

اثر زوج یونها بر روی رفتار زمانی لیزر فیبر نوری آغشته به اربیم در مدل غیر همگن

کیوانی‌نیا، شهرام^۱؛ کارور، معصومه^۱؛ بهرامپور، علیرضا^۲

^۱مرکز بین‌المللی علوم و تکنولوژی پیشرفته و علوم محیطی ماهان

^۲دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

در فیبرهای آغشته به اربیم با چگالی بالا یونهای اربیم در فاصله نزدیک از یکدیگر قرار گرفته و باعث ایجاد زوج یونها و خوشه‌ها می‌شود. زوج یونها و خوشه‌ها همانند یک جاذب اشباع شونده که در طول محیط فعال توزیع شده‌اند عمل می‌نمایند. در مدل‌بندی تئوری این سیستم از مدل غیر همگن کابزاس برای نوشتن معادلات آهنگ تحول زمانی جمعیت معکوس و معادلات انتشار در محیط تقویت‌کننده استفاده شده است. برای حل این مدل در حالت کلی تعداد ناشمارایی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی داریم که برای اولین بار با استفاده از روشی به نام ممان توانسته‌ایم این معادلات را به تعداد شمارایی معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل کرده و سپس با حل این معادلات آثار افزایش غلظت یون اربیم آلائیده را بررسی کنیم که با نتایج تجربی مطابقت دارد.

Effects of ion pairs on the dynamics of erbium doped fiber laser in the inhomogeneous model

Keyvaninia, Shahram¹; Karvar, Masoumeh¹; Bahrapour, Alireza²

¹Internatinal Center of Science, High Technology & Environmental Science

²Sharif University of Technology, Tehran

Abstract

In a high concentration erbium doped fiber (EDF), the erbium ions are so closed together that the ion pairs and clusters are formed. In such fiber amplifiers, the ion pairs and clusters acting as a saturable absorber are distributed along the fiber laser. The inhomogeneous rate equations for the laser modes in a high-concentration EDFA are written. The governing equations are an uncountable system of partial differential equations (PDEs). For the first time we introduced an approximation method that the system of PDEs is converted to a finite system of ordinary differential equations (ODEs). The effects of ion pairs concentration on EDF are analyzed that is in good agreement whit the experimental result.

PACS No. 42 or 89

معادلات پرداخته و آثار افزایش غلظت را که در نتایج تجربی دیده می‌شود [۳] مدل‌سازی کرد.

مدل بندی ریاضی و معادلات حاکم

در این بخش با شروع از معادلات حاکم بر تک یونها و جفت یونها به مدل توسعه یافته‌ای که هر دو حالت جفت یونها (به نسبت x) و تک یونها (به نسبت $1-2x$) را در بر دارد، خواهیم رسید.

تک یونها را می‌توان با یک سیستم لیزری دو ترازوی که گذار لیزری بین $4I_{15/2} \rightarrow 4I_{13/2}$ دارد تقریب زد. به علت متغیر

مقدمه

غلظت بالای آلائیده‌ها در لیزرهای تاری مطلوب است، زیرا می‌توان با طول تار کمتری لیزرهای با بهره بالاتری ساخت. اما با افزایش غلظت همواره نمی‌توان بهره را بالا برد. زیرا افزایش غلظت اربیم موجب تشکیل زوج یونها و خوشه‌ها شده که اثرات جدیدی در خروجی سیگنالها ایجاد می‌کند [۱]. این آثار متأثر از توان چشمه پمپ، رفتار نوسانات واهلشی^۱ سیستم را به رفتار خود تبدیل می‌کند [۲]. T-پریودیک (سینوسی) تبدیل می‌کند. در این مقاله سعی شده با در نظر گرفتن محیط غیر همگن که نسبت به مدل همگن [۲] به مدل واقعی نزدیکتر است و استفاده از روش ممان‌ها به حل

است. $\sigma^h(\nu, \nu_k)$ سطح مقطع همگن گسیل القایی در فرکانس ν_k حول فرکانس مرکزاتی ν یونها می باشند. سطح مقطع همگن را از حل معادله انتگرالی کانولوشن $\sigma^T = g * \sigma^h$ بدست آورده ایم که در آن σ^T سطح مقطع تجربی و $g(\nu)$ تابع توزیع فرکانس مرکزی گذار القایی است [۴]. $F, W, P_k(t)$ و بترتیب آهنگ واهلش متقابل و آهنگ پمپ و توان سیگنال k ام و $A_1 = 1/\tau_2$ است. τ_2 نیمه عمر تراز $I_{13/2}^4$ است.

همانطور که مشاهده می شود بدلیل غیرهمگن بودن محیط $n_1(\nu)$ علاوه بر z و t تابع ν است بنا بر این یک دستگاه بینهایت معادله و بینهایت مجهول داریم. روشی که در گذشته برای حل این چنین دستگاهی استفاده می شد تقسیم کل بازه فرکانسی در حد یک نانومتر بود که معادلات را از بینهایت به حدود هزار معادله تبدیل می کرد [۵]. اما روشی که در اینجا دنبال می کنیم مبتنی بر ارایه متغیر کمکی q_k بنام ممان و α_k بفرم زیر می باشد [۴].

$$q_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} = \int_0^\infty \sigma^h(\nu, \nu_{i_1}) \dots \sigma^h(\nu, \nu_{i_j}) \sigma^h(\nu, \nu_k) \Gamma(\nu, \nu_k) \bar{n}_1(\nu) d\nu$$

$$i_\xi = 1, 2, \dots, m \quad \xi = 1, 2, \dots, j \quad j = 1, 2, \dots \quad (2)$$

$$\alpha_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} = \int_0^\infty \sigma^h(\nu, \nu_{i_1}) \dots \sigma^h(\nu, \nu_{i_j}) \sigma^h(\nu, \nu_k) g(\nu) d\nu \quad (3)$$

با این تعاریف معادله (۱) به فرم زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial \langle \bar{N}_1 \rangle}{\partial t} = -\bar{n}_1(\nu) \sum_{k=1}^m \langle q_k \rangle \langle P_k \rangle / S_k$$

$$+ W [(1-2x)N_0 - \langle \bar{N}_1 \rangle] - A_1 \langle \bar{N}_1 \rangle \quad (4)$$

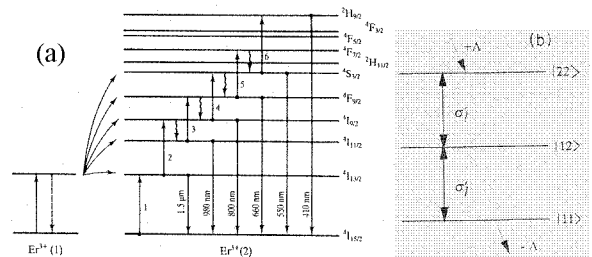
$$\frac{\partial \langle q_{i_1, i_2, \dots, i_j} \rangle}{\partial t} = -\sum_{k=1}^m \langle q_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} \rangle \langle P_k \rangle / S_k$$

$$+ ((1-2x)N_0 - \langle q_{i_1, i_2, \dots, i_j} \rangle) [W] \quad (5)$$

با تعریف متغیر کمکی ممان q_k هنوز تعداد معادلات بی نهایت می باشد زیرا برای حل معادله (۴) که در آن ممان مرتبه اول ظاهر شده است، باید معادله (۵) را که در آن رابطه ممان مرتبه j ام را با ممان مرتبه $j+1$ ام را می دهد حل کرد. اما نکته جالب اینجا است که تفاوت تابع ممان مرتبه اول و مرتبه دوم از مرتبه سطح مقطع همگن برای گسیل برانگیخته است که حدود 10^{-25} و

بودن میدان الکتریکی ناشی از محیط میزبان در نقاط مختلف پهن شدگی غیر همگن در سیستم غالب است و در نتیجه جمعیت ترازها علاوه بر سایر پارامترها به فرکانس نیز وابسته است.

با افزایش غلظت یون اربوم فاصله میانگین یونها کاهش می یابد و در نتیجه اندرکنش بین یونها رخ میدهد. در میان انواع اندرکنشها پدیده غالب، تبدیل رو به بالای دو طرفه^۳ است که نتیجه آن در نظر گرفتن یک مدل لیزری سه تراز برای ترازهای انرژی جفت یونها می باشد (شکل ۱). در حالت کلی فرض می شود سطح مقطع این دو گذر القایی $\sigma^h(\nu, \nu_k)$ با هم برابر و با سطح مقطع گذار القایی یونهای ایزوله $\sigma^h(\nu, \nu_k)$ متفاوت باشد [۱]. بنابراین لیزر همزمان با دو مجموعه یونهای ایزوله و جفت یونها اندرکنش می کند.



شکل ۱: شمایی از ترازهای انرژی اربوم تک یون (a) و جفت یون (b) [۱].

برای ساده سازی معادلات از نام گذاری های زیر استفاده شده است. $N_k \equiv N_k(z, t)$ ، $\bar{n}_k(\nu) \equiv \bar{n}_k(\nu, z, t)$ ، $n_k(\nu) \equiv n_k(\nu, \bar{r}, t)$ ، $q_k \equiv q_k(\nu, z, t)$ و $P_m \equiv P_m(z, t)$ ، $\Gamma_{k,i}(\nu) \equiv \Gamma_i(\nu, \nu_k)$ ، معادله آهنگ جمعیت وارون برای یون های ایزوله در مدل دو تراز برای حالت غیر همگن به فرم زیر می باشد:

$$\frac{\partial \bar{n}_1(\nu)}{\partial t} = -\bar{n}_1(\nu) \sum_{k=1}^m \beta_{k1} P_k(t) + W [(1-2x)N_0 g(\nu) - \bar{n}_1(\nu)]$$

$$- A_1 \bar{n}_1(\nu) + F \left[g(\nu) \int_0^\infty \bar{n}_1(\nu) d\nu - \bar{n}_1(\nu) \right] \quad (1)$$

که در آن $n_1(\nu)$ جمعیت وارون یونهای ایزوله رادر فرکانس ν نشان می دهد N_0 جمعیت کل یونهای اربوم، β_k ضریب اشباع متقابل بین سیگنال k ام و جمعیت فرکانس ν برای یونهای ایزوله که طبق تعریف $\beta_{kl} = \Gamma_l(\nu, \nu_k) \sigma^h(\nu, \nu_k) / h\nu_k s$ و در آن Γ_l انتگرال هموشانی جبهه موج سیگنالها و جمعیت تراز n_l

$$q''_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} = \int_0^\infty \sigma^h(v, v_{i_1}) \dots \sigma^h(v, v_{i_j}) \sigma^{nh}(v, v_k) \Gamma(v, v_k) \bar{n}_3(v) dv$$

$$\alpha'_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} = \int_0^\infty \sigma^h(v, v_{i_1}) \dots \sigma^h(v, v_{i_j}) \sigma^{ih}(v, v_k) g'(v) dv$$

$$\alpha''_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} = \int_0^\infty \sigma^h(v, v_{i_1}) \dots \sigma^h(v, v_{i_j}) \sigma^{nh}(v, v_k) g'(v) dv$$

طبق تعریف $n_{11}(v)$ ، $n_{12}(v)$ و $n_{22}(v)$ بترتیب جمعیت تراز $|11\rangle$ ، $|12\rangle$ و $|22\rangle$ در جفت یونها، $n_2(v) = n_{12}(v) - n_{11}(v)$ و $n_3(v) = n_{22}(v) - n_{12}(v)$ است. ضریب اشباع متقابل بین سیگنال k ام و جمعیت فرکانس v برای جفت یونها می‌باشند. $A_{12} = 1/\tau_{12}$ و $A_{22} = 1/\tau_{22}$ است که در آن τ_{12} و τ_{22} بترتیب نیمه عمر تراز $|12\rangle$ و $|22\rangle$ است.

معادله انتشار موج با در نظر گرفتن دو مجموعه جفت یونها و تک یونها بفرم زیر می‌شود:

$$\frac{d \langle P_k \rangle}{dt} = -I_k V_k \langle P_k \rangle - \eta_k \langle P_k \rangle + V_k (\langle P_k \rangle + \mu h v_k \Delta v_k) [\langle q_k \rangle + \langle q'_k \rangle + \langle q''_k \rangle]$$

که در آن L طول فیبر و I_k و V_k بترتیب اتلاف فیبر و سرعت سیگنال در فرکانس v_k است. $\eta_k = V_k (1 - f_k) / 2Lu_k$ و f_k ضریب پسخورد لیزر k ام است.

نتایج مدل‌بندی ریاضی

همانطور که نتایج آزمایشات تجربی نشان می‌دهد با افزایش غلظت یونها می‌توان رفتار خودتپیدگی، سینوسی و پایدار لیزر فیبری را بترتیب با افزایش توان پمپ مشاهده کرد [۳]. با حل عددی مدل فوق برای فیبرهای آلاییده به اربوم با غلظت بالا و با در نظر گرفتن هر دو مجموعه تک یون و جفت یون، مشاهده می‌شود که اگر غلظت یونها از حدی بیشتر شود ($x > 0.06$) و توان پمپ، W ، اندکی از توان پمپ آستانه W_{th} افزایش یابد، برای مثال نسبت $r = W/W_{th}$ می‌توان رفتار خودتپیدگی را در شدت خروجی لیزر مشاهده کرد (شکل ۲). با ثابت نگه‌داشتن نسبت جفت یونها و افزایش توان پمپ تا نسبت $r = 3.95$ می‌توان رفتار T -پریودیک (سینوسی) را مشاهده کرد که این نیز نشان می‌دهد سیستم مانند یک *Tune Filter* عمل

همینطور با ممان مرتبه سوم از مرتبه 10^{-50} و ... می‌باشد. معادلات نشان می‌دهد با تقریب بسیار خوبی استفاده از معادلات تا مرتبه دوم از ممان‌ها با جوابهای معادلات ممان تا مرتبه سوم و بالاتر سازگار است و این تعداد معادلات را بسیار کاهش می‌دهد. البته بررسی‌ها نشان می‌دهد که این نتایج علاوه بر سرعت از دقت بالایی نسبت به روش اول برخوردارند.

لازم به ذکر است که برای حذف تابعیت z با یک میان‌گیری مکانی در طول فیبر، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای را به معادلات دیفرانسیل کامل تبدیل کرده و از نماد زیر استفاده کرده‌ایم.

$$\langle f(t) \rangle \equiv \frac{u_k}{L} \int_0^L f(z, t) dz$$

حال اگر همین روش را برای زوج یونها بکار بریم معادلات آهنگ آنها به فرم زیر خواهد شد:

$$\frac{d \langle \bar{N}_2 \rangle}{dt} = -2 \sum_{k=1}^m \langle q'_k \rangle \langle P_k \rangle / S + \sum_{k=1}^m \langle q''_k \rangle \langle P_k \rangle / S + \frac{2}{3} (\langle \bar{N}_2 \rangle + x N_0) \left[-A_{12} + \frac{A_{22}}{2} + W \right] + \frac{\langle \bar{N}_3 \rangle}{3} [2A_{12} + 2A_{22} + W]$$

$$\frac{d \langle \bar{N}_3 \rangle}{dt} = \sum_{k=1}^m \langle q_k \rangle \langle P_k \rangle / S - 2 \sum_{k=1}^m \langle q''_k \rangle \langle P_k \rangle / S + \frac{2}{3} (\langle \bar{N}_2 \rangle + x N_0) \left[-A_{22} + \frac{A_{12}}{2} + W \right] + \frac{\langle \bar{N}_3 \rangle}{3} [-4A_{22} - A_{12} + W]$$

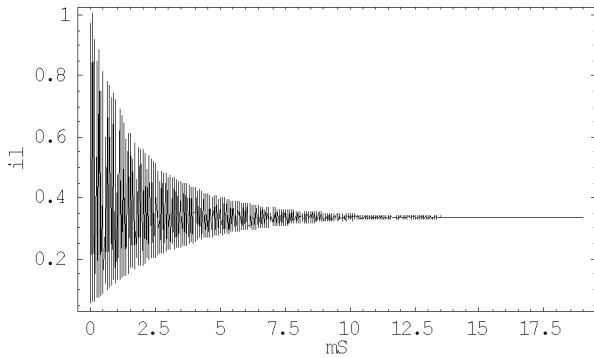
و معادلات آهنگ ممانها:

$$\frac{d \langle q'_{i_1, i_2, \dots, i_j} \rangle}{dt} = F \left[\alpha_{i_1, i_2, \dots, i_j} \bar{N}_2 - \langle q'_{i_1, i_2, \dots, i_j} \rangle \right] - 2 \sum_{k=1}^m \langle q'_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} \rangle \langle P_k \rangle / S_k + \sum_{k=1}^m \langle q''_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} \rangle \langle P_k \rangle / S_k + \frac{2}{3} (\langle q'_{i_1, i_2, \dots, i_j} \rangle + x N_0) \left[-A_{12} + \frac{A_{22}}{2} + W \right] + \frac{\langle q''_{i_1, i_2, \dots, i_j} \rangle}{3} [2A_{12} + 2A_{22} + W]$$

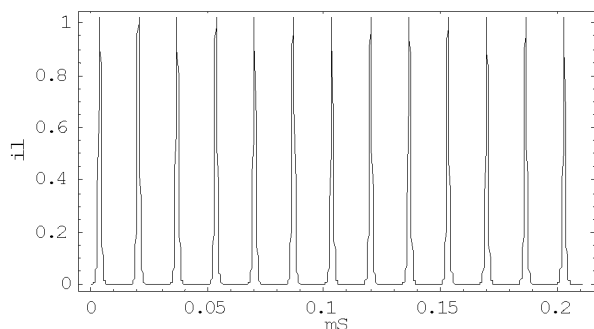
$$\frac{d \langle q''_{i_1, i_2, \dots, i_j} \rangle}{dt} = F \left[\alpha_{i_1, i_2, \dots, i_j} \bar{N}_3 - \langle q''_{i_1, i_2, \dots, i_j} \rangle \right] + \sum_{k=1}^m \langle q'_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} \rangle \langle P_k \rangle / S_k - 2 \sum_{k=1}^m \langle q''_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} \rangle \langle P_k \rangle / S_k + \frac{2}{3} (\langle q'_{i_1, i_2, \dots, i_j} \rangle + x N_0) \left[-A_{22} + \frac{A_{12}}{2} + W \right] + \frac{\langle q''_{i_1, i_2, \dots, i_j} \rangle}{3} [-A_{12} - 4A_{22} + W]$$

که ممانها در آنها به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$q'_{i_1, i_2, \dots, i_j, k} = \int_0^\infty \sigma^h(v, v_{i_1}) \dots \sigma^h(v, v_{i_j}) \sigma^{ih}(v, v_k) \Gamma(v, v_k) \bar{n}_2(v) dv$$



شکل ۴: رفتار نوسانات واهلشی برای $x = 0.1$ ، $r = 5.1$



شکل ۵: رفتار نوسانات واهلشی برای $x = 0.18$ ، $r = 8.1$

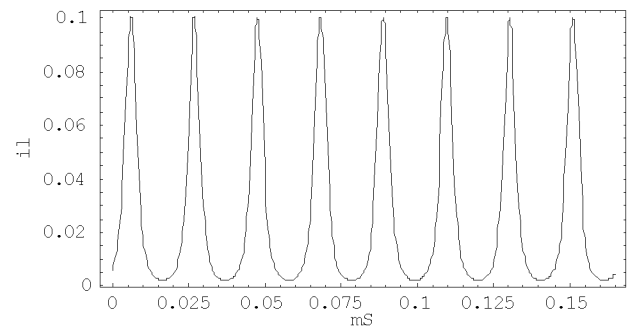
نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از یک مدل غیر همگن و استفاده از روش ممانها نقش افزایش غلظت اربیم در تار نوری و اثر زوج یونها بر روی رفتار گذرای لیزرهای تاری مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج حاصل از محاسبات نشان می دهد که تشکیل جفت یونها باعث بروز ناپایداری در سیستم و افزایش توان پمپ آستانه می شود.

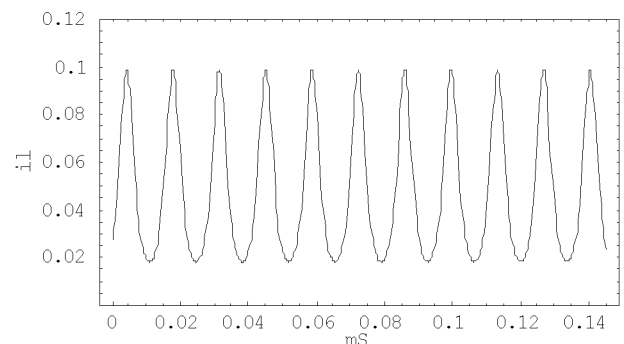
مرجع ها

- [1] F.Sanchez, P.Le Boudec, P.L.Francois, and G.Stephan, "Effects of ion pairs on the dynamics of erbium-doped fiber lasers," *Phys.Rev.A* 48, 2220-2229 (1993).
- [2] S.Keyvaninia, A.R.Bahrapour, 'Effects of ion pairs on the temporal response of erbium doped fiber amplifier 'Proc.ICEE2006
- [3] F.Sanchez , 'Influence of ion pairs on the dynamical behaviour of Er-doped fiber lasers', *Opt.Quantum Electronics*.25,359-367 (1993).
- [4] A.R.Bahrapour, M.Mahjoei, 'Theoretical analysis of spectral hole burning and relaxation oscillation in all-optical gain stabilized multichannel EDFA', *J. Lightwave Technol.* 19(8), (2001).
- [5] A.R.Bahrapour, M.Mahjoei, A.Rasouli, 'Theoretical analysis of the effects of erbium ion pair on the dynamics of an optical gain stabilized fiber amplifier', *Opt. communication* (under publishing)

کرده است و از رفتار نوسانات واهلشی مورد انتظار در این سیستم ها فقط، یک فرکانس به نوسان واداشته شده است (شکل ۳). با افزایش توان پمپ به نسبت $r=5.1$ می توان به رفتار آشنای نوسانات واهلشی در سیستم، نزدیک شد (شکل ۴). البته نتایج حاصل از محاسبات نشان می دهد که با افزایش غلظت جفت یونها ($x > 0.18$) ناحیه ای از r که در آن پالسهای غیر واهلشی رخ می دهد، افزایش می یابد. بطوریکه رفتار خودتپیده را برای توانهای بالای پمپ نیز می توان مشاهده کرد (شکل ۵). همچنین با کاهش غلظت جفت یونها ($x \approx 0.01$) مشاهده می شود که رفتار خودتپیده حتی برای توانهای پمپ پایین دیده نمی شود و خروجی لیزر به حالت CW نزدیک می شود. اما اگر توان پمپ به اندازه ای شود که ناپایداری از بین برود، آنگاه اثرات SHB ^۴ و دامنه نوسانات واهلشی در مقایسه با حالات بدون جفت یون بطور قابل ملاحظه ای کاهش می یابد که این نتایج سازگاری خوبی با نتایج تجربی ارائه شده دارد [۳].



شکل ۲: رفتار خودتپیدگی برای $x = 0.1$ ، $r = 2.2$



شکل ۳: رفتار T -پریودیک برای $x = 0.1$ ، $r = 3.95$

¹ Relaxation oscillations

² Self-pulsing

³ Cooperative upconversion

⁴ Spectral hole burning