetic pull in small cage induction motors with skewed rotors and dynamic rotor eccentricity”, IEEE Trans. on E.C, Vol. 11 , No.,3 , Sept. 1996 ,Pages:483 – 488
- 4) *D.G. Dorrell, et.al* ,“Calculation and measurement of unbalanced magnetic pull in cage induction motors with eccentricrotors, part II, Experimental Investigation”,ElectricPowerApplications, IEEProceedings, Vol.143, No.3, 1996,pp. 202-210.
- 5) *A.C Smith, D.G. Dorrell* , “Calculation and measurement of unbalanced magnetic pull in cage induction motors with eccentric rotors, part I. Analytical model” Electric Power Applications, IEE Proc., Vol.143 , No, 3 , May 1996 ,pp.193 – 201
- 6) *D. G. Dorrell, W. T. Thomson and S. Roach* , “Analysis of air gap flux, current,