

دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته

| | | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| محمد میرزائی | پژمان لطفی کامران | محمود تابنده | زین العابدین نوایی شیرازی |
| کارشناس ارشد | کارشناس ارشد | دانشیار | استاد |
| دانشکده برق دانشگاه صنعتی شریف | دانشکده برق و کامپیوتر دانشگاه تهران | دانشکده برق دانشگاه صنعتی شریف | دانشکده برق و کامپیوتر دانشگاه تهران |
| mohammadmirzaei@ee.sharif.edu | plotfi@computer.org | tabendeh@sharif.edu | navabi@ece.neu.edu |

می‌باشد. برای رسیدن به این هدف از دیاگرام بسط تیلور [۴-۷] به عنوان مبنای نمایش استفاده شده است. دیاگرام بسط تیلور مزایای زیادی نسبت به سایر نمایش‌های مبتنی بر گراف دارد، اما دارای چندین محدودیت نیز هست. دیاگرام بسط تیلور را توسعه خواهیم داد تا بر محدودیت‌هایش غلبه کند. ساختمان داده حاصل را دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته می‌نامیم. نتایج تجربی بدست آمده نشان می‌دهد که دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته برای نمایش طرح‌های انتقال ثبات مناسب می‌باشد.

۲- کارهای قبلی

توابع بولی را اغلب بوسیله دیاگرام‌های تصمیم‌گیری نمایش می‌دهند. دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی مرتب‌شده [۱] پرکاربردترین دیاگرام تصمیم‌گیری در کاربردهای خودکار سازی طراحی دیجیتال است [۸]. دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی مرتب‌شده و مشتقاتش [۲، ۳] به صورت موفقیت‌آمیزی در نمایش طرح‌های سطح گیت به کار گرفته شده‌اند؛ اما محدودیت‌هایی در نمایش مدارهای محاسباتی دارند.

برای نمایش مدارهای محاسباتی، دیاگرام‌های تصمیم‌گیری سطح کلمه بکار گرفته می‌شوند. از جمله این دیاگرام‌های تصمیم‌گیری سطح کلمه می‌توان به دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی با ترمینال‌های متعدد [۹]، دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی با یال‌های وزن دار [۱۰]، دیاگرام گشتاور دودویی ضربی [۱۱]، دیاگرام تصمیم‌گیری ترکیبی [۱۲] و دیاگرام گشتاور دودویی ضربی کرانکر [۱۳] اشاره کرد. این دیاگرام‌ها، نمایشی مبتنی بر گراف برای توابعی با دامنه بولی و برد عددی دارند. بنابراین توابع محاسباتی باید به معادل بیتی خود تبدیل شوند تا بوسیله این دیاگرام‌های تصمیم‌گیری سطح کلمه نمایش پیدا کنند.

با افزایش پیچیدگی سیستم‌های دیجیتال، نیاز به سطوح انتزاع بالاتر بیشتر احساس شد. دیاگرام بسط تیلور [۴-۷]، به عنوان پاسخی بر این نیاز ارائه شد. دیاگرام بسط تیلور می‌تواند توابعی با دامنه و برد عددی را نمایش دهد. بنابراین برخلاف دیاگرام‌های تصمیم‌گیری سطح کلمه،

چکیده: در این مقاله یک ساختمان داده یگانی برای نمایش طرح‌های انتقال ثبات ارائه می‌گردد. در حال حاضر نمایش یگانی و مبتنی بر گرافی به نام دیاگرام بسط تیلور وجود دارد. اگرچه می‌توان دیاگرام بسط تیلور را برای نمایش بهینه عبارت‌های جبری در سطح کلمه به کار گرفت، اما این دیاگرام نمی‌تواند عبارت‌های بولی در سطح کلمه (بردار) را نمایش دهد. در این مقاله تغییراتی به دیاگرام بسط تیلور اعمال می‌گردد که قابلیت نمایش سطح کلمه عبارت‌های بولی به آن افزوده شود.

واژه‌های کلیدی: دیاگرام بسط تیلور، دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی، سطح انتقال ثبات، ارزیابی رسمی، بررسی برابری.

۱- مقدمه

افزایش اندازه و پیچیدگی سیستم‌های دیجیتال، تیم طراحی را وادار می‌کند که در مراحل مقدماتی، عملیات بررسی درستی را با جدیت انجام دهند. پی‌بردن به خطاهای سیستم در مراحل اولیه طراحی به طرز قابل توجهی می‌تواند از یک طرف زمان عرضه محصول به بازار را کاهش داده و از طرف دیگر کارایی روند بررسی درستی را بالاتر ببرد. در مواجهه با این مسئله، ابزارهای خودکار و قوی می‌توانند طرح‌ها را در سطوح بالاتر انتزاع مانند سطح انتقال ثبات و یا سطح رفتاری اداره کنند و نیازمند پیشرفت‌هایی هم در این زمینه هستند.

در حال حاضر ابزارهایی برای ارزیابی رسمی طرح‌ها در سطوح انتزاع پایین مثل سطح گیت وجود دارد؛ اما ابزارهایی که بتوانند توصیفات سطح بالا را ارزیابی کنند، هنوز به سطح قابل قبولی نرسیده‌اند. نبود یک نمایش مناسب برای طرح‌های انتقال ثبات از مسائل مهم این امر است. از آنجا که دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی [۱] و مشتقاتش [۲، ۳]، طرح‌های در سطح گیت را به نحو موثری نمایش می‌دهند، بسیاری از ابزارهای ارزیابی، توصیف را سنتز می‌کنند تا بتوانند از مزایای دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی که در سطح گیت می‌باشد، بهره ببرند. هدف این مقاله ارائه یک نمایش مبتنی بر گراف برای توصیفات انتقال ثبات

این عملگرها برای ساختمان داده مورد استفاده در ارزیابی رسمی سطح انتقال ثبات ضروری می باشد.

جدول (۱): عملگرهای سطح انتقال ثبات

| | | | |
|----------------------|---|---|---|
| Arithmetic Operators | × | - | + |
| Boolean Operators | ^ | ! | & |

این عملگرها به بیت‌ها و بردارها اعمال می گردند و ویژگی‌های متمایزی دارند. عملگرهای جبری، هر بردار را یک موجودیت واحد در نظر می گیرند، در حالیکه عملگرهای بولی به صورت بیت به بیت به بردارها اعمال می شوند. این خصوصیات باید بوسیله یک ساختمان داده یکتا پشتیبانی شود. برای ساختمان داده سطح بیت، توانایی نمایش عملگرهای جبری یا بولی کافی می باشد؛ زیرا عملگرهای بولی را می توان به کمک عملگرهای جبری ساخت و برعکس. برای مثال، دیاگرام تصمیم گیری دودویی عملگرهای بولی و دیاگرام گشتاور دودویی عملگرهای جبری در سطح بیت را پشتیبانی می کنند و هر دو همه عملگرهای سطح بیت را نمایش می دهند. از طرف دیگر برای نمایش سطح بردار ساختمان داده ای که فقط عملگرهای جبری یا بولی را پشتیبانی کند، کفایت نمی کند. این امر به دلیل آن است که عملگرهای بولی در سطح بردار را نمی توان از روی عملگرهای جبری ساخت مگر آنکه بردارها به بیت‌ها تجزیه شوند و برعکس. یک مثال برای این بحث عملگر ضرب می باشد که در سطح بیت مشابه عملگر & عمل می کند؛ اما در سطح بردار نه تنها یکی نمی تواند جای دیگری را بگیرد بلکه هیچ ارتباطی هم میان آن دو وجود ندارد.

یک ساختمان داده مرتبط با توصیفات انتقال ثبات باید متغیرها و عملگرهای سطح بیت و بردار را پشتیبانی کند. اما عملگرهای بولی در سطح کلمه (بردار) به نمایش بولی و عملگرهای جبری به نمایش جبری نیاز دارند.

۲-۳- ساختمان داده های موجود

در این بخش چند نمونه ساختمان داده که در نمایش طرح های انتقال ثبات مورد استفاده قرار می گیرند، بررسی می شوند.

۱-۲-۳- دیاگرام های تصمیم گیری سطح کلمه

دیاگرام های تصمیم گیری سطح کلمه چندین ساختمان داده مختلف از قبیل دیاگرام تصمیم گیری دودویی با ترمینال های متعدد، دیاگرام تصمیم گیری دودویی با یالهای وزن دار، دیاگرام گشتاور دودویی ضربی و دیاگرام گشتاور دودویی ضربی کرانکر را در بر می گیرند. مشابه دیاگرام تصمیم گیری دودویی، دیاگرام های تصمیم گیری سطح کلمه نمی توانند بردارها را نمایش دهند. تمایز دیاگرام های تصمیم گیری سطح کلمه و

نیازی نیست تا یک تابع محاسباتی به معادل بیتی خود تبدیل شود تا نمایش پیدا کند. اگرچه دیاگرام بسط تیلور مزایای بسیاری نسبت به دیاگرام های تصمیم گیری سطح کلمه دارد، اما دارای محدودیت هایی هم هست. کارهای متعددی توسط نویسندگان این مقاله برای برطرف کردن محدودیت های دیاگرام بسط تیلور صورت گرفته است [۱۴-۱۷]. در این مقاله نمونه جدیدتر و مهم تری از اینگونه کارها ارائه شده است تا بدین وسیله به یک نمایش مناسب برای سطح انتقال ثبات دست پیدا کنیم.

۳- نمایش مناسب در سطح انتقال ثبات

برای نمایش طرح های سطح انتقال ثبات به یک نمایش مناسب نیاز می باشد. در این بخش به ویژگی های ساختارهای انتقال ثبات می پردازیم.

۱-۳- نیازهای سطح انتقال ثبات

در این بخش نیازهای سطح انتقال ثبات از لحاظ پذیرفتن متغیرهای سطح بیت و بردار و پذیرفتن متغیرهای بولی و جبری بررسی می شوند.

۱-۱-۳- متغیرهای سطح انتقال ثبات

در بیشتر طرح های سطح انتقال ثبات بردارها و بیت‌ها همزمان وجود دارند. یک جمع کننده هشت بیتی با دو ورودی برداری A و B و یک ورودی بیتی c_i را در نظر بگیرید. توصیف سطح انتقال ثبات این جمع کننده بصورت $A + B + c_i$ است. بسیاری از دیاگرام های تصمیم گیری نمی توانند بردارها را نمایش دهند و از این رو بردارها را به اجزا بیتی آنها تجزیه می کنند. در این مثال، یک دیاگرام تصمیم گیری معمولی برای نمایش عمل جمع، متغیرهای برداری A و B را به هشت متغیر یک بیتی می شکند. بنابراین این نمایش ها با توصیفات سطح انتقال ثبات سازگار نبوده و متمایل به نمایش های سطح بیت می باشند. لازم است که یک نمایش انتقال ثبات، بردارها را به صورت یک کل و نه به عنوان مجموعه ای از بیت‌ها نمایش دهد. در بسیاری از موارد نمایش بیت و بردار متفاوت می باشد. برای مثال اگر A یک بردار باشد، $A \times A = A^2$ ؛ در حالیکه اگر a یک بیت باشد، $a \times a = a$. بنابراین نتیجه می گیریم که ساختمان داده های سطح بیت فعلی را نمی توان برای نمایش بهینه متغیرها در سطح انتقال ثبات به کار گرفت. همچنین لازم است که بردارها و بیت های مختلط را همزمان نمایش داد.

۲-۱-۳- عملگرهای سطح انتقال ثبات

عملگرهای مختلفی در طرح های سطح انتقال ثبات مورد استفاده قرار می گیرند. عملگرهای جبری و بولی از پرکاربردترین عملگرهای سطح انتقال ثبات می باشند. این عملگرها در جدول ۱ آورده شده اند. نمایش

جدول (۲): مقایسه دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی، دیاگرام‌های تصمیم‌گیری

سطح کلمه و دیاگرام بسط تیلور

| | Arithmetic | | Boolean | |
|--------------|------------|--------|---------|--------|
| | Bit | Vector | Bit | Vector |
| BDDs | Yes | No | Yes | No |
| WLDDs | Yes | No | Yes | No |
| TEDs | Yes | Yes | Yes | No |

۴- راه‌حل پیشنهادی

همانطور که در بخش‌های قبلی عنوان گردید، دیاگرام بسط تیلور نمی‌تواند عملگرهای بولی سطح بردار را نمایش دهد. در این بخش تغییراتی به دیاگرام بسط تیلور اعمال می‌شود که قابلیت نمایش چنین عملگرهایی را به آن اضافه کند. به این نمایش، دیاگرام بسط تیلور توسعه‌یافته (*XTED*) گفته می‌شود. برای نمایش عملگرهای بولی سطح بردار، مشابه عملگرهای بولی سطح بیت سعی خواهد شد تا آنها را بوسیله معادلات جبری توصیف نمود. برخلاف عملگرهای بولی سطح بیت، عملگرهای بولی سطح بردار را نمی‌توان کاملاً با معادلات جبری توصیف کرد؛ اما عبارات حاصل، عملگرهای بولی ساده‌تری دارند. برای این منظور از روابط زیر استفاده می‌شود (*A* و *B* بردار می‌باشند).

$$NOT(A) = -1 - A \quad (۲)$$

$$AND(A, B) = A \& B \quad (۳)$$

$$OR(A, B) = A + B - A \& B \quad (۴)$$

به کمک روابط بالا، عملگرهای بولی سطح بردار به عملگرهای جبری و عملگر برداری & تبدیل می‌شوند. بخش‌های جبری این روابط بوسیله دیاگرام بسط تیلور قابل نمایش می‌باشند. در ادامه این بخش نشان خواهیم داد که چگونه عملگر برداری & را نمایش دهیم.

از سیگنال و سیستم [۱۸]، به یاد داریم که در آنجا نیز تابعی مانند پله واحد وجود دارد که در محاسبات سیستم‌ها بسیار پرکاربرد است؛ اما این تابع نیز طبق تعریف مشتق در ریاضیات فاقد مشتق است. در آنجا تابعی مانند ضربه واحد را تعریف می‌کنند که به عنوان مشتق تابع پله در نظر گرفته می‌شود. حال از این ایده مهم برای رسیدن به هدفمان استفاده می‌کنیم. برای این کار تابعی مانند \mathcal{X} را برای تعریف مشتق عملگر بولی & بکار می‌بریم. شکل ۱ را در نظر بگیرید؛ برای تابعی ریاضی مانند $F(A, B) = A \times B$ ، تابع مشتق برحسب متغیر *B* از تعریف ریاضی زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dF(A, B)}{dB} = \frac{F(A, B) - F(A, 0)}{B - 0} = \frac{AB - 0}{B} = A \quad (۵)$$

دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی در پشتیبانی از عملگرهای جبری در سطح بیت می‌باشد؛ در حالیکه دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی عملگرهای جبری را به معادل بولی خود تبدیل می‌کند. بسیاری از دیاگرام‌های تصمیم‌گیری سطح کلمه، برای اشتراک بیشتر زیرگراف‌ها، وزن‌هایی در یال‌های خود دارند. این وزن‌ها، ثابت‌ها را از عبارات جبری جدا می‌کنند و باعث می‌شوند که بخش‌های باقیمانده از این عبارات، قابلیت اشتراک بیشتری داشته باشند. نمایش عملگرهای جبری در سطح بیت و وزن یال‌ها، این ساختمان‌داده‌ها را برای نمایش سطح انتقال ثبات فشرده‌تر از دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی می‌سازند؛ اما بدلیل عدم پشتیبانی از بردارها، این ساختمان‌های داده برای نمایش انتقال ثبات مناسب نمی‌باشند.

۳-۲-۲- دیاگرام بسط تیلور

برخلاف دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی و دیاگرام‌های تصمیم‌گیری سطح کلمه، دیاگرام بسط تیلور می‌تواند بیت‌ها و بردارها را نمایش دهد. از آنجا که عملگرهای بولی در سطح بیت را می‌توان بوسیله عملگرهای جبری توصیف کرد، دیاگرام بسط تیلور می‌تواند عملگرهای بولی را نمایش دهد. اما بدلیل آنکه بین عملگرهای جبری و بولی در سطح بردار ارتباطی وجود ندارد، دیاگرام بسط تیلور نمی‌تواند عبارات بولی در سطح بردار را نمایش دهد. تنها راه ممکن برای نمایش عملگرهای بولی برداری، شکستن آنها به معادل بیتی آنها می‌باشد. آشکار است که عملگرهای بولی برداری به دفعات در مشخصه‌های انتقال ثبات به کار برده می‌شوند. به علاوه، هنگامی که عملگرهای جبری و بولی به صورت همزمان به یک بردار اعمال می‌شوند، بردار باید به بیت‌های تجزیه شود و قابلیت‌های دیاگرام بسط تیلور نمی‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. برای مثال، فرض کنید که واحد محاسباتی ۸ بیتی یک پردازنده ساده دو عمل + و & انجام می‌دهد. ورودی انتخابگر این مدار (*sel*)، بین عملیات + و & یکی را انتخاب می‌کند. برای این مدار، عبارت زیر باید بوسیله دیاگرام بسط تیلور نمایش داده شود.

$$(1 - sel) \times (A + B) + sel \times (A \& B) \quad (۱)$$

از آنجا که دیاگرام بسط تیلور نمی‌تواند $A \& B$ را در سطح بردار نمایش دهد، ورودی‌های *A* و *B* باید به بیت‌های خود شکسته شوند. شکسته شدن بیت‌های *A* و *B* باعث می‌شود که نمایش $A + B$ نیز در سطح بیت صورت گیرد و کارایی دیاگرام بسط تیلور تا حد دیاگرام گشتاور دودویی کاهش یابد. بنابراین برای بسیاری از طرح‌های انتقال ثبات، دیاگرام بسط تیلور نمی‌تواند بهتر از دیاگرام گشتاور دودویی عمل نماید. جدول ۲ قابلیت‌های دیاگرام تصمیم‌گیری دودویی، دیاگرام‌های تصمیم‌گیری سطح کلمه و دیاگرام بسط تیلور را در نمایش سطح بیت و بردار جمع‌بندی می‌کند.

۴-۱- دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته

دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته یک نمایش مبتنی بر گراف است که از سری تیلور به عنوان قاعده تجزیه استفاده می کند. سری تیلور تابع مشتق پذیر $f(x)$ حول نقطه $x = 0$ به صورت زیر می باشد:

$$f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots \quad (10)$$

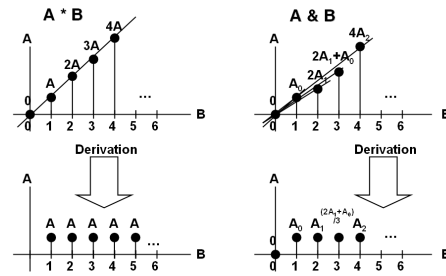
که $f'(0)$ ، $f''(0)$ و $f'''(0)$ مشتقات اول، دوم و سوم تابع f حول نقطه $x = 0$ هستند. تجزیه تابع برحسب رابطه ۱۰ به صورت بازگشتی ادامه پیدا می کند تا در نهایت دیاگرام مورد نظر بدست آید.

دیاگرام بسط تیلور سه گونه گره دارد: گره سطح بیت، گره سطح بردار و گره ترمینال. گره های سطح بیت و بردار نشان دهنده متغیرها بوده و گره های ترمینال نشان دهنده ثابت ها می باشند. اختلاف بین بیت و بردار آن است که $A \times A = A^2$ ، اگر A یک بردار باشد؛ در حالیکه $a \times a = a$ ، اگر a یک بیت باشد. هر گره در دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته یک برجسب دارد که متغیر وابسته به آن گره را مشخص می کند. مثل همه دیاگرام های تصمیم گیری یگانی (مثلاً دیاگرام تصمیم گیری دودویی مرتب شده)، متغیرهای دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته، مرتب شده هستند. تابع یک گره بوسیله سری تیلور مطابق رابطه ۱۰ بدست می آید. درجه خروجی یک گره به درجه خروجی متغیر وابسته به آن گره بستگی دارد. درجه خروجی گره های ترمینال، صفر است. در نمایش دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته زمانی که در تابع اصلی عملگرهای بولی در سطح بردار وجود داشته باشند، برای ساخت عبارت جبری، براساس قواعدی که مطرح خواهد شد، نیاز به عملگر χ خواهیم داشت. از این رو عبارت جبری این عملگرهای بولی به عنوان یک متغیر در دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته در نظر گرفته می شود و هر یک با یک گره مجزا نمایش داده می شوند. این گره ها به مانند سایر گره ها دارای یال هایی هستند که از تجزیه بسط تیلور متغیر آن ها بدست می آیند. از آنجا که متغیر این گره ها عملگر χ است و طبق تعریف رابطه ۷ این عملگر دارای دو مؤلفه درونی می باشد، از این رو علاوه بر این یال ها، دو یال دیگر نیز خواهند داشت که یکی معرف مؤلفه اول و دیگری معرف مؤلفه دوم می باشد. گره هایی که متغیرهای χ را در دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته نشان می دهند، گره های ویژه می نامیم و یال هایی از گره های ویژه که مؤلفه های متغیر χ را نشان می دهند را یال های ویژه می گوئیم. در نمایش تابع f توسط دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته دو نوع گره کلی وجود دارد. گره های نوع اول، گره هایی هستند که در بر گیرنده متغیرهای معمولی می باشند و نوع جدید گره ها که در دیاگرام بسط تیلور وجود ندارد، گره هایی هستند که در بر گیرنده متغیرهای ویژه هستند. نحوه تجزیه این گره ها نیز مانند گره های معمولی و از بسط سری تیلور صورت می گیرد. تنها تفاوت آن ها با سایر گره ها در این است که این گره ها دو یال اضافه تر به نام های

این رابطه نشان می دهد که مقدار مشتق تابع F در هر نقطه برابر با مقدار ثابت A می باشد. مشابه همین رابطه، مشتق تابع $F(A, B) = A \& B$ را به صورت زیر در هر نقطه از B تعریف می کنیم:

$$\frac{dF(A, B)}{dB} = \frac{F(A, B) - F(A, 0)}{B - 0} = \frac{A \& B - A \& 0}{B} = \frac{A \& B}{B} \quad (6)$$

رابطه حاصل نشان می دهد که مقدار مشتق تابع $A \& B$ در هر نقطه از B که آنرا $\chi(A, B)$ نام گذاری کردیم، از رابطه بولی - ریاضی $\frac{A \& B}{B}$ به دست می آید.



شکل (۱): تعریف تابع مشتق برای عبارت بولی $A \& B$

رابطه ۶ را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$A \& B = B \times \chi(A, B) \quad (7)$$

رابطه ۷ معادل جبری عبارت بولی $A \& B$ را نشان می دهد. در این رابطه تابع تعریف شده $\chi(A, B)$ بیانگر مقدار مشتق تابع بولی $A \& B$ در هر نقطه از B می باشد.

از آنجایی که در مدارهای دیجیتالی و به خصوص در بخش های کنترلی نیاز است که به بیت ها یا رشته ای از بیت های خاصی از یک متغیر برداری دسترسی پیدا کرد، لازم است که با استفاده از عملگر χ بتوانیم آن بیت های دلخواه را استخراج کنیم. این عمل را که به آن استخراج بیت و استخراج بیت های متوالی می گوئیم به ترتیب از روابط ۸ و ۹ حاصل می شود.

$$A_i = \chi(A, 2^i) \quad (15)$$

$$A(a \text{ to } b) = \frac{1}{2^a} \left[\left(\sum_{i=a}^b 2^i \right) \times \chi \left(A, \sum_{i=a}^b 2^i \right) \right] \quad (16)$$

حال به کمک عملگر χ ، روابط بولی را می توان به معادل جبری آن ها تبدیل کرد. از آنجا که در نمایش دیاگرام بسط تیلور نیاز داریم تا عبارت های بولی را به معادل جبری آن ها تبدیل کنیم، بنابراین از این عملگر برای نمایش دیاگرام بسط تیلور در سطح برداری استفاده خواهیم کرد و نشان خواهیم داد که به کمک این عملگر و ویژگی های خاص آن، نمایش دیاگرام بسط تیلور در نمایش سطح بردار، به طرز قابل توجهی بهبود خواهد یافت.

گام ۲) یال- راست گره ویژه فعلی، گره‌ای برابر با متغیر فعلی می‌باشد که یال- صفر آن به ترمینال صفر و یال- یک آن به ترمینال یک وصل می‌شود.

گام ۳) برای یال- چپ گره ویژه فعلی، متغیر بعدی را انتخاب می‌کنیم و اگر متغیر آخر نبود، به گام ۱ می‌رویم. در صورتی که به متغیر آخر رسیده باشیم به گام ۴ می‌رویم.

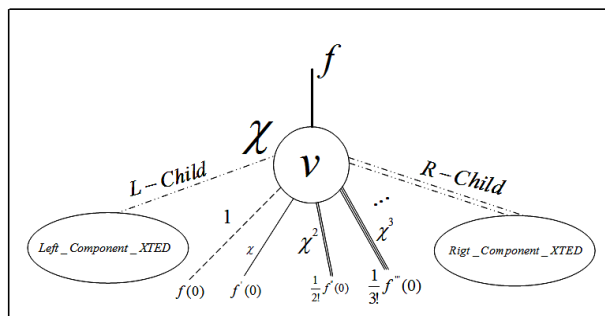
گام ۴) یال- چپ گره ویژه فعلی را به گره‌ای با متغیر فعلی (متغیر آخر) وصل می‌کنیم که یال- صفر آن به ترمینال صفر و یال- یک آن به ترمینال یک وصل می‌شود. نمایش دیاگرام $XTED$ نتیجه در اینجا به پایان می‌رسد و گراف حاصل دیاگرام ترکیب دو گراف می‌باشد.

حالت دوم که حالت جامع‌تری نسبت به حالت اول است برای ترکیب AND دو تابع ریاضی- بولی است. در حالت کلی ساده‌سازی عبارت‌های بولی و ریاضی معنایی ندارد. برای مثال AND دو عبارت جبری، قابلیت فاکتورگیری و شرکت پذیری ندارد. یعنی $(A+B) \& (A+C) \neq A + (B \& C)$ و یا $A \& (B+C) \neq (A \& B) + (A \& C)$ در نتیجه ساده کردن AND دو عبارت ریاضی و یا حتی بولی- ریاضی در سطح بردار معنایی ندارد. پس برای این حالت ابتدا از روی دیاگرام دو گراف، گراف با ارزش‌تر را پیدا می‌کنیم. روش این کار بدین صورت است که از روی برجسب‌های گره‌های اصلی و با شروع از ریشه دو گراف پیش می‌رویم. اولین گره‌ای که در آن متغیر دو گراف متفاوت است را در نظر می‌گیریم، گره‌ای که متغیر آن کم‌ارزش‌تر است، گرافش نیز کم‌ارزش‌تر است. حال گراف با ارزش‌تر را به عنوان مؤلفه اول در نظر می‌گیریم و گراف دیگر را به عنوان مؤلفه دوم در نظر می‌گیریم. برای رسم $XTED$ حاصل از ترکیب این دو گراف به جای گره ترمینال یک در گراف کم‌ارزش‌تر یک گره ویژه χ قرار می‌دهیم. یال- صفر این گره ویژه را به ترمینال صفر و یال- یک آنرا به ترمینال یک وصل می‌کنیم. سپس گراف با ارزش‌تر را در یال- چپ و گراف دیگر را در یال- راست گره ویژه قرار می‌دهیم. گراف حاصل همان گراف ترکیب AND این دو تابع است (برای جزئیات بیشتر ر.ک. به [۱۹]).

۲-۴- نمایش منطق بولی

نمایش ضعیف توابع بولی بزرگترین اشکال دیاگرام بسط تیلور معمولی است. برای توابعی که به طور معمول در مشخصه‌های انتقال ثبات به کار می‌روند (X^k و $X+Y$ و $X-Y$ و $X \times Y$)، دیاگرام بسط تیلور توسعه‌یافته نمایش ساده‌تر و کوچکتری دارد. دیاگرام بسط تیلور توسعه‌یافته همچنین می‌تواند توابع بولی را هم در سطح بیت و هم در سطح برداری نمایش دهد. برای این منظور از روابط جدول ۳ استفاده می‌شود.

یال- چپ و یال- راست دارند که به ترتیب نمایانگر مؤلفه اول و مؤلفه دوم عملگر χ در عبارت‌های جبری می‌باشند و به ترتیب با خط- نقطه‌یگانه و خط- نقطه‌دوگانه نمایش داده می‌شوند. این دو نوع یال عبارت‌های درون عملگر χ را به روش بازگشتی و از روی قواعد $XTED$ نمایش می‌دهند. شکل ۲ تجزیه تابع f را بر حسب متغیرهای ویژه χ نشان می‌دهد که به جز دو یال چپ و راست، بقیه یال‌ها به مانند یال‌های متغیرهای گره‌های معمولی هستند و از همان روش به دست می‌آیند. تجزیه گره‌هایی که درون یال‌های چپ و راست متغیرهای ویژه قرار می‌گیرند نیز به روش بازگشتی و با همان قاعده‌های تجزیه گره‌های معمولی به کمک بسط سری تیلور انجام می‌شود.



شکل (۲): تجزیه گره ویژه در دیاگرام بسط تیلور توسعه‌یافته

محاسبه مشتقات (و در نتیجه فرزندهای f) برای توابع چندجمله‌ای کار ساده‌ای می‌باشد. عبارات پیچیده را می‌توان به کمک ترکیبی از عبارت‌های ساده‌تر به دست آورد. برای این منظور عملگرهای پایه‌ای ضرب و جمع و $\&$ را در نمایش $XTED$ می‌توان بکار برد. عملیات جمع و ضرب در $XTED$ مشابه روش TED هستند [۱۹]. توجه به این نکته ضروری است که عملگر تفریق را می‌توان با استفاده از عملگرهای جمع و ضرب در ۱- بدست آورد. در ادامه عمل جدید $\&$ را که در دیاگرام بسط تیلور توسعه‌یافته وجود دارد و مشابه آن در TED وجود نداشت را مطرح می‌کنیم. ترکیب AND دو $XTED$ را در دو حالت کلی زیر بررسی می‌کنیم.

در حالت اول، دو دیاگرام تنها توابع بولی AND محض را نمایش می‌دهند. در این حالت زمانی که دو عبارت بولی با هم ترکیب می‌شوند بدین صورت عمل می‌کنیم که در ابتدا برجسب تمام گره‌های معمولی را در دو گراف در نظر می‌گیریم و از کم‌ارزش‌ترین آن‌ها شروع می‌کنیم. آن متغیر را به عنوان گره ریشه در گراف نتیجه در نظر می‌گیریم. سپس الگوریتم بازگشتی زیر را گام به گام تا آخرین متغیر پیاده می‌کنیم تا گراف نتیجه حاصل شود.

گام ۱) متغیر فعلی را در یک گره قرار می‌دهیم و یال- صفر آن به ترمینال صفر و یال- یک آن به یک گره ویژه χ وصل می‌شود. برای این گره ویژه، یال- صفر به ترمینال صفر و یال- یک به ترمینال یک وصل می‌شود.

توسعه یافته‌ی اولویت‌دهی شده، کاهش یافته و نرمالیزه شده برای f وجود دارد و سایر نمایش‌های دیاگرام بسط تیلور برای f دارای گره‌های بیشتری می باشند. به بیان دیگر، نمایش دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته‌ی اولویت‌دهی شده، کاهش یافته و نرمالیزه شده، کمینه و یگانی است.

اثبات: برای اثبات قضیه فوق می توان بدین صورت بیان کرد که:

یکتایی: اول اینکه $XTED$ کاهش یافته هیچ بخش زائدی ندارد، چرا که تمام گره‌های زائد توسط عملیات کاهش حذف شده‌اند. به طور مشابه، $XTED$ کاهش یافته دربرگیرنده هیچ زیرگراف متناظری نیست. به علاوه اینکه بعد از مرحله نرمالیزه کردن، تمام زیربخش‌های مشترک توسط عملیات کاهش به اشتراک گذاشته شده‌اند. طبق قضیه تیلور، تمام گره‌ها در $XTED$ اولویت‌دهی شده، کاهش یافته و نرمالیزه، به صورت مجزا و یکتا می باشند. از طرفی ثابت می شود [۱۹] که در حالت کلی ترکیب عملگرهای χ باهم معنایی ندارد. این موضوع را می توان از یک نگاه دیگر نیز مطرح کرد و آن این است که جمع جبری چند ترکیب بولی AND در حال کلی معنایی ندارد. از این رو ترکیب جبری چند عبارت χ نمی تواند معادل با عبارت χ دیگری باشد.

یگانی: حال مطرح می کنیم که عناصر بسط تیلور که به صورت بازگشتی محاسبه می شوند، به صورت یکتا توسط گره‌های میانی $XTED$ معرفی می شوند. برای تابع چندجمله‌ای، بسط سری تیلور در یک نقطه مشخص، محدود و براساس قضیه تیلور، یک سری یکتا است. به علاوه، هر قسمت در سری تیلور منطبق بر مشتقات تابع در آن نقطه است. بنابر تعریف، مشتقات یک تابع دیفرانسیلی در یک نقطه معین، یکتا هستند. از آنجایی که گره‌های $XTED$ معرف مشتقات محاسبه شده به صورت بازگشتی هستند، بنابراین هر گره در $XTED$ اولویت‌دهی شده، کاهش یافته و نرمالیزه شده به صورت مجزا و یکتا، یک تابع را معرفی می کنند، بنابراین دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته یگانی است.

کمینگی: حال نشان می دهیم که $XTED$ اولویت‌دهی شده، کاهش یافته و نرمالیزه شده، کمینه است؛ یعنی دربرگیرنده کمترین تعداد گره از میان تمام نمایش‌های موجود برای یک عبارت است. این کار را با برهان خلف انجام می دهیم. فرض کنید G گراف کمینه متناظر با نمایش یگانی $XTED$ کاهش یافته و نرمالیزه شده تابع f باشد. فرض کنید گراف دیگری مانند G' با اولویت متغیرهای یکسان با G که معرف تابع f است، با اندازه‌ای کمتر از G باشد. این مسئله تأکید می کند که گراف G می تواند با عملیات کاهش و نرمالیزه کردن به گراف G' تقلیل یابد. این امر با فرض اولیه که بیان می دارد که G کمینه بوده است (به عبارتی کاهش یافته و نرمالیزه شده بوده و هیچ گره زائدی نداشته است)، تناقض دارد. بخش‌های یکسان در مراحل مختلف تجزیه در گراف G توسط عملیات کاهش تسخیر شده است. بنابراین G' نمی تواند نمایشی برای f با گره‌های کمتر از G داشته باشد. از این رو، G نمایشی کمینه و یگانی

جدول (۳): معادل جبری توابع بولی در نمایش $XTED$

| سطح برداری | سطح بیت |
|---|--|
| $NOT(A) = \bar{A} = 1 - A$ | $NOT(a) = \bar{a} = 1 - a$ |
| $AND(A, B) = A \& B = B \times \chi(A, B)$ | $AND(a, b) = a \& b = a \times b$ |
| $OR(A, B) = A \vee B = A + B - A \& B = A + B - B \times \chi(A, B)$ | $OR(a, b) = a \vee b = a + b - a \times b$ |
| $XOR(A, B) = A \oplus B = A + B - 2(A \& B) = A + B - 2B \times \chi(A, B)$ | $XOR(a, b) = a \oplus b = a + b - 2a \times b$ |

در TED برای نمایش AND دو متغیر تک بیتی نیاز به ۴ گره می باشد؛ و برای نمایش AND دو متغیر n بیتی نیاز به $2 + 2n$ گره می باشد؛ در حالی که در نمایش $XTED$ همواره برای نمایش AND دو متغیر n بیتی نیاز به ۶ گره می باشد که مستقل از n است و این یکی از بزرگترین برتری‌های $XTED$ نسبت به TED می باشد. این امر در طرح‌های بزرگ حجم نمایش $XTED$ را در مقایسه با TED به طور چشم‌گیری کاهش می دهد.

۳-۴- خاصیت یگانی دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته

دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته که به صورت اولویت‌دهی شده، کاهش یافته و نرمالیزه شده باشد، یگانی است؛ یعنی اینکه برای یک ترتیب مشخصی از متغیرها، هر عبارت جبری توسط یک و تنها یک دیاگرام اولویت‌دهی شده، کاهش یافته و نرمالیزه شده قابل نمایش است. اگر در نمایش دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته، نمایش متغیرهای ویژه آن محدود و یگانی شوند بنابر این اصل که دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته در سایر مراحل و جزئیاتش از TED پیروی می کند، لذا $XTED$ نیز یگانی خواهد بود. برای این کار قواعد زیر را در نمایش $XTED$ در نظر می گیریم.

قاعده (۱) متغیرهای دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته به مانند هر دیاگرام تصمیم‌گیری دیگری اولویت‌دهی شده هستند.

قاعده (۲) دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته گرافی کاهش یافته و نرمالیزه شده است.

قاعده (۳) مؤلفه اول متغیرهای ویژه باید بارزتر از مؤلفه دوم باشد.

قاعده (۴) اگر متغیر ویژه‌ای معرف تابعی از عبارت‌های AND خالص باشد، مؤلفه دوم این متغیرهای ویژه باید متغیرهای عادی باشد؛ به بیان دیگر در نمایش عبارتی که فقط AND چند متغیر را نشان می دهد مؤلفه‌های دوم نباید شامل عملگر χ باشد.

قاعده (۵) اگر یکی از مؤلفه‌های متغیر ویژه‌ای عدد ثابت باشد و دیگری متغیر باشد، مقدار ثابت باید در مؤلفه دوم قرار بگیرد.

قضیه (۱) برای هر چندجمله‌ای چندمتغیره f با ضرایب صحیح، با در نظر گرفتن قواعد ۱ تا ۵، تنها یک نمایش دیاگرام بسط تیلور

جبری در دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته و دیاگرام بسط تیلور یکسان می باشد. بنابراین مزیت های بدست آمده در این آزمایش بدلیل نمایش منطقی سطح بردار دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته بوده که از دیاگرام بسط تیلور فشرده تر است. به دلیل تعداد گره های کمتر، زمان تبدیل دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته کمتر می باشد. همچنین دیاگرام بسط تیلور از نظر تعداد گره و زمان تبدیل بهتر از دیاگرام گشتاور دودویی می باشد. این امر بدلیل نمایش سطح بردار دیاگرام بسط تیلور می باشد؛ چرا که نمایش سطح بیت دیاگرام بسط تیلور و دیاگرام گشتاور دودویی مشابه می باشد.

جدول (۴): مقایسه ساختمان داده های مختلف محک های انتقال ثبات ساده

| | BMD | | TED | | XTED | |
|------------|-------|------|-------|------|-------|------|
| | Nodes | Time | Nodes | Time | Nodes | Time |
| SimpleRTL | 774 | 16 | 159 | 6 | 23 | 5 |
| Chain_mult | 282 | 33 | 114 | 12 | 89 | 1 |
| SimpleCPU | 687 | 46 | 407 | 15 | 66 | 14 |
| Paulin | 1017 | 109 | 380 | 16 | 106 | 15 |
| Avenhaus | 1093 | 50 | 372 | 15 | 121 | 31 |

در سری دوم آزمایش ها، همه قابلیت های دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته در نمایش طرح های انتقال ثبات با دیاگرام بسط تیلور و دیاگرام گشتاور دودویی مقایسه شده است. جدول ۵ خلاصه ای از نتایج بدست آمده برای مدارهای محک را نشان می دهد. محک Tseng با جزئیات دقیق در [۲۳] توصیف شده است. محک ASPP4 از مرجع [۲۴] گرفته شده و رفتار Paulin یا Tseng را شبیه سازی می کند. این دو محک طول کلمه ای برابر ۸ بیت دارند. همچنین محک Sayeh یک پردازنده ۱۶ بیتی می باشد [۲۵].

جدول (۵): مقایسه ساختمان داده های مختلف محک های انتقال ثبات واقعی

| | BMD | | TED | | XTED | |
|-------|-------|------|-------|------|-------|------|
| | Nodes | Time | Nodes | Time | Nodes | Time |
| Tseng | 771 | 30 | 771 | 31 | 77 | 15 |
| ASPP4 | 3297 | 1130 | 3297 | 1132 | 150 | 31 |
| Sayeh | T.O. | T.O. | T.O. | T.O. | 112 | 28 |

آنچنان که از جدول ۵ مشهود است، بدلیل نمایش بولی سطح بردار، دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته بهتر از دیاگرام بسط تیلور و دیاگرام گشتاور دودویی می باشد. نمایش دیاگرام گشتاور دودویی و دیاگرام بسط تیلور پردازنده Sayeh در مدت ۶۰ ثانیه ساخته نشد؛ اما نمایش دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته این پردازنده در مدت زمانی حدود ۳۰ میلی ثانیه ساخته شد. تعداد گره ها و زمان تبدیل دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته مستقل از طول کلمه می باشد؛ اما تعداد گره ها و زمان

برای f می باشد. تنها مطلبی که باقی می ماند و باید مورد توجه قرار گیرد، قانون دمورگان می باشد. یکی از قوانین دمورگان بیان می کند که همیشه رابطه بولی برداری زیر برقرار است؛

$$NOT(A) AND NOT(B) = NOT(A OR B) \quad (11)$$

با استفاده از روابط جدول ۳ در رابطه ۱۱ و جابجایی متغیرها، رابطه زیر بدست می آید.

$$A \& B = 1 + A + B + (-A - 1) \& (-B - 1) \quad (12)$$

رابطه ۱۲ بیان می کند که دو روش مختلف برای نمایش عملگر برداری AND وجود دارد. دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته به گونه ای از عملگر AND پشتیبانی می کند که دیاگرام حاصل همچنان یگانی باشد. برای این منظور، دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته وزن های ضرب شونده نمایش دو عبارتی که باید با هم AND شوند را بررسی می کند. این دیاگرام برای نمایش AND از عبارت سمت راست و یا سمت چپ رابطه ۱۲ به گونه ای استفاده می کند که عملوندهای عملگر AND دارای وزن ضرب شونده مثبت باشند. اگر وزن ضرب شونده عملوندها منفی باشد، از عبارت سمت راست رابطه ۱۲ استفاده می شود. اگر وزن ضرب شونده عملوندها مثبت باشد، از عبارت سمت چپ رابطه ۱۲ استفاده می شود. نهایتاً اگر وزن ضرب شونده یکی مثبت و دیگری منفی باشد، برحسب آنکه وزن ضرب شونده گره با ارزش تر مثبت یا منفی باشد، از عبارت سمت چپ یا سمت راست رابطه ۱۲ استفاده خواهد شد. باید در نظر داشت که شناسه یک مقدار طبیعی یکتا است که در پیاده سازی دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته به هر گره نسبت داده می شود. □

۵- نتایج تجربی

در این بخش، نتایج تجربی حاصل از اجرای الگوریتمها بر روی یک ماشین پنتیوم ۴ با یک گیگابایت حافظه ارائه می گردد. همه زمانها برحسب میلی ثانیه ارائه شده است. بسته های دیاگرام گشتاور دودویی، دیاگرام بسط تیلور و دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته بوسیله Visual C++ نسخه ۶ پیاده سازی شده اند. در سری اول آزمایش ها، محک های مسیرداده ای در سطح انتقال ثبات مورد بررسی قرار گرفته اند. جدول ۴ خلاصه ای از نتایج بدست آمده برای این محکها را ارائه می کند. از پنج محک مورد استفاده، Paulin یک حل کننده معادله دیفرانسیل بوده و به تفصیل در [۲۰] ارائه گردیده است. محک Chain_mult مداری است که از [۲۱] گرفته شده است. محک های SimpleCPU و SimpleRTL در [۲۲] معرفی گردیده اند. طول کلمه همه محک های این آزمایش ۸ بیت می باشد. همه دیاگرامها برحسب ترتیب واحدی میان متغیرها ساخته شده اند. همانطور که جدول ۴ نشان می دهد، دیاگرام بسط تیلور توسعه یافته از نظر تعداد گره و زمان تبدیل، بهتر از دیاگرام بسط تیلور عمل می نماید. نمایش سطح بردار عملگرهای

- diagrams and their applications*", in Proc. of International Conference on Computer-Aided Design, pp. 188-191, November, 1993.
- [10] Y.-T. Lai, M. Pedram, and S. B. K. Vrudhula, "Formal verification using edge-valued binary decision diagrams", IEEE Transactions on Computers, Vol. 45, No. 2, pp. 247-255, February, 1996.
- [11] R. E. Bryant, and Y.-A. Chen, "Verification of arithmetic circuits with binary moment diagrams", in Proc. of Design Automation Conference, pp. 535-541, June, 1995.
- [12] E. M. Clarke, M. Fujita, and X. Zhao, "Hybrid decision diagrams. Overcoming the limitations of MTBDDs and BMDs", in Proc. of International Conference on Computer-Aided Design, pp. 159-163, November, 1995.
- [13] R. Drechsler, B. Becker, and S. Ruppertz, "K*BMD: a new data Structure for Verification", in Proc. of European Design and Test Conference, pp. 2-8, March, 1996.
- [14] P. Lotfi-Kamran, M. Hosseinabady, H. Shojaei, M. Massoumi, and Z. Navabi, "TED+: A Data Structure for Microprocessor Verification", in Proc. of Asian and South Pacific Design Automation Conference, vol. 1, pp. 567-572, January, 2005.
- [15] P. Lotfi-Kamran, H. Shojaei, H. Parandeh-Afshar, M. Naderi, and Z. Navabi, "Improving Logic-Level Representation of BMD/TED Diagrams", in Proc. of Iranian Conference of Electrical Engineering, vol. 1, pp. 448-453, May, 2005.
- [16] A. Hooshmand, S. Shamshiri, M. Alisafae, P. Lotfi-Kamran, M. Naderi, Z. Navabi, B. Alizadeh, "Binary Taylor diagrams: an efficient implementation of Taylor expansion diagrams", in Proc. of International Symposium on Circuits and Systems, vol. 1, pp. 424-427, May, 2005.
- [17] P. Lotfi-Kamran, and Z. Navabi, "Improving Logic-Level Representation of Taylor Expansion Diagram Using Attributed Edges", to be appear in Iranian Journal of Science and Technology.
- [18] Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid Nawab, "Signals and Systems", Prentice Hall, 2nd Edition, pp.1-73, 1996.
- [19] M. Mirzaei, "An Efficient Data Structure for Formal Verification of RTL Descriptions", M.S. Thesis, Sharif University of Technology, Faculty of Electrical Engineering, pp.76-136, September, 2007.
- [20] I. Ghosh, A. Raghunathan, and N. K. Jha, "A design-for-testability technique for register-transfer level circuits using control/data flow extraction", IEEE Transactions on CAD, vol. 17, pp. 706-723, August, 1998.
- [21] S. Ravi, I. Ghosh, R.K. Roy, S. Dey, "Controller resynthesis for testability enhancement of RTL controller/data path circuits", in Proc. of International Conference on VLSI Design, pp. 193-198, January, 1998.
- [22] S. Ravi, G. Lakshminarayana, N.K. Jha, "TAO: regular expression-based register-transfer level testability analysis and optimization", IEEE Transactions on VLSI, vol. 9, pp. 824-832, December, 2001.
- [23] I. Ghosh, N.K. Jha, S. Bhawmik, "A BIST scheme for RTL controller-data paths based on symbolic testability analysis", in Proc. of Design Automation Conference, pp. 554-559, June, 1998.
- [24] I. Ghosh, A. Raghunathan, N.K. Jha, "Hierarchical test generation and design for testability methods for ASPs and ASIPs", IEEE Transactions on CAD, vol. 18, pp. 357-370, March, 1999.
- [25] Z. Navabi, *Digital Design and Implementation with Field Programmable Devices*, Springer US, 2005.
- تبدیل در دیاگرام گشتاور دودویی و دیاگرام بسط تیلور به طول کلمه محکها وابسته می‌باشد. در بسیاری از مسی‌راده‌های معمولی همچنان که جدول ۵ نشان می‌دهد، دیاگرام بسط تیلور مزیتی بر دیاگرام گشتاور دودویی ندارد. از طرف دیگر، دیاگرام بسط تیلور توسعه‌یافته برتری قابل توجهی نسبت به دیاگرام گشتاور دودویی و دیاگرام بسط تیلور دارد.
- ### ۶- نتیجه‌گیری
- در این مقاله دیاگرام بسط تیلور توسعه‌یافته به عنوان یک روش نمادین، فشرده و یگانی ارائه شد که به عنوان روشی مؤثر نه تنها برای توابع بولی و ریاضی بلکه به عنوان مدلی رابط میان این دو می‌باشد. این روش نمایش بر مبنای تلفیقی از روش دیاگرام بسط تیلور و تبدیل عبارت بولی AND به معادلی جبری برای آن است. این روش با عبارت‌های ریاضی به صورت تابع پیوسته دیفرانسیلی با متغیرهای جبری نمادین رفتار می‌کند و از بسط سری تیلور استفاده می‌کند. این دیاگرام روشی برای برطرف کردن مشکل ارتباط میان مدارهای ریاضی و منطق بولی است که بتواند خاصیت یگانی آن را همچنان حفظ نماید. روش مطرح شده می‌تواند در بررسی تساوی در سطح انتقال ثبات که دربرگیرنده بخش‌های ریاضی و بولی از یک طرح می‌باشد، بکار برده شود.
- ### مراجع
- [1] R. E. Bryant, "Graph-based algorithms for Boolean function manipulation", IEEE Transactions on Computers, Vol. c-35, No. 8, pp. 677-691, August, 1986.
- [2] U. Kebschull, E. Schubert, and W. Rosentiel, "Multilevel logic synthesis based on functional decision diagrams", in Proc. of European Design Automation Conference, pp. 43-47, March, 1992.
- [3] S.-i. Minato, "Zero-suppressed BDDs for set manipulation in combinatorial problems", in Proc. of Design Automation Conference, pp. 272-277, June, 1993.
- [4] M. Ciesielski, P. Kalla, Z. Zheng, and B. Rouzeyre, "Taylor expansion diagrams: a new representation for RTL verification", in Proc. of High-Level Design Validation and Test Workshop, pp. 70-75, November, 2001.
- [5] M. J. Ciesielski, P. Kalla, Z. Zheng, and B. Rouzeyre, "Taylor expansion diagrams: a compact, canonical representation with applications to symbolic verification", in Proc. of Design, Automation and Test in Europe, pp. 285-289, March, 2002.
- [6] P. Kalla, M. Ciesielski, E. Boutillon, and E. Martin, "High-level design verification using Taylor expansion diagrams: first results", in Proc. of High-Level Design Validation and Test Workshop, pp. 13-17, October, 2002.
- [7] M. Ciesielski, P. Kalla, and S. Askar, "Taylor Expansion Diagrams: A Canonical Representation for Verification of Data Flow Designs", IEEE Transactions on Computers, vol. 55, no. 9, pp. 1188-1201, September, 2006.
- [8] R. E. Bryant, "Symbolic Boolean manipulation with ordered binary decision diagrams", ACM Computing Surveys, Vol. 24, No. 3, pp. 293-318, September, 1992.
- [9] R. I. Bahar, E. A. Frohm, C. M. Gaona, G. D. Hachtel, E. Macii, A. Pardo, and F. Somenzi, "Algebraic decision