

بهینه‌سازی رفتار اسپین‌گلاس با استفاده از اتوماتای یادگیر برای انتخاب بهینه سبد سهام

محمد رضا اکبرزاده توتونچی*

گروه کامپیوتر - هوش مصنوعی، دانشگاه آزاد اسلامی مشهد
Akbarzadeh@ieec.ac.ir

مجید وفایی جهان[▲]

گروه کامپیوتر - نرم افزار، دانشگاه آزاد اسلامی مشهد
VafaeiJahan@mshdiau.ac.ir

چکیده

مسئله انتخاب بهینه سبد سهام یکی از مسائل غیرچندجمله‌ای (NP) است که تاکنون الگوریتم دقیقی برای حل آن ارائه نشده است. معمولاً برای حل این گونه مسائل از روش‌های هوشمند استفاده می‌گردد. یکی از این روش‌ها اسپین‌گلاس نام دارد. اسپین‌گلاس شبکه‌ای از اسپین‌ها است که هر اسپین به شکلی تغییر وضعیت می‌دهد که سیستم به کمترین میزان انرژی خود برسد. اسپین‌گلاس‌ها برای حل مسائلی که بهینه عمومی از بهینه محلی حاصل می‌گردد و یا نیاز به پردازش موازی دارند استفاده می‌شوند. اما این روش دارای سرعت همگرایی پائینی است که برای افزایش سرعت آن از عملگرهای جابجایی اسپین‌ها و نخبه‌گرایی استفاده می‌گردد. این دو عملگر برای شبکه‌های اسپینی به دلیل برهم زدن ساختار شبکه، عملگرهای گرانی هستند و پردازش زیادی نیاز دارند.

در این مقاله برای افزایش سرعت همگرایی از اتوماتای یادگیر بهره گرفته شده است. اتوماتای یادگیر، توزیع احتمال انتخاب اسپین‌ها را از توزیع احتمال یکنواخت تغییر داده و باعث می‌شود که اسپین‌های نخبه (برتر)، شانس انتخاب بیشتری داشته باشند و عملگرهای جابجایی و نخبه‌گرایی برای این دسته از اسپین‌ها انجام گیرد. مزیت روش پیشنهادی علاوه بر حفظ خاصیت پردازش موازی، افزایش چشمگیر سرعت همگرایی با کاهش نرخ جابجایی اسپین‌ها و کمترین تغییر در الگوریتم اسپین‌گلاس می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: مدل اسپین‌گلاس، انتخاب سبد سهام، اتوماتای یادگیر، بازیخت تطبیقی، جستجوی محلی و پردازش موازی

Spin Glass Portfolio Selection Based on Learning Automata

Abstract

Portfolio selection is one of the NP complete problems in which there is no exact algorithm able to solve within limited time. Therefore the use of heuristic algorithms in this case is imperative. One of these approaches is Spin Glass. Spin Glass is a lattice of spins that each one incessantly changes status until system reach to minimum energy. This method is solution of problems that need global optimization thorough local optimization and parallel processing. Since the low speed convergence, use of crossover operation and elitism is imperative. These two operations are expensive and time consuming because of changing the structure of spin glass.

In this paper for incrementing the convergence speed, learning automata (LA) has been used. LA changes the uniform probability density and cause the elite spin would be higher chance for selection and applying crossover operation. The benefits of our method are incrementing convergence speed with little change in spin glass algorithm and remain in force parallel processing property.

Keywords: Spin Glass Model, Portfolio Selection, Learning Automata, Simulated Annealing, Local optimization, parallel processing

* - دانشجوی دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران.

[▲] - دانشیار، گروه برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

مدل مارکوویتز، مسئله انتخاب سبد سهام [1] را به صورت ذیل بیان می‌کند: اگر فرض شود N سهم مختلف وجود داشته باشد و هر سهم i دارای میانگین بازگشت سرمایه (سود) μ_i ، کواریانس σ_{ij} نسبت به سهم j و درصد خرید x_i باشد مسئله چند منظوره^۹ زیر بایستی بهینه شود:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i \sigma_{ij} x_j \quad (1)$$

$$\max \sum_{i=1}^N \mu_i x_i \quad (2)$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (3)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, i=1..N \quad (4)$$

فرمول‌های (۱) و (۲) دو تابع هدف هستند که بایستی بر اساس محدودیت‌های (۳) و (۴) برآورده شوند. در فرمول (۲)، μ_i از میانگین بازگشت سرمایه هر سهم در بازه‌های تعریف شده حاصل می‌گردد. به این ترتیب که اگر W_{bi} ارزش سهم i در شروع بازه و W_{ei} ارزش سهم در پایان بازه باشد آنگاه

$$\mu_i = \frac{\sum_{t=1}^n W_{ei}(t) - W_{bi}(t)}{W_{bi}(t)}$$

که سهم i مورد بررسی قرار گرفته است.

در این مقاله، جهت حل آسان‌تر، مسئله چندمنظوره فوق به یک مسئله جمع وزنی^{۱۰} تبدیل شده است که روش تبدیل در [24] بطور کامل شرح داده شده است:

$$\text{minimize} \quad (5)$$

$$\lambda \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i \sigma_{ij} x_j \right] + (1-\lambda) \left[- \sum_{i=1}^N \mu_i x_i \right]$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (6)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, i=1..N \quad (7)$$

در فرمول (۵)، $\lambda \in [0,1]$ پارامتر تاثیر ریسک نامیده می‌شود. این پارامتر میزان موثر بودن ریسک را در تابع بهینه‌سازی نشان می‌دهد. اگر این مقدار ۰ باشد تابع به سمت بشینه‌کردن سود حرکت می‌کند و اگر این مقدار ۱ باشد در جهت کمینه‌کردن ریسک پیش می‌رود. بنابراین مقدار عددی آن بین (۰ و ۱) به‌عنوان پارامتری قابل تعریف بوده و میزان تاثیر ریسک بر تابع بهینه‌سازی را نشان می‌دهد.

فعالیت‌های صورت گرفته در این زمینه متنوع‌اند. برخی از راه‌حل‌های ارائه شده برای این مسئله در [26] توصیف شده‌اند.

مسئله انتخاب سبدسهم^۱، یکی از مسائل پیچیده در حوزه مالی و سرمایه‌گذاری است. در این مسئله، تعدادی سهام وجود دارد و قرار است با خرید سهامی که بیشترین ارزش افزوده^۲ و کمترین میزان ریسک‌پذیری را داشته باشد سرمایه‌گذاری انجام شود. این مسئله برای اولین بار توسط مارکوویتز^۳ [1,2] ارائه شده و هدف آن رسیدن به پاسخی است که حداقل دو هدف، ارزش افزوده بیشتر و ریسک کمتر را دنبال کند. مدلی که مارکوویتز ارائه داده است، انتخاب سبد سهام را به‌عنوان مسئله‌ای بهینه‌سازی غیرخطی معرفی می‌کند که الگوریتم دقیقی برای رسیدن به بهترین پاسخ ندارد. بدین منظور استفاده از روش‌های هوشمند و هیورستیک برای رسیدن به پاسخ بهینه غیرقابل چشم‌پوشی است.

فعالیت‌های انجام شده در این زمینه، بیشتر بر استفاده از الگوریتم‌های هوشمند همچون الگوریتم‌های تکاملی، ژنتیک، اجتماع‌اجزاء^۴، بازپخت تطبیقی^۵، شبکه‌های عصبی، اسپین‌گلاس و روش‌های احتمالی- فازی پرداخته است. همه این روش‌ها هر چند دارای معایبی می‌باشند اما به پاسخ‌های قابل قبولی منتهی می‌گردند. مقاله [8] برای اولین بار این مسئله را با استفاده از اسپین‌گلاس^۶ حل کرده است همان‌طور که در این مرجع اشاره شده است سرعت پائین همگرایی از معایب روش اسپین‌گلاس می‌باشد که البته با ارائه عملگرهای مهاجرت و نخبه‌گرایی اسپین‌ها بهبود یافته است. اما کماکان نسبت به روش‌های دیگر از سرعت همگرایی پائینی برخوردار است. در این نوشته کوشش شده است با استفاده از اتوماتای یادگیر و با تغییر توزیع احتمال انتخاب اسپین‌ها عملکرد نخبه‌گرایی بهبود یابد. آزمایش‌هایی که بر مسئله مارکوویتز انجام شده است، گواه خوبی بر بهبود کارایی اسپین‌گلاس می‌باشد.

بعد از مقدمه، در بخش ۲، مسئله انتخاب سبد سهام شرح داده شده است. در بخش ۳، مدل آیزینگ^۷ و اسپین‌گلاس تشریح شده است. در بخش ۴، اتوماتای یادگیر و مفاهیم مرتبط با اسپین‌گلاس منظور شده است. در بخش ۵، مسئله انتخاب سبدسهم با ارائه الگوریتم مبتنی بر مفاهیم حاکم بر اسپین‌گلاس و اتوماتای یادگیر حل شده و تحلیل همگرایی و بهینه‌سازی رفتار آن ارائه شده است. در بخش ۶، نتایج آزمایش‌های انجام شده در خصوص عملکرد این روش بر روی داده‌های مینا^۸ و منتخب ذکر شده و در نهایت در بخش ۷، نتیجه‌گیری شده است.

Portfolio selection - 1

Mean Return - 2

Markowitz - 3

Particle Swarm - 4

Simulated Annealing - 5

Spin Glass - 6

Ising - 7

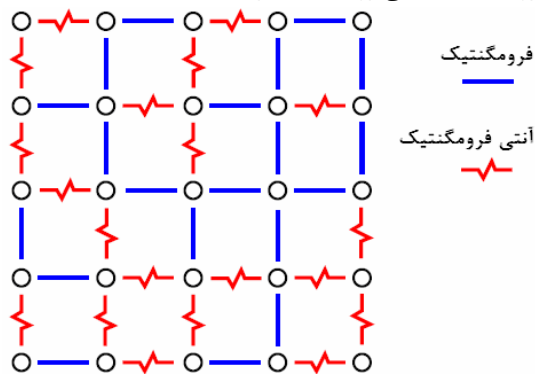
Benchmark - 8

Weighted Sum Approach - 9

MultiModal - 10

تغییر می‌دهند. زمانی که سیستم در حالت کمترین انرژی قرار دارد، دیگر هیچ تغییری در مقدار اسپین‌ها دیده نمی‌شود و سیستم به حالت ایستاء خود می‌رسد [17].

مدل آیزینگ اسپین گلاس یا به اختصار اسپین گلاس همان مدل آیزینگ است با این تفاوت که مقدار هر اسپین دیگر $+1$ یا -1 نیست بلکه هر عدد ممکن بین $[-1, +1]$ می‌تواند باشد [13, 14]. از حیث تئوری یک مدل اسپین گلاس یک شبکه از N اسپین است که ساختار آن می‌تواند به صورت دوبعدی $N = L^2$ یا سه بعدی $N = L^3$ مطرح گردد. اسپین‌ها نسبت به یکدیگر خاصیت فرومگنتیک یا آنتی فرومگنتیک دارند.



شکل ۱: یک مدل اسپین گلاس دوبعدی با نمایش نیروی فرومگنتیک (خط ساده) و آنتی فرومگنتیک (خط اعوجاج) بین اسپین‌ها

بطور کلی انرژی سیستم با توجه به خواص ذکر شده برای مدل اسپین گلاس از رابطه زیر محاسبه می‌گردد [17, 20, 29]:

$$E(\{x_i\}) = \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m x_i J_{ij} x_j \right] + \left[-\sum_{i=1}^N h_i x_i \right] \quad (8)$$

که $E(\{x_i\})$ انرژی کل سیستم است، m تعداد همسایه‌های هر اسپین و J خاصیت مغناطیسی بین اسپین‌ها و h انرژی داخلی هر اسپین می‌باشد. اگر $J > 0$ آنگاه مدل فرومگنتیک است یعنی تعامل سعی دارد که اسپین‌ها را به یک جهت ببرد و در غیراینصورت آنتی فرومگنتیک است یعنی تعامل سعی دارد که اسپین‌ها را به جهت مخالف ببرد. مقدار $\frac{1}{2}$ نیز نشان‌دهنده دوبرار شمارش هر اسپین در محاسبه تابع انرژی است.

۴. اتوماتای یادگیر

اتوماتای یادگیر یک مدل انتزاعی است که بطور تصادفی یک عمل از مجموعه متناهی عمل را انتخاب کرده و بر محیط اعمال می‌کند. محیط عمل انتخاب شده توسط اتوماتا را ارزیابی کرده و نتیجه را توسط سیگنال‌های تقویتی در قالب پاداش یا جریمه به اتوماتا اعلام می‌کند [27]. اتوماتا نیز وضعیت داخلی خود را تغییر داده و عمل بعدی را انتخاب می‌کند. شکل (۲) تعامل اتوماتای

را نشان می‌دهد. جبهه^۱ منحنی است که حرکت به سمت کمترین ریسک سرمایه‌گذاری و بیشترین سود را بر اساس محدودیت‌های مسئله نشان می‌دهد [19].

در [3]، روشی هوشمند برپایه شبکه‌های عصبی هاپفیلد ارائه شده است. بطوری‌که با استفاده از توانایی شبکه‌های عصبی در حل مسائل بهینه‌سازی، این مسئله را حل کرده است و بر اساس آزمایش‌هایی که نویسندگان مقاله انجام داده‌اند عملکرد روش پیشنهادی آنها برتری محسوسی نسبت به روش‌های دیگر همچون الگوریتم ژنتیک، جستجوی تابو و بازپخت تطبیقی دارد. در [4]، روش حل فازی احتمالی انتخاب سبد سهام مورد بررسی قرار گرفته است. پایه و اساس این روش بر اساس مدل ریاضی مارکوویتز است و سعی شده است با استفاده از تجربه افراد خبره سهام‌هایی انتخاب شوند که بیشترین میزان بازگشت سرمایه و کمترین ریسک را داشته باشند این موضوع باعث شده است که راه‌حل ارائه شده به مقدار زیادی به اطلاعات فرد خبره وابسته باشد. در [5]، روشی مبتنی بر بازپخت تطبیقی همراه با در نظر گرفتن محدودیت‌های بیشتری از مسئله استاندارد مارکوویتز ارائه شده است هدف آن رسیدن به بهترین جبهه و پیرو آن بهترین پاسخ است. در [6, 7, 28]، توانایی الگوریتم‌های ژنتیک جهت حل این مسئله توصیف شده است. در این مقالات نیز سعی شده است بهترین پاسخ با یافتن جبهه بهینه حاصل گردد. در [9, 10] روش‌هایی ارائه شده است که با کاهش خطا یا اختلاف نسبت به نقطه بهینه سعی در حرکت به سمت نقطه بهینه را دارد. در [11]، با روش اجتماع‌اجزاء و جستجوی محلی این مسئله حل شده و نتایج با توجه به محدودیت‌های بیشتری که بر مسئله اعمال شده است بررسی شده‌اند. در [12]، سه الگوریتم تکاملی برای حل این مسئله ارائه شده است. نتایج آزمایش‌های سه روش مذکور توانایی الگوریتم‌های تکاملی را در حل مسائل بهینه‌سازی نشان می‌دهد. در [8]، مدلی مبتنی بر اسپین گلاس ارائه شده است که با جستجوی محلی و محدود به همسایه‌های مجاور هر اسپین، بهینه‌سازی عمومی صورت می‌گیرد.

۳. مدل اسپین گلاس

مطالعات نشان می‌دهد که اکثر سیستم‌های پیچیده دارای تعاملی همانند عملکرد اتم‌ها در سطح مولکولی هستند. بطوری‌که می‌توان با بررسی خواص این‌گونه سیستم‌ها آنها را به سیستم‌های مشابه حتی در سطح ماکروسکوپی تسری داد. یکی از مدل‌هایی که در این زمینه ارائه شده است مدل آیزینگ می‌باشد. مدل آیزینگ شبکه‌ای از اسپین‌هاست که هر اسپین دارای دو مقدار $+1$ یا -1 می‌باشد که به واسطه خاصیت مغناطیسی بین‌شان با یکدیگر

(۱۱) و مقدار انرژی داخلی هر اسپین را براساس فرمول (۱۲) محاسبه کرد. برای سادگی حل مسئله و اثبات درستی روش، می توان از محاسبات کوانتومی استفاده کرده و مقدار هر اسپین (x_i) را بصورت $x_i = (\cos \theta_i, \sin \theta_i)$ در مختصات قطبی در نظر گرفت که θ_i زاویه اسپین با شعاع ۱ می باشد. بنابراین با کمینه سازی تابع انرژی نگاشت شده مانند فرمول (۸) می توان مسئله انتخاب سبب سهام را حل کرد.

مسئله انتخاب سبب سهام بر اساس مدل ترکیبی اسپین گلاس و اتوماتای یادگیر همانند شکل (۲) و منطبق بر الگوریتم (۱) است. در این الگوریتم تمامی سهام بصورت کاملاً تصادفی در یک شبکه $N = L^2$ پخش می گردد. دلیل پخش تصادفی سهامها این است که هیچ ترتیب یا اولویتی برای هیچ سهمی متصور نیست. سپس اسپینی به تصادف انتخاب شده مقدارش افزایش می یابد. اگر این مقدار باعث عملکرد بهتر سیستم شد (افزایش مقدار، باعث بهتر شدن تابع انرژی شده است) پاداش می گیرد ولی اگر باعث عملکرد بدتری شد (افزایش مقدار، باعث بدتر شدن تابع انرژی شده است) جریمه می شود. پاداش و جریمه اسپین تغییر مقدار احتمال انتخاب اسپین است. بنابراین بعد از گذشت چندین مرحله اسپینهای بهتر شانس انتخاب بیشتری دارند بنابراین خودبخود حالات اضافی حذف شده و سرعت همگرایی الگوریتم در هر مرحله بهتر می گردد. زیرا در حین حل مسئله، نخبه گرایی یا مهاجرت و حرکت به سمت پاسخ بهینه همزمان انجام می گیرد نخبه گرایی توسط اتوماتای یادگیر انجام شده و حرکت به سمت پاسخ بهینه توسط اسپین گلاس. هر دو تعامل سعی می کنند انرژی سیستم را در کمترین زمان، در کمترین مقدار قرار ممکن دارد.

الگوریتم ۱: الگوریتم پیشنهادی حل مسئله انتخاب سبب سهام

SpinGlassOptimization
Begin

Select one spin randomly from Learning Automata at a time

Change the state of spin ψ (very small change) and change all the nearest neighborhoods state for satisfying constraint (6),(7).

Calculate the energy of the local changed spins and nearest neighborhood spins ($E_{new} = \sum E_i$)

$$\Delta E = E_{new} - E_{old}$$

If $\Delta E < 0$ then accept this change and reward to spin else

If $\Delta E > 0$ then accept this change with probability

$$\frac{1}{1 + e^{\frac{\Delta E}{T}}}$$

and reward to spin and Change the Position of spin to the left or top

Else Ignore changes and penalty to spin

Continue this process with decreasing temperature till ΔE would be near to 0 or system would be so cool.

End

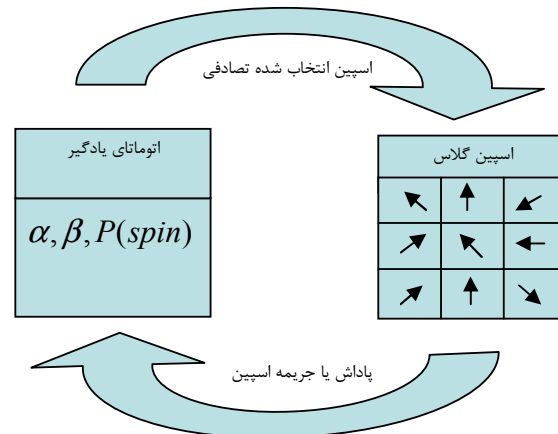
می دهد. محیط توسط سه تایی $E = \{\alpha \ \beta \ c\}$ نشان داده می شود که α مجموعه ورودیها، β مجموعه خروجیها و c مجموعه احتمالهای جریمه یا پاداش می باشد. در اینجا β دوعضوی و معادل پاداش و جریمه می باشد و از الگوریتم یادگیری خطی زیر و اتوماتای با ساختار ثابت استفاده شده است.

$$p_i(n+1) = p_i(n) + a \left(\sum_{j=1}^m p_j(n) \right), \quad (9) \text{ پاداش}$$

$$j \in Neighbors$$

$$p_i(n+1) = (1-b) \cdot p_i(n) \quad (10) \text{ جریمه}$$

در روابط بالا، a پارامتر پاداش و b پارامتر جریمه است. $p_i(n)$ نیز احتمال انتخاب یک اسپین در لحظه n می باشد. هرگاه تغییر مقدار اسپینی باعث عملکرد بهتر اسپین گلاس شود آن اسپین پاداش و همسایه های مجاور آن به مقدار مساوی جریمه دریافت می کنند و احتمال انتخاب آن در دفعات بعد بیشتر می شود و هرگاه باعث عملکرد بدتری شود اسپین جریمه و همسایه های مجاور آن به مقدار مساوی پاداش دریافت می کنند و احتمال انتخاب آن برای دفعات بعد کاهش می یابد. در اتوماتای روش پیشنهادی مقدار $a = b = 0.02$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۲: تعامل اسپین گلاس و اتوماتای یادگیر

۵. حل مسئله انتخاب سبب سهام با استفاده از مدل اسپین گلاس و اتوماتای یادگیر

برای حل مسئله انتخاب سبب سهام با استفاده از مدل اسپین گلاس، همان طور که در [8] آمده است، فرض شده است که در مدل اسپین گلاس، هر سهم یک اسپین است که دارای یک مقدار بین ۰ تا ۱ می باشد. این سیستم دارای تابع انرژی مشابه فرمول (۸) است اما هدف مسئله انتخاب سبب سهام و کمینه کردن فرمول (۵) است. بنابراین با نگاشت زیر می توان فرمول (۵) را به فرمول (۸) تبدیل کرد (با توجه به محدود بودن تعداد همسایه های هر اسپین).

$$J_{ij} = -2\lambda\sigma_{ij} \quad (11)$$

$$h_i = (1-\lambda)\mu_i \quad (12)$$

نقشی در عملکرد سیستم دارند و دلیل حضور آنها در الگوریتم چیست؟ در پاسخ سعی شده است که روند اثبات همگرایی الگوریتم فوق بررسی گردد تا دلیل وجود مقدار ψ و نقش احتمالی الگوریتم مشخص گردد.

با توجه به مدل اسپین گلاس انرژی هر اسپین از فرمول (۱۳) و انرژی کل سیستم از فرمول (۱۴) محاسبه می‌گردد [15]:

$$E(x_i) = \left[- \sum_{j=1}^m x_j J_{ij} x_j \right] + [-h_i x_i] \quad (13)$$

$$E(\{x_i\}) = \sum E(x_i) \quad (14)$$

که در (۱۳)، J_{ij} ها همسایه‌های اسپین i می‌باشند و m تعداد همسایه‌های اسپین i می‌باشد. لازم به ذکر است که در مدل اتوماتای سلولی^۱ وان نیومان تعداد همسایه‌ها $m=4$ و برای مدل اتوماتای سلولی مور تعداد همسایه‌ها $m=8$ تعریف شده است [23] که در این مقاله $m=4$ در نظر گرفته شده است. می‌توان فرمول (۱۳) را به صورت فرمول (۱۵) نوشت:

$$E(x_i) = - \sum_{j=1}^m (J_{ij} x_j + \frac{1}{m} h_i) x_i \quad (15)$$

با در نظر گرفتن $m_i = \sum_{j=1}^m J_{ij} x_j + \frac{1}{m} h_i$ و تبدیل به مختصات قطبی داریم:

$$E(x_i) = -|m_i| \cos(\theta_i - \delta_i) \quad (16)$$

$$x_i = \cos(\theta_i - \delta_i) \quad (17)$$

که $-1 \leq x_i \leq 1$ و $|m_i|$ اندازه m_i و δ_i زاویه m_i می‌باشد و $0 \leq \delta_i \leq 2\pi$. برای کل سیستم مقدار انرژی برابر است با:

$$E(\{x_i\}) = - \sum_i |m_i| \cos(\theta_i - \delta_i) \quad (18)$$

بنابراین اگر اسپینی زاویه خود را به $\theta + \Delta\theta$ تغییر دهد و $\Delta\theta$ به اندازه کافی کوچک باشد داریم:

$$\frac{E(x'_i)}{E(x_i)} = \frac{-|m_i| \cos(\theta_i + \Delta\theta - \delta_i)}{-|m_i| \cos(\theta_i - \delta_i)} \cong \frac{x'_i}{x_i} = \psi \quad (19)$$

یعنی تغییر انرژی نیز بسیار کوچک و تقریباً برابر مقدار تغییر x_i است و این بدان معنی است که اگر زاویه اسپین را به اندازه $\Delta\theta$ مقدار اسپین را به اندازه ψ تغییر داده شود می‌توان انتظار تغییر در انرژی اسپین را داشت. با محاسبه گرادیان انرژی کل بر حسب زمان داریم:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{dE}{d\theta_i} \cdot \frac{d\theta_i}{dt} \quad (20)$$

انرژی همسایه‌های آن، قبل و بعد از اعمال تغییرات می‌باشد. T نیز دمای سیستم در زمان اعمال تغییرات است.

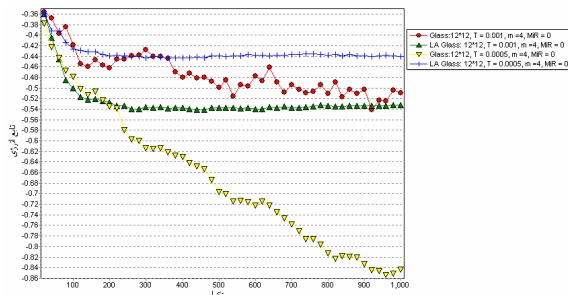
بعد از چیدمان سهام (اسپین‌ها)، مقدار هر سهم همانطور که ذکر شد برابر با $\frac{1}{N}$ مقداردهی اولیه می‌شود. همچنین دمای سیستم به‌حدی بالا برده می‌شود که تمام حالات ممکن قابل تولید باشند. در ضمن در تمام مدت $\lambda = 0.5$ در نظر گرفته شده است. با توجه به الگوریتم بالا، در هر لحظه (تکرار) به‌صورت تصادفی، اسپینی انتخاب می‌گردد و مقدار اسپین به اندازه ψ اضافه می‌گردد پیرو آن مقدار اسپین‌های همسایه طوری تغییر می‌یابد که محدودیت‌های (۶) و (۷) همواره برقرار باشد. سپس مقدار انرژی اسپین و همسایه‌های آن محاسبه می‌گردد. اگر مقدار انرژی کاهش یافت تغییرات پذیرفته می‌شود وگرنه با احتمال $\frac{1}{1+e^{-\frac{\Delta E}{T}}}$ پذیرفته می‌شود. این عمل تا رسیدن به کمترین مقدار انرژی یا سرد شدن کامل سیستم ادامه می‌یابد. برای گرم و سرد کردن سیستم از روال حاکم بر الگوریتم‌های بازپخت تطبیقی استفاده شده است [18]. بدین صورت که در ابتدا دمای محیط حدود ۲ در نظر گرفته شده (در دمای بالا تمام حالات قابل تولیدند) و در هر بار اعمال تغییرات دمای محیط به‌تدریج کاهش داده می‌شود تا دمای محیط به 0.005 برسد. عمل گرم کردن و سرد کردن تدریجی سیستم می‌تواند در طول اجرا چندین بار تکرار گردد تا الگوریتم در نقاط کمینه محلی گرفتار نشود [21, 22].

۵.۱. پوشش محدودیت‌های مسئله

در مسئله انتخاب سید سهام دو محدودیت (۶) و (۷) باعث شده است که ملاحظاتی در الگوریتم ارائه شده در نظر گرفته شود. برای پوشش محدودیت (۶)، هنگامی که مقدار هر اسپین به اندازه ψ افزوده می‌شود ($x_j := x_j + \psi$) برای اینکه مجموع مقادیر اسپین‌ها ثابت ۱ باشد از چهار همسایه اسپین، مقدار $\frac{\psi}{m}$ کسر می‌گردد ($x_j := x_j - \frac{\psi}{m}$). اگر مقدار $x_j \geq 1$ شود آنگاه مقدار $x_j = 1$ شده و مقدار اضافه آن از ψ کسر می‌گردد. همچنین اگر برای هر همسایه $x_j - \frac{\psi}{m} \leq 0$ شود آنگاه مقدار $x_j = 0$ شده و مقدار اختلاف به x_j اضافه می‌گردد. با توجه به دو مورد آخر همیشه محدودیت (۷) نیز برقرار خواهد بود.

۵.۲. تحلیل الگوریتم (اثبات همگرایی الگوریتم)

مبنای ذکر شده در [25]، شامل داده‌های مرتبط با تعداد سهام متعددی می‌باشد از جمله برای ۱۶، ۳۲، ۸۵، ۸۹، ۱۴۴ و ... که در این میان داده‌های مرتبط با ۱۴۴ سهم انتخاب شده‌اند. (هرچند هیچ محدودیت‌هایی در تعداد سهام انتخابی وجود ندارد) با این تفسیر می‌توان ۱۴۴ سهم را در شبکه‌های ۱۲*۱۲ یا ۶*۲۴ و ... چید. شکل (۲) نتایج اجرای الگوریتم بر روی شبکه ۱۲*۱۲ و ۱۰۰۰ تکرار (در این مقاله هر تکرار^۱ شامل ۱۰۰۰ بار تغییر مقدار اسپین یا اصطلاحاً فلیپ^۲ است) نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد اسپین گلاس مبتنی بر اتوماتا عملکرد بهتری نسبت اسپین گلاس معمولی در دمای ۰,۰۰۱ دارد اما سرعت همگرایی پائین تری در دمای ۰,۰۰۵ دارد. این موضوع نشان می‌دهد که دمای اسپین گلاس به شدت در همگرایی مسئله و گرفتارشدن در نقاط محلی تاثیر دارد.



شکل ۳: تغییرات انرژی سیستم بدون استفاده از اتوماتا و با استفاده از اتوماتا، در دمای ۰,۰۰۱ عملکرد با اتوماتا بهتر است اما در ۰,۰۰۵ عملکرد بدون اتوماتا بهتر است.

۶.۱. جابجایی مکانی اسپین‌ها (مهاجرت^۳ و نخبه‌گرایی^۴)

یکی از معایب الگوریتم پیشنهادی در [8]، کند بودن سرعت همگرایی است. از راه‌هایی که می‌توان سرعت همگرایی را افزایش داد استفاده از عملگرهایی شبیه به عملگرهای الگوریتم‌های ژنتیک مانند مهاجرت و نخبه‌گرایی است. در این مقاله، مهاجرت به معنی جابجایی اسپین برتر به مکانی تصادفی دیگر است که با نرخ MIr انجام می‌گیرد و نخبه‌گرایی یعنی اسپین برتر ابتدا مقدار احتمال انتخاب خود را با همسایه بالا مقایسه می‌کند اگر بیشتر بود جای خود را با آن اسپین عوض می‌کند در غیر این‌صورت با همسایه سمت چپ خود همین عمل را تکرار می‌کند. این عمل با نرخ EIR برای اسپین‌های برتر انجام می‌گیرد. جابجایی اسپین‌ها با عملگر نخبه‌گرایی باعث همجواری اسپین‌های نخبه و برتر در شبکه می‌گردد و این موضوع باعث رقابت بین نخبه‌ها شده و سرعت همگرایی را به میزان چشمگیری افزایش می‌دهد. شکل (۴) تاثیر

$$\frac{d\theta_i}{dt} \geq 0 \quad (22)$$

همان‌طور که در فرمول (۲۱) مشاهده می‌گردد تغییرات انرژی بر حسب تغییرات زاویه با حاصل ضرب مقدار m_i در سینوس زاویه اسپین متناسب است. اگر سعی شود همواره (۲۲) برقرار باشد آنگاه (۲۰) زمانی کاهش می‌یابد که $\pi < |\theta_i - \delta_i| \leq 2\pi$ باشد و زمانی افزایش می‌یابد که $0 \leq |\theta_i - \delta_i| \leq \pi$. بنابراین اگر بتوان زاویه اسپین‌ها را در محدوده $\pi < |\theta_i - \delta_i| \leq 2\pi$ نگه داشت همواره کاهش انرژی یا دست‌کم عدم تغییر انرژی مشاهده خواهد شد. که این موضوع با توجه به اینکه محدوده x_i همیشه توسط الگوریتم در بازه ۰ تا ۱ نگاه داشته می‌شود قابل دسترسی است. بنابراین همواره الگوریتم سعی می‌کند انرژی را کاهش دهد. البته این امر همیشه میسر نیست به عبارتی ممکن است الگوریتم در موقعیتی غیربهبوده گرفتار شده باشد و تغییرات انرژی صفر باشد که در این صورت برای رهایی از آن به صورت احتمالی با مسئله برخورد می‌شود (احتمالی افزایش انرژی را پذیرا می‌گردد). شیوه اعمال احتمال تغییر حالت بر اساس روشی است که مدل‌های مبتنی بر ماشین بولتزمن و بازپخت تطبیقی نشان می‌دهند [15]. به این‌صورت که احتمال مشروط تغییر حالت هر نرون در ماشین بولتزمن برابر با $\frac{1}{1 + e^{-\frac{\Delta E}{T}}}$ که در اینجا ΔE میزان تغییر انرژی هر نرون باتوجه به تغییرات تمام نرون‌های سیستم است و T دما در زمان اعمال تغییرات می‌باشد [16]. در این مقاله از این موضوع الگوبرداری شده و افزایش انرژی اسپین با احتمال ذکر شده در مدل ماشین بولتزمن پذیرفته می‌شود.

۶.۲. نتایج تجربی

برای بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی سعی شده است سرعت همگرایی الگوریتم و جبهه بهینه ارزیابی گردد. برای این منظور عملکرد الگوریتم بر روی داده‌های مبنای ذکر شده در [25] ارزیابی شده است. فرمت داده‌های مبنای به صورت فایل متنی و مشابه ساختار زیر است: تعداد سهام، برای هر سهم i ($i=1..N$) میانگین مقدار بازگشت سرمایه در دوره‌های تعریف شده، انحراف معیار و کوارینانس نسبت به سهام دیگر ذکر شده است. همچنین شبیه‌سازی فوق بر روی کامپیوتر پنتیوم 2.4 GHz تحت سیستم عامل ویندوز XP اجرا شده است. برنامه تهیه شده برای شبیه‌سازی با استفاده از زبان بولند دلفی نسخه ۶ می‌باشد.

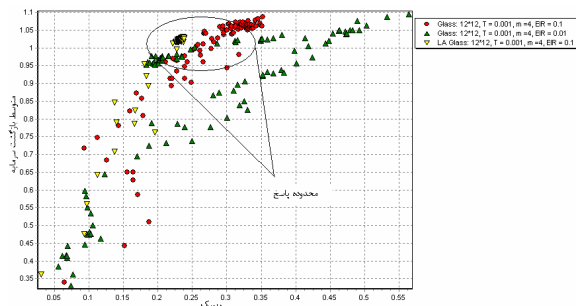
بر اساس الگوریتم ذکر شده در بخش ۴.۱، ابتدا شبکه‌ای $N = L^2$ از اسپین‌ها در نظر گرفته و سهام بطور تصادفی داخل آن چیده می‌شود. سپس مقدار هر سهم برابر $\frac{1}{N}$ ، مقداردهی اولیه می‌گردد

¹ - Epoch
² - Spin Flip
³ - Migration
⁴ - Elitism

بنابراین در هر تکرار توسط ۴ برنامه، ۴ اسپین (۱ اسپین توسط هر برنامه در محدوده تعریف شده) انتخاب و بهینه می‌گردد. شکل (۵) نتیجه اجراء شبکه فوق مبتنی بر اتوماتا و عملگر جابجایی با نرخ $MiR=0.1$ را در ۲ حالت ۱ برنامه‌گی و ۴ برنامه‌گی و دمای $T=0.001$ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد با اجرای ۴ برنامه همزمان بر روی شبکه اسپین‌ها سرعت همگرایی الگوریتم بهتر از ۱ برنامه می‌باشد و زودتر به جواب بهینه همگرا شده است.

۶.۳. جبهه‌بهینه (پرتو)

یکی از راه‌هایی که می‌توان بررسی کرد عملکرد الگوریتم فوق قابل قبول است و به سمت نقطه بهینه عمومی میل می‌کند رسم منحنی جبهه بهینه (پرتو) است. بدین منظور منحنی شکل (۶) تغییرات متوسط بازگشت سرمایه و ریسک سرمایه‌گذاری را در حین اجرای الگوریتم در شبکه $12*12$ و بدون اتوماتا و با اتوماتا نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد جبهه شبکه اسپین‌گلاس معمولی با نوسانات کم و آهسته به سمت نقطه بهینه در حال حرکت است. در مقابل جبهه شبکه اسپین‌گلاس با اتوماتا و عملگر نخبه‌گرایی خیلی سریع به سمت جواب بهینه حرکت کرده و در آنجا با نوسانات کم شروع به یافتن بهترین پاسخ کرده است.



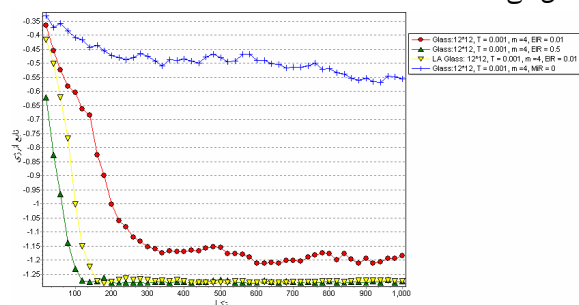
شکل ۶: نقاطی حاصل از اجرای الگوریتم بر روی داده‌های مینا در شبکه $12*12$ در دو حالت بدون اتوماتا و با اتوماتا و عملگر جابجایی

بنابراین شبکه اسپین گلاس به همراه اتوماتا خیلی سریع تمام حالات نامناسب را طی کرده و در محدوده جواب نهایی شروع به جستجو می‌کند درحالی‌که در شبکه اسپین گلاس بدون اتوماتا حالات نامناسب زیادی چک می‌گردند تا مسیر مناسب پیدا شود. البته این مشکل همیشه در اتوماتا وجود داشته است که امکان گرفتار شدن در نقاط بهینه محلی آن زیاد است اما این مشکل در اینجا با استفاده از عملگرهای نخبه‌گرایی و مهاجرت به میزان زیادی کم اثر شده است.

۷. نتیجه‌گیری

در این نوشته، الگوریتم بهینه‌سازی شده مدل اسپین‌گلاس برای حل مسئله انتخاب سبدسهم ارائه شده است. از خصوصیات

نشان می‌دهد.

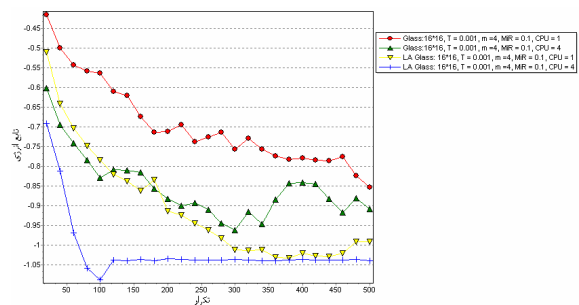


شکل ۴: تغییرات انرژی سیستم بدون استفاده از اتوماتا و با استفاده از اتوماتا و عملگر جابجایی، عملکرد اتوماتا با نرخ جابجایی پائین با عملکرد بدون اتوماتا با نرخ جابجایی بالا برابر است.

در شکل (۴)، مشاهده می‌گردد که شبکه اسپین گلاس به همراه اتوماتا و عملگر جابجایی با نرخ پائین سریع به جواب نهایی همگرا شده است که در مقایسه با شبکه بدون اتوماتا سریعتر می‌باشد. از آنجا که عملگر جابجایی عملگر گرانی است اتوماتای یادگیر با نرخ پائین‌تری این کار را انجام می‌دهد که نسبت به بدون اتوماتا بهتر عمل می‌کند.

۶.۲. موازی‌سازی الگوریتم

یکی از توانایی‌های این الگوریتم قابلیت جستجوی محلی و استعداد موازی‌سازی است بطوری‌که با دسته‌بندی اسپین‌ها و چیدمان آنها در پردازنده‌های مجزا و اجرای موازی بر کل شبکه اسپین‌ها، زمان همگرایی کاهش می‌یابد. آزمایش زیر برای بررسی قابلیت پردازش موازی این الگوریتم و برای $16*16$ سهم انجام شده است و نشان می‌دهد که استفاده از اتوماتا هیچ تاثیر منفی بر اجرای موازی الگوریتم ندارد و حتی باعث عملکرد بهتر آن نیز می‌گردد.



شکل ۵: اجرای موازی الگوریتم برای شبکه $12*12$ یا $4*8$ شبکه $8*8$

در ابتدا شبکه $16*16$ را به ۴ شبکه $8*8$ تقسیم کرده و هر شبکه به یک برنامه تخصیص داده شده است. (از آنجا که نویسندگان مقاله دسترسی به کامپیوترهای چند پردازنده نداشته‌اند از تکنیک چند برنامه‌گی و ریسمان^۱ استفاده کرده‌اند) در هر تکرار،

Portfolio Selection with Regime Switching: From Discrete-Time Models to Their Continuous-Time Limits", IEEE Transactions on automatic control, Vol. 49, NO. 3, March 2004.

[11] W. Chen, R.T. Zhang, Y.M. Cai, F.S. XU2, "Particle swarm optimization for constraint portfolio selection problems", IEEE Proceedings of the Fifth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Dalian, 13-16 August 2006.

[12] L. Diosan, "A multi-objective evolutionary approach to the portfolio optimization problem", IEEE Proceedings of the 2005 International Conference on Computational Intelligence for Modeling, Control and Automation, 2005.

[13] A. K. Hartmann, M. Weigt, "Phase Transitions in Combinatorial Optimization Problems, Basics, Algorithms and Statistical Mechanics", Copyright © 2005 Wiley-VCH Verlag Co.

[14] A. K. Hartmann, H. Rieger, "Optimization Algorithms in Physics", Copyright © 2002 Wiley-VCH Verlag Co.

[15] C. T. Lin and C. S. G. Lee, "A Multi-Valued Boltzmann Machine", IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics. Vol. 25, No. 4, April 1995.

[16] S. Haykin, "Neural Networks – A Comprehensive Fundation", 2th Edition, Prentice Hall, ©1999.

[17] Bar-Yam, Yaneer, "Dynamics of Complex Systems", Copyright © 1997, , Addison Wesley Longman, Inc.

[18] L. Ingber, "Simulated annealing: Practice versus theory", Mathematical Computer Modeling, Vol. 18, No. 11, Dec 1993.

[19] A.V. Lotov, "Approximation and Visualization of Pareto Frontier in the Framework of Classical Approach to Multi-Objective Optimization", Dagstuhl Seminar Proceedings 04461, Practical Approaches to Multi-Objective Optimization, 2005.

[20] S. Kirkpatrick, R.H. Swendsen, "Statistical mechanics and disordered systems", Journal of Communications of the ACM, Vol. 28, No 4, April 1985.

[21] F. Krzakala, "On temperature chaos in Ising and XY Spin Glasses", Journal of Europhysics letters, Vol 2, No 15, April 2004.

[22] M. Ostilli, "Ising spin glass models versus Ising Models, an effective mapping at high temperature: II. Applications to graphs and networks", Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2006.

[23] P. Sarkar, "A Brief History of Cellular Automata", ACM Computing Surveys, Vol. 32, No. 1, March 2000.

[24] C.A. Coello Coello, "An Updated Survey of GA-Based Multiobjective Optimization Techniques", ACM Computing surveys, Vol. 32, No. 2, June 2000.

[25] portfolio selection benchmark data at "<http://people.brunel.ac.uk/~mastjb/jeb/orlib/portinfo.html>"

[26] J.E. Beasley, "Heuristic algorithms for the unconstrained binary quadratic programming problem", 1998 at <http://mscmga.ms.ic.ac.uk/jeb/jeb.html>

[27] K.S. Narendra, M.A.L Thathachar, "Learning Automata: An Introduction", Prentice Hall, 1989.

[28] Y. Xia, B. Liu, S. Wang, K.K. Lai, "A model for portfolio selection with order of expected return", Computers & Operations Research 27 (2000) 409-422

[29] E. Bolthausen, A. Bovier, "Spin Glasses", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ©2007.

کمینه‌سازی محلی اشاره کرد. از آنجا که این روش با جستجوی محلی به سمت پاسخ حرکت می‌کند سرعت همگرایی این روش پائین است که با استفاده از اتوماتای یادگیر و عملگر مهاجرت و نخبه‌گرایی سرعت همگرایی سیستم به نحو چشمگیری افزایش یافته است (نسبت به نتایج حاصل از مقاله [8]). همچنین این روش قابلیت پردازش موازی را حتی با وجود اتوماتای یادگیر کماکان حفظ کرده است. بطور خلاصه دستاوردهای زیر با ارائه الگوریتم فوق قابل ارائه است:

- در روش‌های جستجوی محلی حرکت جزء ملزومات اجزاء تشکیل دهنده سیستم که در اینجا اسپین‌هاست محسوب می‌گردد این الگوریتم بیان می‌کند که حرکت باعث نخبه‌گرایی می‌شود و نخبه‌گرایی مسئله را سریعتر حل می‌کند. (این بیان توجیهی بر عملکرد روش‌های مبتنی بر اجتماع اجزاء که حرکت جزء لاینفک سیستم است محسوب می‌گردد).

- در اجتماعی از اسپین‌ها، به اسپین‌های نخبه بایستی توجه بیشتری شود زیرا آنها می‌توانند سیستم را سریعتر به اهداف خود نزدیک کنند. وجود اتوماتای یادگیر باعث ایجاد توجه بیشتر به اسپین‌های نخبه می‌گردد.

- همیشه تغییرات دما در همگرایی به سمت پاسخ بهینه موثر نیست بلکه وجود نخبه‌گرایی و مهاجرت در همگرایی عمومی نیز مهم است.

مراجع

[1] H. Markowitz, "Portfolio selection", Journal of Finance No 7:77-91, 1952.

[2] Ran El-Yaniv, "Competitive Solutions for Online Financial Problems", ACM computing Surveys, Vol. 30, No. 1, March 1998.

[3] A. Fernandez, S. Gomez, "Portfolio selection using neural networks", Computers & Operations Research 34, 1177-1191 (2007).

[4] H. Tanaka, P. Guo, I.B. Turksen, "Portfolio selection based on fuzzy probabilities and possibility distributions", Fuzzy sets and Systems 111, 387-397 (2000).

[5] Y. Crama, M. Schyns, "Simulated annealing for complex portfolio selection problems", European Journal of Operational Research 150 (2003) 546-571.

[6] C.C. Lin, Y. Liu, "Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots", European Journal of Operational Research (2007)

[7] W. Chen, R.T. Zhang, W.G. Zhang, "Management of Stochastic Portfolio Using Improved Genetic Algorithm", IEEE Proceedings of the 6th world Congress on Intelligent Control and Automation, June 21 - 23, 2006, Dalian, China.

[8] M.Vafaei Jahan, M.R.Akbarzadeh Tootonchi, "Spin Glass Portfolio Selection", Proceeding of First Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems, 29-31 Aug 2007.

[9] Szilard Pafka, Imre Kondor, "Estimated correlation matrices and portfolio optimization", Physica A 343 (2004) 623 – 634.