

## بررسی رفتار تهاجم آبهای شور در آبخوانهای ساحلی با استفاده از مدلسازی ریاضی به روش المان محدود در مقطع عرضی آبخوان

مهدی جامعی، حمید رضا غفوری

دانشجوی دکتری مهندسی عمران - آب دانشگاه شهید چمران اهواز [Mehdi.jamei59@gmail.com](mailto:Mehdi.jamei59@gmail.com)

دکتری عمران - استاد دانشکده عمران دانشگاه شهید چمران اهواز [ghafouri\\_h@scu.ac.ir](mailto:ghafouri_h@scu.ac.ir)

### چکیده

آبهای زیرزمینی از مهمترین منابع بهره برداری آب شیرین در نواحی ساحلی بشمار می آیند، بهمین علت حفظ این منابع در برابر خطرات ناشی از تهاجمات آبهای شور دریا و اقیانوس از اهمیتی ویژه برخوردار است. عدم توجه کافی به این امر موجب زایل شدن بخش وسیعی از منابع آب شیرین در مناطق ساحلی خواهد شد. یکی از ابزارهایی که به منظور ارزیابی رفتار آبخوان های ساحلی معمولاً توسط مهندسين به کار گرفته می شود، نرم افزارهای شبیه ساز رایانه ای است که با کمک آنها می توان رفتار آبخوان را در شرایط مختلف هجوم آب شور دریا پیش بینی و تدابیر مقتضی را برای جلوگیری از رخدادهای نامطلوب به کار گرفت. در این مقاله با ارائه یک مدل عددی جدید بنام "SWIMCA" که توسط مولفین مقاله تهیه گردیده و تشریح و حل روابط بکار رفته در آن با استفاده از روش المان محدود (باقیمانده های وزنی گالرکین)، رفتار آبخوانهای ساحلی محصور، در یک مقطع عرضی بررسی شده و کاربرد عملی آن، در مورد مدل استاندارد هنری (نیمه تحلیلی) نشان داده خواهد شد و نهایتاً نتایج آن با نتایج مدلسازی سگول جهت صحت سنجی، مقایسه می گردد. نتایج حاصل از این مقایسه نشان دهنده دقت قابل قبول نرم افزار در ارزیابی رفتار آبخوانهای ساحلی می باشد.

کلمات کلیدی: تهاجم، ضریب کوپلاسیون، غلظت، المان محدود، آبخوان

### مقدمه

در این نوع مدلسازی تهاجم آبهای شور، آلاینده (آب دریا) از نوع امتزاج پذیر بوده و مدلسازی این پدیده نیازمند حل همزمان معادلات جریانهای وابسته به چگالی، داری و معادله انتقال جرم نمک در یک فضای دوبعدی، در مقطع عرضی می باشد و مجهولات، غلظت نمک محلول و ارتفاع کل آب شیرین در هر نقطه از شبکه مدلسازی می باشند، بطوری که در این مبحث از مدلسازی تهاجم آبهای شور، اثرات نیروهای ثقلی نیز اعمال خواهد شد. معادلات در این مدل، با استفاده از روش

حدس و تکرار حل می شوند که با تخمین مقادیر غلظت در معادله جریان و محاسبه ارتفاع هیدرولیکی آب شیرین و سرعت دارسی (با استفاده از رابطه دارسی)، می توان غلظت محلول را از معادله انتقال نمک در نقاط مدل بدست آورد و با مقادیر حدس اولیه مقایسه نموده و عملیات را تا برقراری همگرایی در هر بازه زمانی ادامه داد.

## مدل ریاضی

اصولا حل تحلیلی خاصی در زمینه مدلسازی واقعی تهاجم آبهای شور (بخصوص در مقاطع عرضی) وجود ندارد، بهمین دلیل اغلب طراحان آماتور که مدلسازی هایی برای حالت گذران یا منطقه اختلاط ارائه نموده اند را واداشته تا با توجه به گرانی و کمبود نرم افزار های تجاری معتبر جهت ارزیابی، مدل خود را به یکی از روشهای کالیبراسیون مجهز نمایند یا به حل های نیمه تحلیلی اکتفاء کنند که یکی از انواع حل های نیمه تحلیلی مربوط به حل مسئله تهاجم آب شور هنری (استاندارد) می باشد.

## معادلات حاکمه

روابط حاکم بر جریان آب زیرزمینی در مسائل مربوط به تهاجم آبهای شور در مقطع عرضی، عموماً از ترکیب قانون دارسی و بقاء جرم بر اساس واحد فشار هیدرولیکی آب شیرین  $H_f(x, z, t)$  و غلظت نمک محلول  $C(x, z, t)$  بدست می آیند [1].

معادله جریانهای وابسته به چگالی در مدلسازی در فضایی دوبعدی (در پلان افقی) به شکل ذیل می باشد:

$$S_0 \frac{\partial H_f}{\partial t} + \eta \phi \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\rho^* \bar{Q}_R}{\rho_{f0}} - \frac{\rho \bar{Q}_P}{\rho_{f0}} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} (K_x^m \frac{\partial H_f}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z^m (\frac{\partial H_f}{\partial z} + \eta C)) \right] \quad (1)$$

$$\rho^* \bar{Q}_R = \sum_{n=1}^N \rho^* \bar{Q}_R^n(x_n, z_n) \delta(x - x_n, z - z_n) \quad (2)$$

$$\rho \bar{Q}_P = \sum_{m=1}^M \rho \bar{Q}_P^m(x_m, z_m) \delta(x - x_m, z - z_m)$$

$$\begin{cases} K_x^m = \frac{k_x \rho g}{\mu} \\ K_z^m = \frac{k_z \rho g}{\mu} \end{cases} \quad (3)$$

$$S_0(\rho) = \rho g (\alpha(1 - \phi) + \beta_p \phi) \quad (4)$$

$[LT^{-2}]$ : شتاب ثقلی $g$	$[ML^{-3}]$ : غلظت محلول $C$
$[L^{-1}]$ : ضریب ذخیره ویژه <sup>1</sup> (تابع غلظت) $S_0$	$[LT^{-1}]$ : ضریب نفوذ پذیری در جهت $i$ $K_i^m$
$[LT^{-1}]$ : نسبت سطحی جریان چاه $\bar{Q}_P$	$[LT^{-1}]$ : نسبت سطحی جریان چشمه $\bar{Q}_R$
$[ML^{-1}T^{-1}]$ : ویسکوزیته سیال $\mu$	$\delta$ : دلتای دیراک

<sup>1</sup>- Specific Storage

$\phi$ : تخلخل  $x_i, z_i$ : مختصات نقطه چشمه یا چاه

$H_f$ : ارتفاع هیدرولیکی آب شیرین [L]

$\eta$ : ضریب کوپله کنندگی چگالی (معمولا در حدود 0.025 می باشد) [ $M^{-1}L^3$ ]

در مسائل مربوط به تهاجم آب شور دریا در آبهای زیرزمینی می توان رابطه چگالی و غلظت محلول را بصورت تابعی خطی بیان نمود [1].

(5)

$$\rho = \rho_{f0}(1 + \eta C)$$

که در معادلات فوق داریم:

$$\begin{cases} \eta = \frac{\varepsilon}{C_s} \\ \varepsilon = \frac{\rho_s - \rho_{f0}}{\rho_{f0}} \end{cases} \quad (6)$$

که در آنها

$C_s$ : ماکزیمم غلظت محلول [ $ML^{-3}$ ]

$\varepsilon$ : ضریب نسبی چگالی

$\beta_p$  و  $\beta_c$ ، به ترتیب ضریب تراکم پذیری 1 سیال و ضریب تاثیر چگالی 2 معرفی می شوند ضمن اینکه  $\alpha$ ، ضریب تراکم پذیری خاک می باشد و همگی به صورت ذیل تعریف می شوند:

(7)

$$\beta_p = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial p}$$

$$\beta_c = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial C}$$

$$\alpha = \frac{1}{1 - \phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial p}$$

اما معادله انتقال جرم نمک در مقطع عرضی به فرم ذیل خواهد بود [4]:

$$(Huyakorn - 1978) \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\phi D_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (\phi D_z \frac{\partial C}{\partial z}) - q_x \frac{\partial C}{\partial x} - q_z \frac{\partial C}{\partial z} = \phi \frac{\partial C}{\partial t} + q_r (C - C^*)$$

که در آن:

<sup>1</sup>- Compressibility Coefficient

<sup>2</sup>-Effect Of Density Coefficient

$$\begin{aligned}
 q_i &: \text{سرعت داری در جهت } i [LT^{-1}] \\
 C_r^* &: \text{غلظت آب تزریقی در آبخوان } [ML^{-3}] \\
 D_i &: \text{ضریب انتشار هیدرودینامیکی در جهت } i [L^2T^{-1}] \\
 q_r &: \text{نسبت حجمی جریان چشمه } [T^{-1}]
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 q_x &= -K_x^f \frac{\partial H_f}{\partial x} \\
 q_z &= -K_z^f \left( \frac{\partial H_f}{\partial z} + \eta C \right)
 \end{aligned}$$

که در آن :

$$K_i^f: \text{ضریب هدایت هیدرولیکی محدوده آب شیرین در جهت } i [LT^{-1}]$$

#### فرضیات اساسی در تعیین معادله جریان وابسته به چگالی در محیطهای متخلخل [4]

- محیط کاملاً اشباع 1 در نظر گرفته شده است
- ضریب نفوذ پذیری ذاتی خاک از غلظت محلول، کاملاً مستقل است.
- ضرائب نفوذ پذیری یا هدایت هیدرولیکی در جهات گوناگون تابع غلظت محلول می باشد.
- ضریب ذخیره ویژه و چگالی ناحیه اختلاط تابع غلظت محلول می باشد.
- ویسکوزیته دینامیکی سیال در ناحیه اختلاط، مساوی ویسکوزیته ناحیه آب شیرین در نظر گرفته می شود.
- در رابطه داری ضریب هدایت هیدرولیکی، منسوب به محدوده آب شیرین می باشد.
- در مسائل مربوط به تهاجم آبهای شور، غلظت محلول آب شیرین صفر و برای آب دریا واحد در نظر گرفته خواهد شد.

#### شرایط اولیه و مرزی [4]

شرایط اولیه در تمام نقاط مدل در معادلات جریان وابسته به چگالی و انتقال در زمان ( $t=0$ ) برابر خواهند بود با :

$$H_f(x_i, 0) = H_{f0} \tag{10}$$

$$C(x_i, 0) = C_0 \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

$H_{f0}$ : مقدار ارتفاع هیدرولیکی از پیش تعیین شده  $[L]$

$\bar{C}$ : مقدار غلظت از پیش معین  $[ML^{-3}]$

1) شرط مرزی نوع اول (دیریشله 2)

نقاطی از مرز که دارای ارتفاع هیدرولیکی و غلظت معلومی می باشند، بدین صورت نمایش داده می شوند:

$$H_f(x_i, t) = H_f^-$$

$$C(x_i, t) = \bar{C}$$

$\bar{C}$ : غلظت نقاط معلوم مرزی  $[L]$

<sup>1</sup> - Saturated

<sup>2</sup> - Dirichlet

$H_f$ : ارتفاع هیدرولیکی نقاط معلوم مرزی [L]

(2) شرط مرزی نوع دوم (نیومن 3)

برخی از نقاط مرزی هستند که گرادیان هیدرولیکی و گرادیان غلظت، در راستای عمود بر مرز، در طول بخشی معین از آن معلوم می باشد که بصورت ذیل نمایش داده می شود:

(12)

$$\frac{\partial H_f}{\partial x_i} n_i = q(x, z, t)$$

$$D_i \frac{\partial C}{\partial x_i} n_i = q_c^D$$

$q(x, z, t)$ : فلاکس سیال عبوری از مرز [LT<sup>-1</sup>]

$q_c^D$ : فلاکس جرمی ناشی از انتشار [ML<sup>-2</sup>T<sup>-1</sup>]

$n$ : راستای عمود بر مرز

در صورتیکه آن طول مشخص از مرز، نفوذ ناپذیر باشد، شرط مرزی، مقادیر فوق صفر خواهند شد.

### حل تقریبی با استفاده از روش المان محدود (روش باقیمانده های وزنی (گالرکین))

از حل رابطه (1) با استفاده از روش گالرکین برای حل سیستم معادله جریان وابسته به چگالی خواهیم داشت:

(13)

$$[AH] \{H_f\}^{t+\Delta t} = \{BH\}$$

(14)

$$[AH] = [GH] + \frac{[PH]}{\Delta t}$$

(15)

$$\{BH\} = \{F\} + \frac{[PH]}{\Delta t} \{H_f\}^t - \frac{[ZH]}{\Delta t} (\{C\}^{t+\Delta t} - \{C\}^t)$$

$$+ [EH] \{C\}^{t+\Delta t} + \frac{\rho^* Q_R}{\rho_{f0}} - \frac{\rho Q_P}{\rho_{f0}}$$

که در آن  $\Delta t$  گام زمانی می باشد. در روابط فوق  $\{C\}^t$  و  $\{H_f\}^t$  بردار مقادیر معلوم غلظت و ارتفاع هیدرولیکی آب شیرین در

زمان  $t$  و بردارهای  $\{C\}^{t+\Delta t}$  و  $\{H_f\}^{t+\Delta t}$  مقادیر مجهول غلظت و ارتفاع هیدرولیکی آب شیرین در زمان  $t + \Delta t$  می باشند.

همچنین  $[GH]$ ،  $[PH]$ ،  $[ZH]$  و  $[EH]$  ماتریسهای مربعی هستند که تعداد سطر و ستون هر کدام برابر تعداد گرهها

( $NNODE$ ) می باشد و مولفه های هر کدام بصورت ذیل بدست می آیند:

(16)

$$GH_{L,i}^e = \iint_e (K_x^m \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_L^e}{\partial x} + K_z^m \frac{\partial N_i^e}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_L^e}{\partial z}) dx dz$$

(17)

$$PH_{L,i}^e = \iint_e (S_0 N_i^e N_L^e) dx dz$$

(18)

$$ZH_{L,i}^e = \iint_e (\eta \phi N_i^e N_L^e) dx dz$$

(19)

$$EH_{L,i}^e = \iint_D (K_z^m \eta \frac{\partial N_i^e}{\partial z} N_L^e \cdot C) dx dz$$

$N_L(x, z)$ : تابع پایه در هر گره L

$L = 1, 2, 3, \dots, NNODE$

لازم به تذکر است که  $C^e$  و  $H_f^e$  در این روابط، روابط تقریبی  $C$  و  $H_f$  در هر المان e ام می باشند .  
بردار معلوم  $\{F\}$  که بیانگر فلاکس ورودی یا خروجی از مرز سیستم می باشد از رابطه ذیل بدست می آید :

(20)

$$\frac{\rho}{\rho_{f0}} \left[ \oint_{\Gamma} (K_x^m \frac{\partial \hat{H}_f^e}{\partial x} n_x + K_z^m \frac{\partial \hat{H}_f^e}{\partial z} n_z) N_L(x, z) d\Gamma \right] = \{F\}$$

$n_i$ : برابر  $COS(\theta_i)$  که در آن  $\theta_i$  زاویه محور i با محور عمود بر سطح A می باشد.

$\Gamma$  عبارتست از متغییر انتگرال و بیانگر فاصله روی مرز است.

همچنین ضریب  $\rho / \rho_{f0}$  در رابطه (20) بیانگر ضریبی از فلاکس ورودی یا خروجی از مرز سیستم می باشد. در صورتیکه فلاکس از سیستم خارج شود، این ضریب از یک بزرگتر خواهد بود و اگر وارد سیستم شود، برابر یا بزرگتر از یک خواهد بود [5].

ضمن اینکه  $Q_P$  و  $Q_R$  مقادیر متمرکز چشمه و چاه می باشند که از طریق فایل ورودی در اختیار مدل قرار خواهند گرفت.

از حل رابطه (9) با استفاده از روش گالرکین برای حل سیستم معادله انتقال نمک خواهیم داشت :

$$[A]\{C\}^{t+\Delta t} = \{B\} \quad (21)$$

$$[A] = +[G] + \frac{[P]}{\Delta t} + [U] + [QQ] \quad (22)$$

(23)

$$\{B\} = \{F\} + \frac{[P]}{\Delta t} \{C\}^t + Q_c C_r^*$$

ماتریسهای  $[G]$ ،  $[U]$ ،  $[P]$  و ماتریسهای مربعی هستند که تعداد سطر وستون هر کدام برابر تعداد گرههای شبکه می باشد و مقدار مولفه های هر کدام بصورت زیر بدست می آید:

(24)

$$G_{L,i}^e = \iint_e (\phi D_x \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_L^e}{\partial x} + \phi D_z \frac{\partial N_i^e}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_L^e}{\partial z}) dx dz$$

$$P_{L,i}^e = \iint_e (\phi N_i^e N_L^e) dx dz$$

(25)

(26)

$$U_{L,i}^e = \iint_e (q_x^e \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \cdot N_L^e + q_z^e \frac{\partial N_i^e}{\partial z} \cdot N_L^e) dx dz$$

بردار معلوم  $\{F\}$  که بیانگر فلاکس جرمی ورودی یا خروجی از مرز سیستم می باشد از رابطه ذیل بدست می آید :

$$\left[ \oint_{\Gamma} (\phi D_x \frac{\partial \hat{C}^e}{\partial x} n_x + \phi D_z \frac{\partial \hat{C}^e}{\partial z} n_z) N_L d\Gamma \right] = \{F\}$$

(27)

در طرف راست معادله (9) عبارت  $q_r(C - C_r^*)$  را می توان به شکل ذیل بررسی نمود:

(28)

$$q_r(C - C_r^*) = q_r C - q_r C_r^*$$

عبارت  $q_r C_r^*$  مقداری معلوم است در حالی که عبارت  $q_r C$  مقداری مجهول است. بطور کلی عبارت  $q_r(C - C_r^*)$  در فرم اولری- لاگرانژی به شکل زیر نمایش داده می شود:

(29)

$$\sum_{n=1}^N q_r(C - C_r^*)(x_i, z_i) \delta(x - x_i, z - z_i) = q_r(C - C_r^*)$$

$\delta$ : دلتای دیراک 1

$z_i, x_i$ : مختصات نقطه  $i$  (چشمه)

عبارت  $q_r C_r^*$  نیز مقداری معلوم می باشد و بصورت دستی (در مواقعی که آب تزریقی خالص نباشد) در مسئله اعمال می گردد. اما اگر آب تزریقی خالص باشد ( $C_r^* = 0$ )، عبارت  $q_r C_r^*$  صفر خواهد بود. اما روابط داری نیز بصورت ذیل منقطع

سازی می گردند تا سرعتها در نقاط گوسی انتگرال گیری با استفاده از روابط ذیل محاسبه شوند. (30)  $NPE$ : تعداد گرههای هر المان

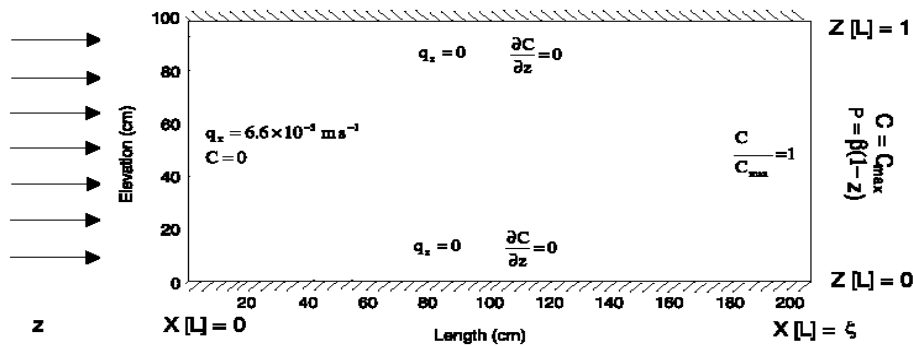
$$q_x = -K_x^f \sum_{i=1}^{NPE} \left( \frac{\partial N_i(x, z)}{\partial x} H_{fi}(t) \right)$$

$$q_z = -K_z^f \sum_{i=1}^{NPE} \left( \frac{\partial N_i(x, z)}{\partial z} H_{fi}(t) + \eta N_i C_i(t) \right)$$

### حل مسئله استاندارد هنری ومقایسه آن با مدل سگول [6&7]

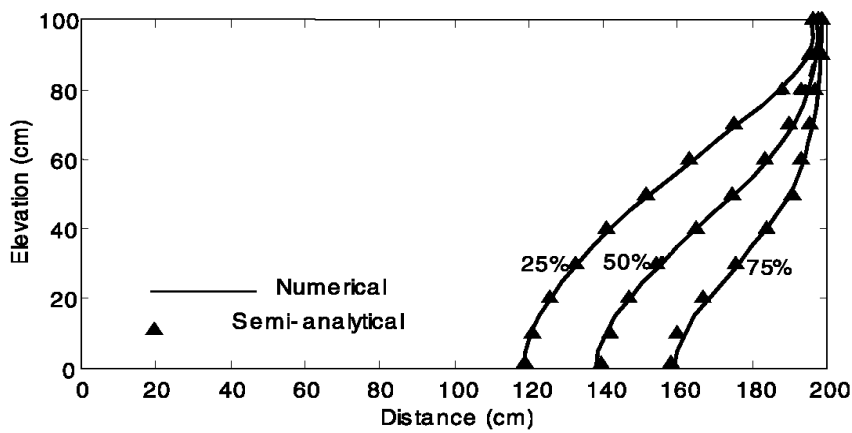
هنری در سال 1964 براساس مطالعات انجام شده مربوط به تهاجم آبهای شور در آبخوان Biscayne در جنوب غربی فلوریدا، مدلی را بصورت نیمه تحلیلی در حالت ماندگار ارائه نمود. مدل هنری سالهای متمادی بعنوان مبنای صحت سنجی وتعیین کارایی مدل‌های مربوط به حل همزمان معادلات جریان وانتقال، توسط سایر محققین مطرح بوده است. (سگول-1994) مدل استاندارد هنری، شامل یک آبخوان محصور، چهار ضلعی، ایزوتروپ، همگن وبا ضرائب هیدرودینامیکی انتشار ثابت در هر دو جهت، در مقطع عرضی می باشد. شرایط مرزی مدل هنری به اینگونه است که در جانب دریا غلظت وارتنفاع هیدرولیکی معلوم بوده ودر سمت دیگر، آبخوان تحت تغذیه آب شیرین با مقدار معینی قرار می گیرد. مرزهای فوقانی وتحتانی نیز نفوذ ناپذیر می باشند. ضمن اینکه در مسئله تهاجم هنری، اختلاف کل تغییرات چگالی در حدود 2.5 در صد می باشد [6]. شکل (1)

سگول (1994) با ارائه مدلی بنام (TVD-2D)، مسئله هنری را با استفاده از روش المان محدود وتعداد 200 المان چهار ضلعی ودر حالت ماندگار با فرض اینکه در (t=0) کل آبخوان در محاصره آب شیرین است، مدل‌سازی نمود (شکل 2) و این در حالی بود که مدل او برای حل مسائل در حالت غیر ماندگار تهیه شده بود. او با استفاده از پارامترهای موجود در جدول (1) دریافت که نتایج حاصل از مدل سازی پس از 120 دقیقه مطابقت خوبی با نتایج حاصل از مدل نیمه تحلیلی هنری در حالت ماندگار دارد. اکنون ما قصد داریم تا با استفاده از 77 گره و 60 المان، مسئله هنری را مدل‌سازی کنیم (شکل 3) ونتایج حاصله را در همین مدت زمان (120 دقیقه) در 12 بازه زمانی 600 ثانیه ای با نتایج مدل‌سازی سگول (در حالت ماندگار) مقایسه کنیم [6].

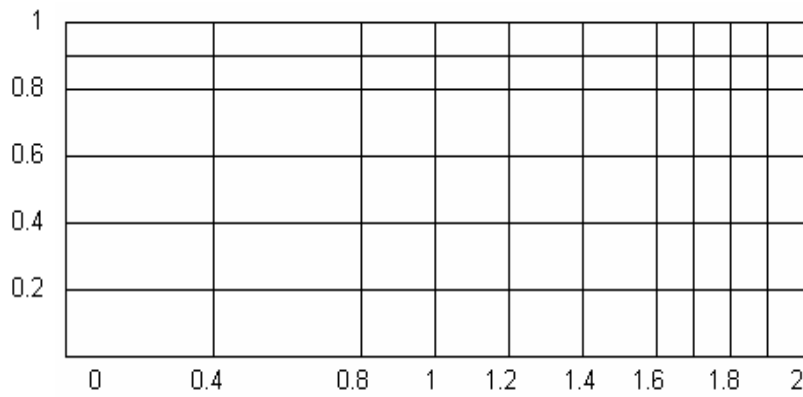


Symbol	Value	Unit
$D_m$	$1.886 \times 10^{-5}$	$m^2 s^{-1}$
$g$	9.80	$m s^{-2}$
$K$	$1.0 \times 10^{-2}$	$m s^{-1}$
$q$	$6.6 \times 10^{-5}$	$m s^{-1}$
$S_s$	0.0	$m^{-1}$
$\beta_{max}$	1.025	-
$\phi$	0.35	-

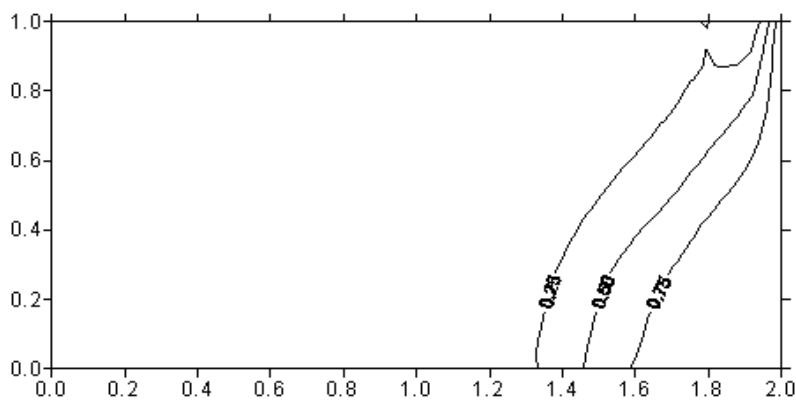




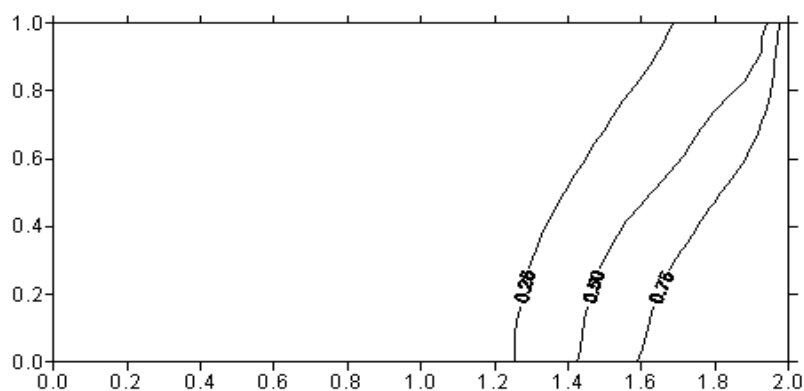
شکل (2) نتایج حاصل از حل مدل نیمه تحلیلی هنری (در حالت ماندگار) و مدل سگول (در حالت غیر ماندگار) پس از مدت دو ساعت



شکل (3) نحوه المان بندی مدل استاندارد هنری در مدلسازی با SWIMCA



شکل (4) نتایج حاصل از حل مسئله استاندارد هنری با استفاده از مدل SWIMCA



شکل (5) نتایج حاصل از حل مسئله استاندارد هنری با استفاده از مدل SWIMCA برای مدت 200 دقیقه

$$D_0 = 3 \times 10^{-5} (m^2 s^{-1}) \text{ و}$$

### بحث و نتیجه گیری

با وجود اینکه مدلسازی در وضعیت غیرماندگار با شبکه بندی متفاوت با آنچه سگول بکاربرده بود، انجام شده است، اما نتایج در حد قابل قبولی می باشد. شکل (4) با افزایش ضریب انتشار هیدرودینامیکی و زمان تحلیل مسئله، مشاهده می شود که نتایج حاصل، مطابقت با نتایج مدل نیمه تحلیلی هنری در حالت ماندگار دارد. پس می توان ضریب انتشار هیدرودینامیکی و زمان تحلیل مسئله را بعنوان عوامل مهم کالیبراسیون در نظر گرفت که با تغییر آنها می توان به شرایط مطلوبتر مدل هنری در حالت ماندگار دست یافت. شکل (5)

### منابع

1. Bear, J., Zhou, Q. and Bensabat, J., "Three Dimensional simulation of sea water intrusion in Heterogeneous Aquifers, with Application to coastal Aquifer of Israel", first conference of salt water intrusion, Modelling and Management. Essaouira, Morocco, April 23-25, 2001
2. Bear, Jacob, "Advanced Ground water Hydrology", Transition zone Modelling, lecture 3, Israel, Haifa, 2000.
3. Bear, J. and Verruitt, "Modelling Ground water flow and pollution", D. Ridel Publishing company, Haifa, 1987.

4. Das Amlan and Datta. Bithin, "Simulation of seawater intrusion in coastal aquifers", vol.26,part4,August 2000, pp.317-352.
5. Shahatto.s, " Enviromental impact of Development in coastal Areas Desalination, " Tubingen, June 2003
6. Simpson.M.J, Clement.T.P, "Theoretical analysis of the worthiness of Henry and Elder problem as benchmarks of density- dependent ground water flow models", advances in water Resoures 26(2003)17-31.