

بررسی پاسخ گذرای مشددهای میکرو حلقه با در نظر گرفتن جذب دو فوتونی و اثر کر

خسروی، مصطفی^۱؛ فرهی مقدم، رضا^۲؛ جوهری، محمود^۱؛ دکتر بهرامپور، علیرضا^۳

بخش فیزیک دانشگاه صنعتی شریف تهران^۱، مرکز بین‌المللی علوم و تکنولوژی پیشرفته و علوم محیطی کرمان^۲، دانشگاه ولی‌عصر رفسنجان^۳

چکیده:

در این مقاله در مورد پاسخ میکرو رینگ به یک پالس با در نظر گرفتن اثر جذب دو فوتونی و اثر کر می‌پردازیم. تغییرات میدان در زمان یک دور حلقه کوچک فرض شده و معادلات دیفرانسیل شرایط مرزی با یک معادله غیر خطی تقریب زده شده است. یک سیستم از معادلات دیفرانسیل غیر خطی با در نظر گرفتن جذب دو فوتونی، اثر کر برای بررسی شدت میدان خروجی از موجبر مستقیم کوپل شده با یک میکرو رینگ با شکل گوسی در نظر گرفته شده است. نتایج پیش بینی شده در توافق خوبی با نتایج منتشره میباشد [۱].

Theoretical study of microring resonator with respect to two photon absorption effects on the transient responses

M.khosravi^۱; R.Farrahi moghadam^۳; M.Jouhary^۱; A.R.Bahrampour^{۲,۳}

^۱ Sharif university of technology, ^۲ International

Center of Science and Technology (ICST), ^۳ Valie Asr University
Of Rafsanjan

Abstract:

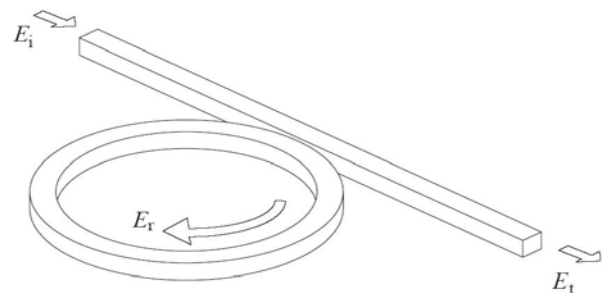
In this paper a simple method for theoretical analysis of microring resonator in the presence of two photon absorption and Kerr effects is presented. In this analysis the spatial variation of electromagnetic field is neglected, and the governing equations are obtained from a one dimensional microring. The method is used to study output field intensity is of step and Gaussian shape. The predicted results are in good agreement with the previous published experimental results [1].

PACS 42.79.Gn

مقدمه

شکل (۱) نمایه ای از یک میکرو رینگ را در همسایگی یک موجبر مستقیم نشان داده شده است. در این نمایه، میکرو رینگ با موجبر کوپل شده است؛ در حالت رزونانس شدت میدان در میکرو رینگ بسیار بیشتر از شدت میدان ورودی است بنابراین شدت ورودی کمی برای القای اثرات غیر خطی لازم است. آزمایشات انجام شده با میکرو رینگ GaAs-AlGaAs در طول موج $1.55\mu\text{m}$ نشان میدهد که ضریب شکست با افزایش شدت کاهش می یابد [1] که خود تغییرات ضریب شکست توسط حامل‌های بار ایجاد شده بر اثر پدیده جذب دو فوتونی را خاطر نشان میکند. همچنین طول عمر حامل‌های آزاد قابل مقایسه با ثابت زمانی میکرو رینگ است، بنابراین یک تحلیل تصحیح شده در میکرو رینگ نیازمند حل

امروزه مشخص شده است که میکرو رینگ‌های نیمه هادی توانایی کاربرد در وسایل مختلفی همچون پردازش سیگنال‌های نوری مانند سوئیچ‌های نوری، مخابره گرهای ترکیبی، و مدارهای منطقی را دارند [2][3].



شکل (۱): میکرو رینگ کوپل شده با موجبر مستقیم

میشود. که $\phi_0 = 2\pi \frac{n_0 l}{\lambda}$ تغییر فاز موج برای هنگامی است که ضریب شکست n_0 باشد، طول موج نور ورودی، $n_2 = \frac{n'_2}{n_0}$ ضریب شکست نسبی غیر خطی و $n_{fc} = \frac{\Delta n_{fc}}{n_0}$ میباشد.

میدان عبوری یا حاصل در خروجی موجبر مستقیم $b_i(t)$ توسط

$$b_i(t) = \frac{b_i(t)}{r} - j \frac{\kappa}{r} a(t) \quad (6)$$

داده میشود.

بسط تایلور میدان تاخیری $a(t - \tau)$ با توجه به τ در حول نقطه $\tau = 0$ را به صورت زیر میتوان نوشت:

$$a(t - \tau) = a(t) - \tau \frac{da}{dt} + \frac{\tau^2}{2!} \frac{d^2 a}{dt^2} \quad (7)$$

با چشم پوشی از مرتبه‌های بالاتر τ و نگاه داشتن مرتبه اول τ در معادله (۷)، معادله (۸) به صورت زیر تقریب زده میشود:

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{e^{-j\phi}}{\alpha r}\right) a(t) - j \frac{\kappa}{\alpha r \tau} e^{-j\phi} b_i(t) \quad (8)$$

که در آن τ با معادله

$$\tau = \tau_0 (1 + n_{fc} + n_2 |a|^2) \quad (9)$$

داده میشود و $\tau_0 = \frac{n_0 l}{c}$ زمان یک دور گردش با ضریب شکست خطی n_0 در میکرورینگ است.

اگر ما فرض کنیم که جمله‌های غیر خطی τ در مقایسه با τ_0 قابل چشمپوشی باشد زمان یک دور چرخش میتواند با τ_0 در مخرج سمت راست معادله (۶) تقریب زده شود ولی در جمله فاز مقدار کامل آن را از معادله (۵) قرار میدهم. در حقیقت معادله (۸) شرایط مرزی است و معادله حاکم معادله شرودینگر غیر خطی است، که راه حل‌اش پیچیده و وقت گیر است [۴]. با فرضهای زیر:

$$(1) \quad \text{عرض باند سیگنال ورودی کمتر از } \frac{1}{2\tau} \text{ باشد، به}$$

عبارت دیگر از تغییرات کند دامنه در یک دور چشمپوشی میشود.

$$(2) \quad \text{شدت میدان در حجم میکرورینگ به صورت یکسان توزیع شده باشد.}$$

همزمان معادله میدان الکتریکی و معادله آهنگ تولید حامل‌های آزاد شده توسط اثر جذب دو فوتونی میباشد.

روابط ریاضی

اگر مواد سازنده میکرورینگ اثرات جذب دو فوتونی داشته باشند که خود را به صورت افت و ضریب شکست غیر خطی نشان دهد، آنگاه افت α' و ضریب شکست n به صورت:

$$\alpha' = \alpha'_0 + \Delta\alpha_{fc} + \alpha'_2 I \quad (1)$$

$$n = n_0 + \Delta n'_{fc} + n'_2 I \quad (2)$$

در میاید که در آن I شدت میدان داخل میکرورینگ، n_0 ضریب شکست در شدت صفر برای میکرورینگ، α'_0 ضریب جذب خطی و α'_2 ضریب جذب ناشی از اثر جذب دو فوتونی و n'_2 ضریب ثابتی است که ناشی از اثر غیر خطی کر می باشد؛ $\Delta\alpha_{fc}$ و Δn_{fc} تغییرات القا شده در ضریب جذب و ضریب شکست بر اثر وجود چگالی حامل‌های بار آزاد (N_{fc}) است، که N_{fc} از طریق $\Delta\alpha'_{fc} = \sigma_a N_{fc}$ و $\Delta n_{fc} = -\sigma_r N_{fc}$ بر ضرایب جذب و شکست تاثیر میگذارد که در آن σ_a سطح مقطع جذب و σ_r حجم شکست است.

روند تولید چگالی حامل‌های آزاد بر اثر جذب دو فوتونی بر طبق معادله

$$\frac{dN_{fc}}{dt} = \frac{\alpha'_2}{2\hbar\omega} I^2 - \frac{N_{fc}}{\tau_{fc}} \quad (3)$$

است که τ_{fc} زمان واهلش حامل‌های آزاد است.

میدان الکتریکی داخل میکرورینگ $a(t)$ توسط معادله:

$$a(t) = r \alpha e^{j\phi} a(t - \tau) - j \kappa b_i(t) \quad (4)$$

داده میشود که در آن κ ضریب کوپلاژ میان میکرورینگ و موجبر و Γ ضریب عبور است. بنابراین $\kappa^2 + r^2 = 1$ و

$\alpha = e^{-\frac{\alpha' l}{2}}$ ضریب افت برای میدان عبوری از میکرورینگ در یک دور گردش میدان در میکرورینگ، $b_i(t)$ میدان الکتریکی ورودی به موجبر و تغییر فاز در یک دور:

$$\phi = \phi_0 (1 + n_{fc} + n_2 |a|^2) \quad (5)$$

موهومی و حقیقی بدست می آوریم: (۱۳)

$$\frac{d|a(t)|}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{1}{r\alpha} \cos\phi(t)\right) |a(t)| - \frac{kb_i(t)}{r\alpha\tau} \sin(\phi(t) + \Phi_a(t))$$

$$|a(t)| \frac{d\Phi_a(t)}{dt} = \frac{\sin\phi(t)}{r\alpha\tau} |a(t)| - \frac{kb_i(t)}{r\alpha\tau} \cos(\phi(t) + \Phi_a(t)) \quad (14)$$

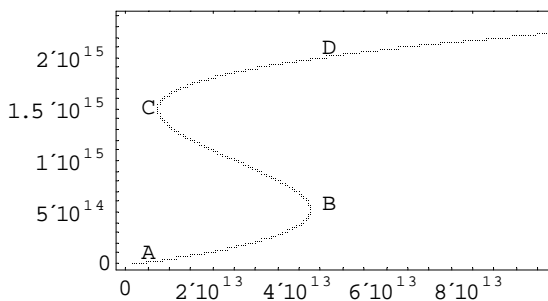
در حالت پایا دستگاه معادله دیفرانسیل فوق به یک دستگاه معادلات جبری تبدیل می شوند. با تبدیل کردن میدانها برحسب شدت و ترکیب دو معادله دستگاه به معادله زیر می رسیم

$$I_r(1 - 2r\alpha\cos\phi + r^2\alpha^2) = k^2 I_i \quad (15)$$

با بسط کسینوس حول 2π و تعریف متغیر $\delta = 2\pi - \phi_0$ بدست می آوریم:

$$r\alpha\phi_0^2 n_2^2 I_r^3 - 2r\alpha\phi_0 n_2 \delta I_r^2 + (1 + \alpha^2 r^2 - 2r\alpha + r\alpha\delta^2) I_r - k^2 I_i = 0 \quad (16)$$

با رسم I_r بر حسب I_i نمودار پسماندی شکل (۱) بدست می آید، که نشان دهنده دو پایداری سیستم می باشد.



شکل (۱) نمودار پسماندی شدت درون حلقه

برای هر شکل پالس ورودی، خروجی موجبر میتواند به وسیله حل همزمان معادله دیفرانسیلهای (۱۰) و (۱۱) بدست آید. سیستم متداول برای حل معادلات (۱۰) و (۱۱) روش Runge-Guta مرتبه چهارم با پرشهای انطباق پذیر است. اگر ورودی موجبر مستقیم یک موج گوسی باشد:

$$b_i(t) = b_0 e^{-\frac{t^2}{\sigma^2}} \quad (12)$$

(۳) ضریب کوپلاژ به شدت میدان مرتبط نباشد.

(۴) شدت میدان مدهای موجبر تأثیری بر مدهای میکرورینگ نداشته باشد.

میتوان معادلات (۸) و (۳) را معادلات حاکم دانست. اینچنین روشی توسط لچمبر و همکارانش برای بررسی رفتار لیزر قفل تزریقی مورد استفاده قرار گرفته است [۵] و ونگ از آن برای بررسی پاسخی گذرای EDFA (Erbium doped fiber amplifier) استفاده کرده است [۶]. با نرمالیزه کردن زمان تحول t به τ_0 و دوباره نویسی معادلات حاکم معادلات زیر را بدست می آوریم:

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{\tau_0(1+n_{fc})} \left(1 - \frac{e^{-j\phi_0(1+n_{fc}+n_2|a|^2)}}{r\alpha}\right) a(t) - j \frac{\kappa e^{-j\phi_0(1+n_{fc}+n_2|a|^2)}}{r\alpha\tau_0(1+n_{fc})} b_i(t) \quad (10)$$

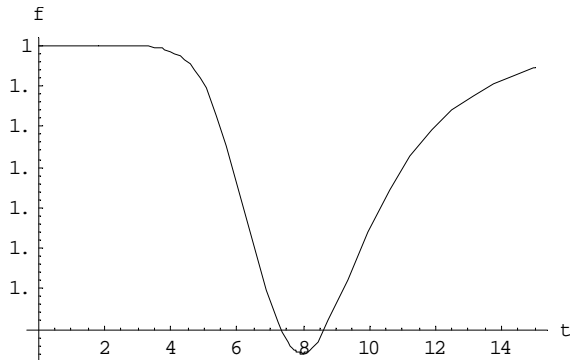
$$\frac{dN_{fc}}{dt} = \frac{\alpha'_2 c \epsilon_0}{2\hbar\omega n_0} |a|^2 - \frac{N_{fc}}{\tau_{fc}} \quad (11)$$

حالت خاصی را در نظر می گیریم و فرض می کنیم که تنها اثر غیر خطی اثر کر باشد و اثرات جذب دو فوتونی و تغییر حاملهای آزاد در نظر گرفته نشود. پس بنابراین در تمام روابط قبل ضرایب α'_2 ، $\Delta\alpha_{fc}$ و Δn_{fc} برابر با صفر می شوند و همچنین رابطه (۱۰) بصورت زیر در می آید:

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{\tau_0(1+n_{fc})} \left(1 - \frac{e^{-j\phi_0(1+n_{fc}+n_2|a|^2)}}{r\alpha}\right) a(t) - j \frac{\kappa e^{-j\phi_0(1+n_{fc}+n_2|a|^2)}}{r\alpha\tau_0(1+n_{fc})} b_i(t) \quad (12)$$

اگر میدان درون رینگ را بصورت

است، در نظر بگیریم و همچنین با جدا کردن قسمت های



شکل (۱): پاسخ به موج ورودی گوسی شکل، نسبت فرکانس تشدید غیر خطی به فرکانس تشدید خطی به زمان

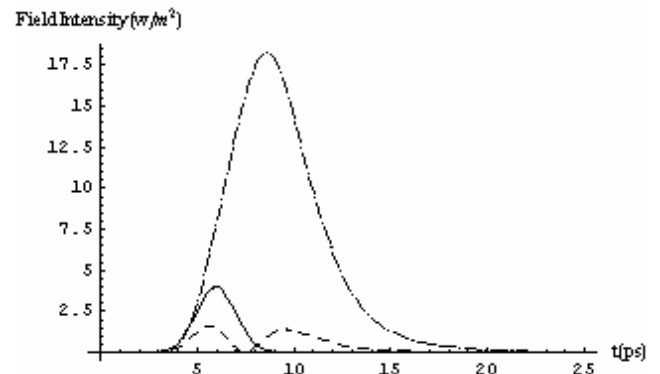
$$\frac{v(t)}{v_0} (\lambda = 1.47047)$$

مرجع ها

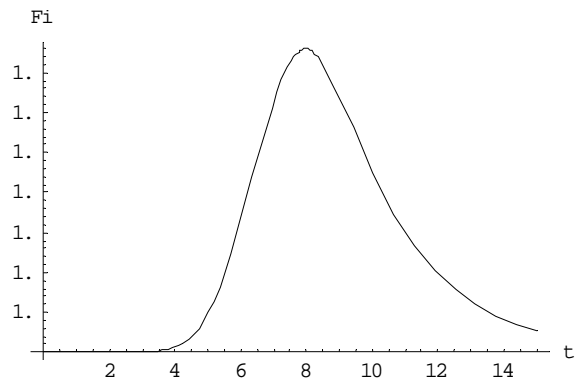
- [۱] T. A. Ibrahim, *Nonlinear optical semiconductor micro-rings resonator*, Ph. D. thesis, University of Maryland, College Park, 2003.
- [2] V. Van, T. A. Ibrahim, P. P. Absil, F. G. Johnson, R. Grover, and P.-T. Ho, *Optical signal processing using nonlinear semiconductor microring*, 2002.
- [۳] R.W. Eason, A. Miller, *Nonlinear optics in signal processing*, { Chapman & Hall}, TK 5102.5.N564, 1993
- [4] Govin. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics, Third edition*, QC448.A38, 2001
- [۵] Jean-Lou Lachamber et.al., *IEEE Journal of quantum electronics*, QE - 12, 1976.
- [۶] S.F. Wong, E.Y.B. Punand, P.S. Chung, *IEEE Photonics Technology Letters*, 2002

که بیشترین دامنه میدان ورودی و σ عرض پالس سیگنال ورودی است.

شدت ورودی $|b_i(t)|^2$ و شدت خروجی $|b_r(t)|^2$ برای مقدار فرکانس رزونانس غیر خطی در شکل (۲)، نسبت تغییر فاز در یک دور در حالت خطی به غیر خطی در شکل (۳) و نسبت فرکانس رزونانس به فرکانس رزونانس خطی در شکل (۴) رسم شده است.



شکل (۲): پاسخ به موج ورودی گوسی شکل (شدت میدان ورودی $I_{in}(t)$ (خط پر)، شدت میدان داخل میکرورینگ $I_r(t)$ (خط نقطه)، شدت میدان خروجی $I_{out}(t)$ (خط چین)) ($\lambda = 1.47047$)



شکل (۳): پاسخ به موج ورودی گوسی شکل، نسبت تغییر فاز غیر خطی

به تغییر فاز خطی به زمان $\left(\frac{\phi(t)}{\phi_0}\right)$ ($\lambda = 1.47047$).