



## مطالعه استحکام نهایی ورقهایی مستطیلی واقع در معرض تنشهای فشاری درون صفحه ای دو محوری و فشار جانبی

محمد رضا خدمتی<sup>۱</sup>، امیر عباس شفیعی اردستانی<sup>۲</sup>

### چکیده

ورقهای مستطیلی کوچکترین اجزای سازه ای همچون کشتیها و سکوهای دریایی می باشند. از نقطه نظر ایمنی سازه ای و همچنین از دیدگاه اقتصادی، مشخص بودن استحکام نهایی این ورقها از اهمیت ویژه ای برخوردار است. یکی از حالات بحرانی در بارگذاری این ورقها زمانی بوجود می آید که ورق در معرض تنشهای فشاری درون صفحه ای دو محوری قرار گیرد، روابط متعددی از جانب محققین مختلفی به منظور تعیین استحکام نهایی ورقهای مستطیلی در حالات بارگذاری تشریح شده ارائه گردیده است. در این مقاله سعی بر آنست که مبانی منطقی استخراج این روابط مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و دقت آنها در تعیین استحکام نهایی ورقهای مستطیلی واقع در معرض تنشهای درون صفحه ای عرضی مورد ارزیابی قرار گیرد.

### ۱ - مقدمه

مطالعات زیادی در زمینه استحکام نهایی ورقهای تقویت نشده و همچنین تقویت شده در دسترس می باشد. معادلات طراحی متفاوتی نیز در امتداد سالیان گذشته ارائه شده اند. هر یک از این روشها و معادلات پیشنهاد شده مبتنی بر فرضیات متفاوتی هستند. این فرضیات در حقیقت بیانگر محدودیت هایی در دقت و کاربرد روشهای معادلات مذکور می باشند [۳].

بسیاری از این معادلات طراحی مربوط به استحکام تک محوری ورق در امتداد طول و یا در امتداد عرض می باشند اگر چه برخی مطالعات نیز در زمینه استحکام ورقهای واقع در معرض بارگذاری درون صفحه ای دو محوری انجام شده اند (۴-۷).

۱- استادیار دانشکده مهندسی کشتی سازی و صنایع دریایی، دانشگاه صنعتی امیر کبیر (پلی تکنیک تهران)

khedmati@cic.aut.ac.ir

۲- فارغ التحصیل دوره کارشناسی ارشد مهندسی معماری کشتی، دانشگاه صنعتی امیر کبیر (پلی تکنیک تهران)، مسئول واحد آموزش تحصیلات تکمیلی دانشکده

[ashafeiardestani@yahoo.co.uk](mailto:ashafeiardestani@yahoo.co.uk)



در این مقاله ابتدا به بررسی روشها و معادلات طراحی ارائه شده در زمینه استحکام ورقهای واقع در معرض بارگذاری درون صفحه‌ای دو محوری از نوع فشاری خواهیم پرداخت. سپس تاثیر فشار جانبی بر روی استحکام ورق مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

## ۲ - روابط موجود به منظور تعیین استحکام نهایی ورقهای مستطیلی واقع در معرض تنشهای فشاری درون صفحه‌ای دو محوری

پیشنهادات متفاوتی به منظور مدلسازی انهدام ورقها<sup>۳</sup> با احتساب اندرکنش<sup>۴</sup> بین تنشهای عرضی و تنشهای طولی ارائه شده است. این پیشنهادات غالباً بر این منطق استوار بوده‌اند که اولاً مناسب برای مقاصد طراحی بوده و ثانیاً قابل استفاده در آیین نامه‌ها می‌باشند [۴].

روش متداول در این پیشنهادات عبارت بوده است از تعیین و یا تخمین تنشهای طولی و عرضی در ورق به صورت توابعی از ضرایب لاغری ورق و دیگر پارامترها همچون نسبت ابعادی و عیوب اولیه ورق. سپس تنش معادل در ورق بصورت ترکیب مولفه‌های تنش نوشته می‌شده است. در انتها معادلات اندرکنش<sup>۵</sup> یا منحنی‌های اندرکنش<sup>۶</sup> به گونه‌ای

تعریف می‌شده‌اند که بیانگر ارتباط میان نسبت بی بعد تنش طولی<sup>۷</sup>  $R_x = \frac{\sigma_x}{\sigma_{ux}}$  و نسبت بی بعد تنش عرضی<sup>۸</sup>

$R_y = \frac{\sigma_y}{\tau_{uy}}$  باشند.  $\sigma_{ux}$  و  $\sigma_{uy}$  به ترتیب عبارتند از استحکام نهایی ورق مورد مطالعه در حالت بارگذاری فشار تک محوری در امتداد محورهای طولی (x) و عرضی (y).

آنچه که می‌بایست مورد توجه قرار گیرد آنست که در هر یک از این روابط یا معادلات اندرکنش بین  $R_x$  و  $R_y$  و  $\sigma_{ux}$  و  $\sigma_{uy}$  معرف روابطی هستند که توسط پیشنهاد دهنده یا مولف معادله اندرکنش به منظور تعیین استحکام نهایی فشاری تک محوری ورق مورد استفاده قرار گیرند.

به منظور سهولت و تطابق مطالب ارائه شده در این مقاله، در اینجا قرار داد می‌کنیم که  $R_x = \frac{T_x}{\phi_{ux}}$  و  $R_y = \frac{T_y}{\phi_{uy}}$  که

در آن  $T_x = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ ،  $T_y = \frac{\sigma_y}{\sigma_y}$ ،  $\phi_{ux} = \frac{\sigma_{ux}}{\sigma_y}$  و  $\phi_{uy} = \frac{\sigma_{uy}}{\sigma_y}$  استحکام (تنش) تسلیم ورق می‌باشد.

### ۱-۲ رابطه DnV<sup>۹</sup>

رابطه اندرکنش ارائه شده در آیین نامه موسسه رده بندی نیروزی DnV عبارت است از:

$$R_x^2 + R_y^2 = 1 \quad (1)$$

این رابطه در حقیقت معادله یک دایره به شعاع واحد در صفحه  $R_x - R_y$  می‌باشد.

DnV از رابطه Faulkner [۸] بجای  $\phi_{ux}$  و از رابطه Valsgard [۹] به جای  $\phi_{uy}$  استفاده کرد:

<sup>۳</sup> - Collapse of Plate  
<sup>۴</sup> - Interaction  
<sup>۵</sup> - Interaction Equation  
<sup>۶</sup> - Interaction Curves  
<sup>۷</sup> - Non-dimensional Longitudinal Stress Ratio  
<sup>۸</sup> - Non - dimensional Transverse Stress Ratio  
<sup>۹</sup> - Det norske Veritas



$$\phi_{ux} = \frac{2}{\beta} - \frac{1}{\beta^2} \quad \beta \geq 1 \quad (1-2)$$

$$\phi_{ux} = 1 \quad \beta \leq 1 \quad (2-2)$$

و همچنین

$$\phi_{uy} = \frac{1}{\alpha} \cdot \phi_{ux} + 0.08 \left( 1 + \frac{1}{\beta^2} \right)^2 \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right) \quad (3)$$

در روابط فوق  $\beta$  برابر است با ضریب لاغری ورق و  $\alpha$  معرف نسبت ابعادی آن می‌باشد.  $\phi_{ux}$  در معادله (۳) از معادلات (۲) بدست خواهد آمد.

### ۲-۲ رابطه ABS<sup>۱۰</sup>

در آیین نامه موسسه رده بندی آمریکایی ABS نیز از همان رابطه اندرکنش (۱) در حالت بارگذاری فشار درون صفحه‌ای دو محوری استفاده می‌کند، با این تفاوت که مقادیر  $\phi_{ux}$  و  $\phi_{uy}$  در محاسبه  $R_x$  و  $R_y$  و آنچه که در بالا (در مورد رابطه DnV) به آن اشاره شده به گونه‌ای متفاوت محاسبه می‌شوند.

ABS، پیشنهاد می‌کند  $\phi_{ux}$  و  $\phi_{uy}$  براساس فرمول Bryan (جهت محاسبه تنش کمانش الاستیک) و تصحیح Johson-Ostenfeld، (به منظور احتساب اثر تغییر شکل‌های پلاستیک) محاسبه گردند. استحکام کمانشی یک ورق،  $\sigma_{cr}$ ، برابر است با استحکام کمانشی الاستیک آن ورق،  $\sigma_e$  :

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = \frac{\sigma_e}{\sigma_Y} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu)} \cdot \frac{K}{\beta^2} \quad \sigma_e \leq 0.5\sigma_Y \quad (4)$$

مقدار  $K$  همانطور که در فصل دوم به آن اشاره شده عبارت است از:

$$K = \left( 1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) \cdot \frac{2.1}{\psi + 1.1} \quad 0 \leq \psi \leq 1 \quad (5)$$

پارامتر  $\psi$  در شکل (۱) تعریف شده است. هرگاه استحکام تخمین زده شده از رابطه (۴) فراتر از استحکام تسلیم گردد، نتیجتاً می‌بایست اثر تغییر شکل‌های پلاستیک را در نظر گرفت:

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_e} \quad \sigma_e < 0.5\sigma_Y \quad (6)$$

این رابطه در حقیقت بیانگر انهدام در محدوده الاستوپلاستیک می‌باشد.

### ۲-۳ رابطه Faulkner و همکاران [۴]

Faulkner و دیگر همکارانش از منحنی‌های اندرکنش سهموی استفاده کردند:

$$R_x + R_y^2 = 1 \quad (7)$$

آنان مقدار  $\phi_{ux}$  را از روابط پیشنهادی Faulkner (رابطه ۴-۲)، محاسبه می‌کردند. همچنین مقدار  $\phi_{uy}$  را از رابطه پیشنهادی توسط خودشان که به ترتیب زیر می‌باشد، بدست می‌آورند:

$$\phi_{uy} = \frac{0.9}{\beta^2} + \frac{1.9}{\beta\alpha} \cdot \left( 1 - \frac{0.9}{\beta^2} \right) \quad (8)$$



## ۴-۲ رابطه Valsgard [۸]

Valsgard با تعمیم رابطه اندرکنش پیشنهادی توسط Faulkner و دیگر همکارانش (رابطه ۷) رابطه زیر را پیشنهاد نمود:

$$R_x^\gamma - \eta \cdot R_x R_y + R_y^2 \leq 1 \quad (9)$$

که در آن  $\eta \geq 0$ ، یک مقدار ثابت می‌باشد. وی از رابطه (۲) و (۳) به ترتیب به منظور محاسبه  $R_x$  و  $R_y$  استفاده نمود.

Valsgard براساس نتایج حاصل از انجام یک سلسله محاسبات عددی بر روی ورقهایی با نسبت ابعادی (۳)، اقدام به ارائه منحنی خاصی از مجموعه منحنیهای مشخص شده توسط رابطه (۹)، نمود:

$$R_x = 0.25 \cdot R_x R_y + R_y^2 \leq 1 \quad (10)$$

که معرف آنست که  $\gamma = 1$  و  $\eta = 0.25$  برای  $\alpha = 3$

## ۵-۲ رابطه Dier و Dowling [۱۰]

Dier و Dowling براساس انجام مطالعه‌ای دقیقتر از مسئله اندرکنش تنشهای دو محوری، رابطه‌ای ارائه کردند که علاوه بر حالت تنشهای فشاری درون صفحه‌ای دو محوری، حالات دیگر را که در آن حداقل یک از مولفه‌های تنش درون صفحه‌ای از نوع کششی می‌بود، نیز در بر می‌گرفت. این رابطه از این قرار بود:

$$R_x^2 + 0.45 R_x R_y + R_y^2 = 1 \quad (11)$$

## ۶-۲ رابطه Stonor و همکاران [۱۱]

Stonor و همکارانش رابطه‌ای را ارائه نمودند که مشابه یک منحنی کران پایین<sup>۱۱</sup> برای داده‌های موجود عمل می‌کند:

$$R_x^{1.5} + R_y^{1.5} = 1 \quad (12)$$

ورقهای بسیار ضخیم<sup>۱۲</sup> رفتاری منطبق بر راره VonMises دارند که با توجه به کمیت‌های تعریف شده برای  $R_x$  و  $R_y$  بصورت زیر می‌توان رابطه اندرکنش آنها را تعریف کرد:

$$R_x^2 - R_x R_y + R_y^2 = 1 \quad (13)$$

شکل (۱) مقایسه میان برخی از منحنیهای اندرکنش ارائه شده تا اینجا را به نمایش می‌گذارد.

## ۸-۲ رابطه Gordo و Guedes Soares [۱۲]

Guedes Soares و همکارش Gordo، نتایج تحلیلهای عددی و تجربی انجام شده توسط برخی محققین [۵] و [۱۷-۱۴] را که شامل ۳۸۵ داده می‌شدند، جمع آوری نموده اند. آنان برای حالتیکه تنشهای پسماند منتهجه از جوشکاری در نظر گرفته نمی‌شوند، از دو معادله اندرکنش استفاده کردند، از معادله اندرکنش دایروی (۱):

$$R_x^2 + R_y^2 = 1$$

برای حالتیکه  $\beta \geq 1.3$  همچنین در حالتیکه  $\beta \leq 1.3$  یعنی ورق نسبتاً ضخیم  $1 \leq \beta \leq 1.3$  و یا بسیار ضخیم  $\beta < 1$  است، به جهت اینکه غالباً ورق دچار انهدام پلاستیکی شده و هیچگونه کمانشی روی نمی‌دهد، آنان با استفاه از رابطه Von Mises راتوصیه نمودند (معادله ۱۳)

$$R_x^2 - R_x R_y + R_y^2 = 1$$

<sup>۱۱</sup> - Lower Bound Curve

<sup>۱۲</sup> - Very Stocky Plates



شکل (۲) نشان دهنده پراکندگی این داده‌ها و نتایج حاصل از کاربرد روابط اندرکنش فوق الذکر می‌باشد. هر یک از نقاط در شکل (۴-۲) در حقیقت با یک عدد نمایش داده شده است به گونه‌ایکه:

$$\beta = i \quad \text{آنگاه} \quad i - 0.5 \leq \beta \leq i + 0.5$$

آنچه که مهم است روش محاسبه  $R_x$  و  $R_y$  می‌باشد. Guedes Soares و همکارش Gordo، با بهره‌گیری از ابزار قدرتمند تفسیر به طریق آماری، به این نتیجه رسیدند که به هنگام محاسبه  $R_x$ ،  $\phi_{ix}$  می‌بایست براساس رابطه (۲) محاسبه گردد، اما چگونگی محاسبه  $R_y$  بستگی به  $\beta$  یا ضریب لاغری ورق خواهد داشت.

آنان توصیه کردند تا به هنگام محاسبه  $R_y$  برای حالتیکه  $\beta > 1.3$  و  $\phi_{iy}$  از رابطه (۳) محاسبه میشود و در حالتیکه  $\beta \leq 1.3$ ،  $\phi_{iy}$  از رابطه (۲) تعیین مقدار گردد. برای مطالعه بیشتر به مرجع شماره [۱۳] ارجاع داده می‌شود.

### ۳ - استحکام نهایی ورق مستطیلی واقع در معرض ترکیب تنشهای فشاری درون صفحه‌ای

#### دو محوری و فشار جانبی

Gordo و Guedes Soares همچنین با مطالعه آماری داده‌های عددی و تجربی موجود در مورد ورقهای واقع در معرض ترکیب بارگذاری‌های درون صفحه‌ای و جانبی، توانستند رابطه بسیارمنسجم ارائه کنند:

$$R_x^2 + R_y^2 = R_Q^2 \quad (14)$$

$R_x$  و  $R_y$  همانگونه که در بخش قبل در مورد رابطه Guedes Soares و Gordo به آنها اشاره شد، محاسبه می‌گردند،  $R_Q$  در حقیقت معرف و دربرگیرنده اثر فشار جانبی است که بنابر توصیه این دو محقق عبارت است از:

$$R_Q = 1.0 - 0.116Q_L\beta^2 \quad (15)$$

که در آن

$$Q_L = \frac{q_0 E}{\sigma_Y^2} \quad (16)$$

$Q_L$  پارامتری بدون بعد است و اثر فشار جانبی ( $q_0$ ) را به نمایش می‌گذارد.

### ۴ - نتیجه‌گیری

در این فصل سعی بر آن شد تا کلیه روابط و روشهای موجود به منظور تعیین و یا تخمین استحکام نهایی ورقهای مستطیلی واقع در معرض تنشهای فشاری درون صفحه‌ای دو محوری بدون ترکیب و در ترکیب با فشار جانبی مورد مطالعه قرار گیرند.

روابط اندرکنش مختلفی نیز در این خصوص به بحث و بررسی قرار داده شد و چگونگی کاربرد هر یک نیز به تفصیل توضیح داده شد.

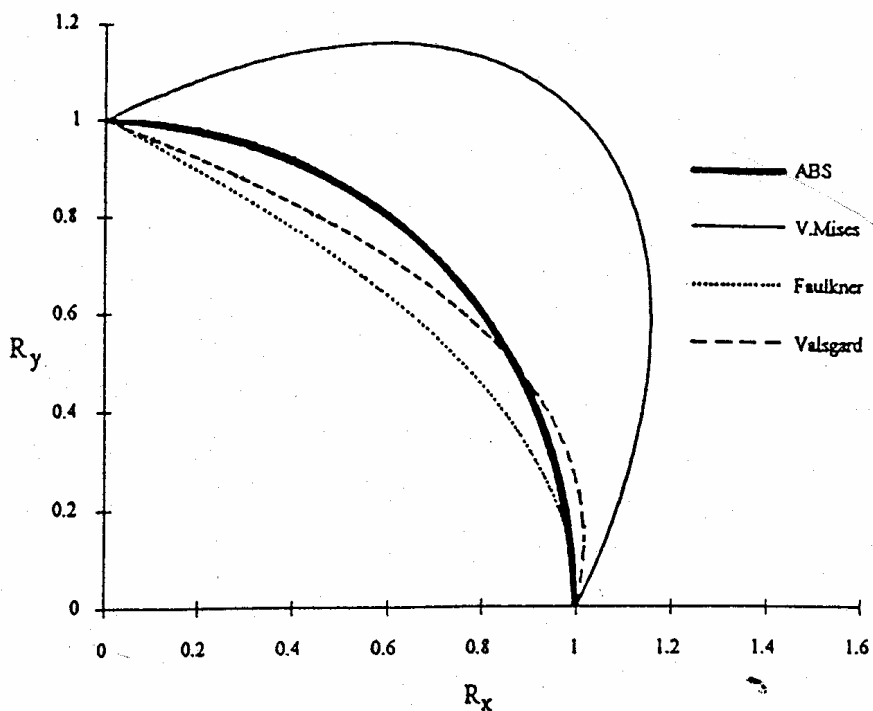


## ۵ - منابع و مراجع

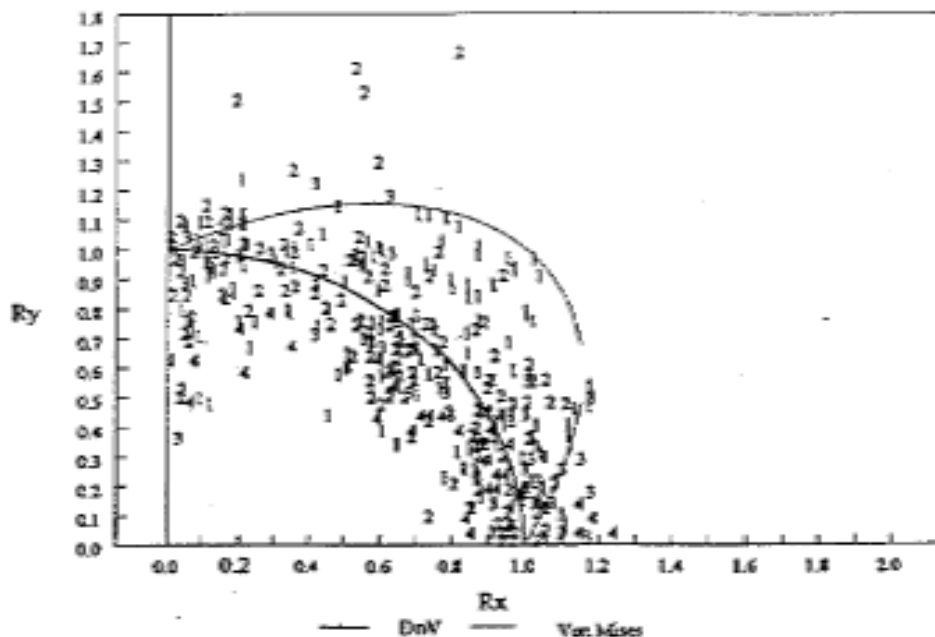
- ۱- خدمتی ، محمد رضا . شفیعی اردستانی ، امیر عباس . مطالعه استحکام نهایی ورق‌هایی مستطیلی واقع در معرض تنشهای فشاری درون صفحه ای عرضی ، ارائه شده در چهارمین همایش انجمن مهندسی دریایی ایران
- ۲- خدمتی ، محمد رضا . شفیعی اردستانی ، امیر عباس . مطالعه استحکام نهایی ورق‌هایی مستطیلی واقع در معرض تنشهای فشاری درون صفحه ای طولی ، ارائه شده در پنجمین همایش انجمن مهندسی دریایی ایران
- ۳-Dowling, p.j., Harding ,J.E.&Slatford ,J.E., **Plates in biaxial Compression – final Report. Ceslic Rep Sp<sup>۴</sup>, Dep. Civil Engng , Imperial College of Science and Technology**, ۱۹۷۹.
- ۴- Faulkner, D., Adamschak, J. C., Snyder, G.J.& Vetter, M.F., **Synthesis of welded grillsges to withstand compression and normal loads. Comput. &Struct.**, ۳(۱۹۷۳), ۲۲۱- ۴۶.
- ۵-Becker , H.&Colao , A.,**Compressive Strength of Ship Hull Girders part III. Theory and Additional Experiments** , Report SSC<sup>۲۶۷</sup> . Ship Structure Committee , Washington D.C., ۱۹۷۷.
- ۶-Guedes Soares &.J.M. Gordo ., **Collapse Strength of Rectangular Plates under Transverse Compression.**, J Construct. Steel Res. Vol ۳۶, No. ۳ , ۲۱۵-۲۳۴ (۱۹۹۶).
- ۷- Faulkner, D., **Discussion of ultimate longitudinal strength. Trans. Royal Institution of Naval Architects**, ۱۰۷ (۱۹۶۵).
- ۸-Valsgard,s., **Numerical design prediction of the capacity of plates in in-plane compression. Comput. & Struct.**, ۱۲(۱۹۸۰)۷۲۹-۳۹.
- ۹- Guedes Soares, C., **A code requirement for the compressive strength of plate elements. Marine Structures**, ۱(۱) (۱۹۸۸)۷۱-۸۰.
- ۱۰-Dier , A.F.& Dowling , P.J., **Plates under conbined lateral loading and biaxial compression** , CESLIC Report SP<sup>۸</sup> , imperial College, Dept of Civil Engng , London, ۱۹۸۰.
- ۱۱-Stonor, R.w.p., Bradfield, C.D., Moxham, K.E & Dwight, J.B., **Tests on Plates under biaxial compression**, Report CUED/D Strust / TR<sup>۹۸</sup>, Combridge Uniberesity , Engineering Department , ۱۹۸۳.
- ۱۲- Carlsen, C. A., **Simplifed collapse analysis of stiffened plates. Norwegian Maritime Research**, ۷(۴) (۱۹۷۷)۲۰-۳۶.
- ۱۳- Guedes Soares.C &.J.M. Gordo ., **Compressive Strength of Rectangular Plates under Biaxial Load Lateral Pressure.**, Thin- Walled Structures ۲۴ (۱۹۹۶) , ۲۳۱- ۲۵۹.
- ۱۴- Guedes Soares, C., **Uncertainty modeling in plate buckling. Structural Safety**, ۵(۱) (۱۹۸۸) ۱۷-۳۴.
- ۱۵- Soreide, T.H. & Czujko, J., **Load-carrying capacity of plates under combined lateral load and axial/biaxial compression. In proceedings of ۲ nd international symposium. on practical design in shipbuilding (PRADS ۸۳)**, Tokyo, ۱۹۸۳.



- ۱۶- Ueda, y., et al., **Ultimate strength of square plates subjected to compression** (<sup>report</sup>)- effects of initial deflection and welding residual stresses, j. Soc. Naval Architects of japan, ۱۳۷(۱۹۷۵)۲۱۰-۲۱.
- ۱۷- Ueda, y. & yao, T., **The influence of complex initial deflection modes on the behaviour and ultimate strength of rectangular plates in compression.** J. construct. stell research, ۵(۳) (۱۹۸۵)۲۶۵-۳۰۲.



شکل ۲- مقایسه برخی از منحنیهای اندرکنش





شکل ۳- پراکندگی داده‌های موجود و نتایج حاصل از کاربرد روابط اندرکنش پیشنهادی [۱۳]