



تهیه نرم افزار معادلات غیر خطی حرکات شناور

در موج جهت آنالیز پارامتریک رولینگ

حسین انشائی^۱، حمید زراعتگر^۲

enshaei@irisl.net

hamidz@aut.ac.ir

چکیده

این مقاله یک دستورالعمل تکنیکی-علمی برای ارزیابی پارامتریک رولینگ می باشد که می تواند در طراحی و بخش عملیاتی کشتیهای کانتینربر مورد استفاده قرار گیرد
این پایان نامه بر روی دو مسئله متمرکز می شود: اول؛ مشخص کردن معیار آسیب پذیری که می تواند نشاندهنده خطر پارامتریک رولینگ باشد. و دوم؛ بدست آوردن روشی که بتواند دامنه پارامتریک رول را در امواج طولی از جلو محاسبه نماید.
به دلایل یاد شده، نرم افزاری طراحی گردیده که با روشهای ریاضی اطلاعات مورد نیاز را تولید نموده و مقدار پارامتریک رول را بر اساس تغییرات زمانی محاسبه می نماید.

کلمات کلیدی: پارامتریک رولینگ- امواج طولی- هیو- پیچ.

مقدمه

پدیده تحریک پارامتریک رول حدود نیم قرن است که برای طراحان کشتی مشخص گردیده و در این حالت تغییرات شدید رول باعث بی اثر شدن بازوی برگرداننده^۱ می گردد.

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی معماری کشتی- دانشکده کشتی سازی و صنایع دریایی-دانشگاه امیرکبیر
^۲ استادیار دانشکده کشتی سازی و صنایع دریایی-دانشگاه امیرکبیر



تغییرات تناوبی تعادل عرضی در موج به دو دلیل بوجود می آید حالت اول زمانی است که قعر موج در وسط کشتی قرار گرفته و قسمتهای بیشتری از سینه و پاشنه در آب فرو می‌روند که موجب افزایش تعادل می گردد و حالت دوم زمانی است که قله موج در وسط کشتی قرار می‌گیرد که موجب کاهش تعادل می شود. بوجود آمدن این هماهنگی ناخواسته همراه با کاهش دمپینگ (کاهش سرعت) و تغییرات زیاد در تعادل کشتی (متاثر از طول موج، ارتفاع موج، شکل بدنه، شکل سینه و شکل پاشنه کشتی) منجر به رول پارامتریک در امواج از روبرو و یا نزدیک به روبرو که شدید باشند می‌گردد. پارامتریک رول یک پدیده ایجاد عدم تعادل می باشد که با حرکت پیچ کویل گردیده و رولینگی با زوایای زیاد بوجود می‌آورد. هرگاه رول با پیچ هم فاز شود می تواند نیروی زیادی را در اینگونه کشتی ها به تجهیزات مهار کانتینر وارد کند که منجر به شل شدن آنها گردیده و خطر افتادن کانتینرها به دریا را افزایش می دهد. به نظر می‌رسد که کشتی های کانتینر بر بزرگ بیشتر مستعد اینگونه حرکات باشند [۵]. تحقیقاتی در سالهای ۲۰۰۳ و ۲۰۰۴ در این رابطه انجام شده است که از قرار ذیل می باشد.

۱. تحقیق بوسیله دولت سوئد که در چهل و هفتمین جلسه کمیته (SLF(IM۰) در تاریخ ۱۰، ژوئیه، ۲۰۰۴ ارائه گردیده است. محققینی که بر روی این مقاله کار کرده اند از جمله آقایان Mikel Palmquist, Christer Nygen می باشند [۶].

این تحقیقات در ارتباط با جمع آوری اطلاعات کشتی Aida (مخصوص حمل اتومبیل و کامیون می باشد) در تاریخ ۱ تا ۴ فوریه ۲۰۰۴ می باشد. در زمان یاد شده کشتی با امواج از روبرو که ارتفاع مشخصه ای برابر با ۵ تا ۶ متر داشت برخورد می کند و سرعت را به ۸ تا ۱۰ گره دریائی کاهش می دهند. در پنج مورد پارامتریک رول اتفاق می افتد که زاویه رول به ۱۷ درجه می رسد.

کوپلینگ رول و پیچ در پارامتریک رول بوضوح در ثبت حرکات کشتی دیده می شود. ۲. تحقیقات دیگری در سال ۲۰۰۳ بوسیله American Bureau of Shipping (ABS) برای ارزیابی رزونانس پارامتریک رول در کشتیهای کانتینربر انجام شده است. محققینی که بر روی این مقاله کار کرده اند از جمله آقایان Y.S.Shin, V.L.Belenky, J.R.Paulling, K.M.Weems, W.M.Lin می باشند.

مدلی که برای این تحقیقات در نظر گرفته شد، کشتی کانتینربر مدل C۱۱- می باشد روش محاسباتی بدین گونه است که با لحاظ کردن شکل موج، تغییرات تعادل عرضی با در نظر گفتن حرکت کشتی در امواج طولی محاسبه می شود. و از تاثیر هیو و پیچ صرف نظر شده است.

۱- تعادل در امواج طولی^۱

اگر در نظر بگیریم که وسط یک کشتی کانتینر بر در قعر موج قرار گرفته، میانگین سطح آبخور آن در مقایسه با دریای آرام بشکل قابل توجهی بزرگتر است. در این حالت قسمتهای پهن سینه (Bow Flare) و پاشنه بیشتر در آب فرو رفته در صورتیکه دیواره‌های وسط کشتی کمتر در آب فرو می‌روند. این مسئله باعث می‌شود تا متوسط سطح آبخور در این لحظه بزرگتر بوده و در نتیجه شعاع مناسبتری عرضی به نسبت دریای آرام بیشتر شود (شکل-۱).

^۱ Longitudinal Waves



حال اگر کشتی بر روی قله موج قرار گیرد قسمتهایی از سینه و پاشنه که در آب فرو می روند باریکتر از زمانی است که در دریای آرام شناور می باشند. در نتیجه همانطور که در شکل-۲ مشخص است متوسط سطح آبخور به نسبت دریای آرام کوچکتر بوده و باعث می شود تا شعاع متانستری عرضی کاهش یابد. حال می توان نتیجه گرفت که ممان برگرداننده رول تابعی از موقعیت کشتی در امواج طولی میباشد. بر اساس شکل-۳ مشاهده می شود که وضعیت تعادل کشتی در حالتی که قله موج در وسط طولی کشتی قرار دارد بدترین، آب آرام متوسط و هرگاه قعر موج در وسط طولی کشتی باشد بهترین وضعیت تعادل عرضی را دارد.

۲- فیزیک رزونانس پارامتریک

تعادل کشتی در مواجهه با امواج روبرو تغییر می یابد و هر گاه قعر موج در وسط کشتی قرار گیرد تعادل کشتی افزایش یافته و با قرار گرفتن قله موج در وسط کشتی، تعادل کشتی کاهش می یابد اگر پریود موج برخوردی^۳ مساوی یا دوبرابر پریود طبیعی رول باشد حرکت رولینگ با زاویه بسیار بزرگ ایجاد می شود که به آن رزونانس پارامتریک می گوئیم.

هرگاه دوشروط زیر بوجود آید رول پارامتریک سریعاً قابل مشاهده خواهد بود [۳].

۱- کشتی با موجی برخورد کند که فرکانس برخورد^۴ آن مساوی یا دو برابر فرکانس طبیعی رول باشد.

$$\omega_e = \omega_w \left(1 - \frac{\omega_w}{g} V \cos \mu \right), \quad \omega_e = 2\omega_w \quad (2-1)$$

۲- این رول در زمان بین قرار گرفتن قله و قعر موج در وسط کشتی ایجاد می شود و این زمانی است که تعادل در حال افزایش است.

در این حالت ممان برگرداننده ای که تمایل به برگرداندن کشتی به حالت تعادل دارد در مقایسه با حالت مشابه آن در دریای آرام مقدار بیشتری داشته و در نتیجه پس از گذشت یک چهارم پریود، زاویه رول کمی بیشتر از مقدار مشابه آن در دریای آرام خواهد بود.

در پایان یک چهارم پریود کشتی به جهت مخالف رول کرده تا به زاویه صفر باز گردد ولی با توجه به اینرسی موجود به رول خود ادامه می دهد.

در طی یک چهارم دوم کشتی در مواجهه با قله موج قرار می گیرد که ممان برگرداننده به نسبت مشابه آن در دریای آرام کاهش می یابد، در نتیجه پس از یک چهارم دوم زاویه رول به نسبت دریای آرام مقدار بیشتری را خواهد داشت که این زاویه از مقدار مخالف آن که در پایان یک چهارم اول بوجود آمده بود نیز بیشتر است.

در شکل-۴ مقدار متوسط شعاع متانستری عرضی با مقدار تغییرات آن در موج مورد مقایسه قرار گرفته و نشان می دهد که چگونه به ازاء این تغییرات در هر نوسان آزاد مقدار رول، کمی افزایش می یابد و می تواند تنها در چند نوسان، مقدار رول بزرگی را بوجود آورد. نکته قابل تأمل این است که تغییرات شعاع متانستری عرضی که تابع پریود می باشد نصف پریود رول است.

این توضیحات می تواند پدیده رزونانس پارامتریک رول را بطور کیفی تشریح کند.

^۳ Encounter Period

^۴ Encounter Frequency



۳- معادلات حرکت رول غیرخطی (دمپینگ خطی و ممان برگرداننده غیرخطی با ضرایب وابسته به زمان) در این حالت معادله حرکت بدین شکل می باشد.

$$I'_{xx}\ddot{\phi} + b\dot{\phi} + c(t)\phi = M_0 \cos \omega_e t \quad (3-1)$$

هر چند که در موج از پهلو و از پشت وقتی که قله و قعر موج از جلو به عقب کشتی حرکت می کند فشار بر روی بدنه تغییر کرده و در نتیجه \overline{GM} ثابت نبوده و تغییر خواهد کرد.

[4] DIEUDONNE با یکسری آزمایش، $\delta \overline{KM} / \overline{KM}$ که تابعی از حرکت قله موج در طول کشتی می باشد را ثبت کرد. با توجه به اینکه این تغییرات بدلیل تغییر در مقدار \overline{GM} می باشد می توان تغییرات \overline{GM} را با ضرب کردن $\delta \overline{KM} / \overline{KM}$ در $\overline{KM} / \overline{GM}$ بدست آورد.

$$\frac{\delta \overline{KM}}{\overline{GM}} \approx \frac{\delta \overline{GM}}{\overline{GM}} = \frac{\delta \overline{KM}}{\overline{KM}} * \frac{\overline{KM}}{\overline{GM}} \quad (3-2)$$

که شکل ۵- نتیجه را نشان می دهد

اگر حرکت موج را بصورت سینوسی در نظر بگیریم $\delta \overline{GM} / \overline{GM}$ نیز بصورت سینوسی تغییر می یابد بنابراین ۳-۱ بدین شکل می شود.

$$I'_{xx}\ddot{\phi} + b\dot{\phi} + \Delta \overline{GM} \left(1 + \frac{\Delta \overline{GM}}{\overline{GM}} \sin \omega_e t \right) = M_0 \sin \omega_e t \quad (3-3)$$

در موج روبرو $M_0 = 0$ بوده و ۳-۳ تبدیل به معادله Mathieu می شود.

$$I'_{xx}\ddot{\phi} + b\dot{\phi} + \Delta \overline{GM} \left(1 + \frac{\Delta \overline{GM}}{\overline{GM}} \sin \omega_e t \right) = 0 \quad (3-4)$$

از خصوصیات معادله Mathieu این است که در مقدار فرکانس مشخصی، در حالت دمپ نشده بسمت بینهایت میل

$$T = \frac{T_\phi n}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{می کند. مقدار پریود در این فرکانس برابر است با}$$

که T_ϕ پریود طبیعی کشتی می باشد.

بدلیل فاکتور دمپینگ در ۳-۴ مقدار زاویه رول از بینهایت به زاویه ای بزرگ تغییر پیدا می کند.

[4] GRIM چنین آزمایشی را با دوران وزنه ای در مرکز ثقل کشتی انجام داد و توانست تغییرات \overline{GM} را شبیه سازی کند. که نتایج بدست آمده پیش بینی معادله Mathieu را برای رزونانس در زاویه رول تایید می کرد به همین خاطر طراحان می بایست این موضوع را در تعیین تعادل کشتی در موج در نظر بگیرند.

بدین شکل می توان تاثیر عوامل غیرخطی را در معادله حرکت رولینگ بررسی نمود که نتیجه مهم این بررسی، تعیین نقطه رزونانس می باشد که می تواند باعث واژگونی کشتی گردد و همینطور در نظر گرفتن تاثیر آن بر ممان هیل دهنده ناگهانی نیز می باشد.

۴- تعیین آستانه^۱ پارامتریک رول

^۱ Threshold



معادله غیرخطی رول برای حالتی که کشتی بصورت عمودی^۲ در آب شناور است همیشه در تعادل می باشد (پاسخ یگانه $\varphi(t)=0$).

وضعیت تعادل به ضریب دمپینگ خطی، نیروی پارامتریک (خطی و غیرخطی) و محدوده فرکانس برخورد ω_e ، که خود تابعی از طول موج، سرعت کشتی و زاویه برخورد می باشد بستگی دارد و بوسیله معادله Mathieu مورد بررسی قرار می گیرد که علیرغم سادگی ظاهری، حل آن پیچیده می باشد [۷].

آستانه ناپایداری با توجه به $\frac{\delta GM}{GM}$ برای تحریک پارامتریک رول در محدوده های متفاوت ناپایداری با $\omega_e \approx \frac{2}{n} \omega_0$

مرتبط است که n عدد طبیعی می باشد.

شکل-۶ محدوده های ناپایداری را در غیاب دمپینگ با توجه به $n=1,2,3$ نشان می دهد. و همانطور که دیده می

شود پهنای این سطوح با افزایش n شدیداً کاهش می یابد.

در غیاب دمپینگ مرزهای این محدوده ها از محور X عبور می کنند که رابطه بالا به تساوی تبدیل می شود

$$\omega_e = \frac{2}{n} \omega_0 \quad (4-1)$$

و نشان می دهد که کشتی در حالت عمودی نیز ناپایدار است. در صورتیکه وجود دمپینگ این محدوده ها را بصورت کیفی تغییر داده و آستانه ای را برای ناپایداری بوجود می آورد که مقدار حداقل آستانه بستگی به دمپینگ خطی دارد.

حال می توان از شکل-۶ نتیجه گیری کرد که چرا در دریا انتظار داریم تنها در منطقه ۱ و گاهی اوقات در منطقه ۲

پارامتریک رول اتفاق بیفتد.

برای اینکه منطقه ۱ را بصورت خاص مورد بررسی قرار دهیم، معادله مرزی که منطقه پایدار و ناپایدار را جدا می

کند بصورت زیر می باشد.

$$\frac{\delta GM}{GM} = \sqrt{\left(2 - \frac{\omega_e^2}{2\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega_e^4}{2\omega_0^4} \left(\frac{4\omega_0^2}{\omega_e^2} + 1\right)} (\mu^*)^2 \quad (4-2)$$

که μ^* ضریب خطی دمپینگ رول می باشد.

۵- مدل ریاضی بکار رفته در نرم افزار کامپیوتری

اصول بکار رفته در بخش اول نرم افزار بر اساس مدل‌های ریاضی کوپل شده هیو و پیچ می باشد.

با استفاده از روش تئوری نواری Jacobs, korvin-kroukovsky می توان حرکات هیو و پیچ را با توجه به دامنه و فرکانس موج پیش بینی نمود و برای اینکه بتوان تاثیر این دو حرکت را بر یکدیگر در نظر گرفت از روابط کوپلینگ هیو و پیچ استفاده شده است.

در اکثر برنامه های موجود برای بدست آوردن نیم عرض در سطح آبخور از جدول آفست استفاده می شود در صورتیکه در این برنامه تمامی خطوط بدنه از نقشه Body Plan بوسیله نرم افزار Excel به معادلات چند جمله ای^۱ تبدیل شده است که می توان در هر لحظه با دقت بسیار زیادی نیم عرض مربوطه را تعیین نمود.

^۲ Upright

^۱ Polynomial Function



در بخش اول این نرم افزار، با توجه به آبخور میانگین آب راکد که به عنوان ورودی به برنامه داده می شود، تمامی نیم عرض ها از کیل تا سطح آبخور با دقت ۰/۱ متر محاسبه شده و ممان آنها نسبت به کیل اندازه گیری می شود که می توان از این طریق مرکز شناوری هر نوار را بدست آورد و با انتگرالگیری در طول کشتی به مرکز شناوری کل کشتی دست یافت.

با بدست آوردن سطح هر نوار به روش سیمسون و انتگرالگیری در طول کشتی می توان وزن جابجائی را نیز محاسبه نمود.

با محاسبه سطح آبخور و همینطور ممان سطح، می توان مقدار BM را محاسبه نمود که در این صورت شعاع متاسنتر بدست می آید. و با لحاظ کردن KG به عنوان ورودی می توان GM استاتیک را بدست آورد. تذکر: این روش محاسباتی GM می تواند در پروژه هایی که نیاز به تغییرات تعادل عرضی دارند مورد استفاده قرار گیرد.

ضریب جرم اضافه و ضریب دمپینگ که بصورت نمودار وجود دارند و تابعی از عرض، آبخور و ضریب سطح مقطع می باشند بصورت ماتریس درآمده و در برنامه قرار گرفته است تا برای هر شرط ورودی بتوان با میانبایی مقدار مورد نظر

$$c = \int c_n d\xi \quad \text{ضریب فنریت نیز از معادله بدست می آید.}$$

در این برنامه فرض شده است که امواج از روبرو برخورد کرده و طول موج برابر طول کشتی می باشد و به همین خاطر فرکانس موج نیز ثابت می باشد و تنها سرعت به عنوان یک عامل ورودی، بر مقدار فرکانس و پریود برخورد تاثیر می گذارد.

با توجه به مقادیر بدست آمده می توان ضرایب کوپل هیو و پیچ (d,D,e,E,h,H) را از معادلات بدست آورد. نیروی تحریک F ناشی از موج سینوسی است و ماهیت خطی دارد که می توان دامنه نیروی تحریک و اختلاف فاز آن را نسبت به موج محاسبه نمود. و به طریق مشابه می توان دامنه ممان تحریک و اختلاف فاز آن نسبت به موج را برای حرکت پیچ محاسبه نمود.

با حل معادلات مختلط می توان دامنه و اختلاف فاز هیو و همینطور دامنه و اختلاف فاز پیچ را بسبت به موج بدست آورد که این برنامه می تواند این مقادیر را در چهار نمودار رسم نماید.

مقادیر بدست آمده برای هیو و پیچ با لحاظ کردن اختلاف فاز و با توجه به فیزیک پارامتریک رول در برنامه اصلی قرار می گیرد تا در دو حالت حدی مقادیر شعاع متاسنتری عرضی به روشی که در اول برنامه توضیح داده شد محاسبه گردد. حالت اول زمانی است که قله موج در وسط عرضی کشتی و حالت دوم زمانی است که قعر موج در وسط عرضی کشتی قرار گیرد. با این فرض که تغییرات شعاع متاسنتری عرضی، سینوسی می باشد می توان این تغییرات را در بازه زمانی در معادله متیو بکار گرفت.

ضریب دمپینگ در معادله رول را به روش تجربی MILLER محاسبه می نمائیم.

حل معادله متیو بسیار حساس می باشد و از آن جهت است که مقادیر اولیه می بایست با دقت تعریف شود که این موضوع با در نظر گرفتن پریود برخورد و لحاظ کردن فیزیک پارامتریک رول در لحظاتی که حداکثر رول اتفاق می افتد، انجام شده است. این معادله در بازه زمانی ۰/۱ ثانیه توسط نرم افزار Matlab حل می گردد و دامنه پارامتریک رول را محاسبه می نماید.

**۶- بررسی نتایج نرم افزار کامپیوتری (آزمایش شماره-۱)**

ورودی :

آبخور	:	۶	متر
سرعت	:	۴	گره دریائی
دامنه موج	:	۴	متر
KG	:	۱۱	متر

خروجی :

جدول شماره-۱ نتایج آزمایش شماره-۱ را نشان می دهد.

مقادیر	آب راکد	قله موج در وسط کشتی	قعر موج در وسط کشتی
حجم جابجائی	۱۶۸۴۱	۱۷۶۱۴	۱۶۰۶۵
KB	۳/۱۸۶۷	۳/۴۹۷	۳/۲۷۲۹
BM	۸/۸۴۶۹	۸/۲۷۲۲	۹/۳۹۴۲
KG	۱۱	۱۱	۱۱
GM	۱/۰۳۳۶	۰/۷۶۹۱	۱/۶۶۷۱

۷- نتیجه گیری

هدف این پروژه متمرکز شدن بر عواملی است که می تواند پارامتریک رول بوجود آورد که این تحلیل با معادله Mathieu برای بررسی رزونانس پارامتریک صورت پذیرفته است.

حرکت پارامتریک رول در اثر کوپلینگ حرکات پیچ و رول بوجود می آید که تاثیر آن بر کشتیهای بزرگ کانتینربر شدید می باشد. این در صورتی است که طول موج برابر طول کشتی بوده و فرکانس برخورد مساوی یا حدود دو برابر (۱/۸ تا ۲/۱) فرکانس رول باشد.

نتایج بدست آمده از این تحقیقات از قرار ذیل می باشند :

۱. هر گاه دامنه پیچ کاهش یابد و یا از فاز خارج شود میزان رول شروع به کاهش می کند.
۲. مشکل اصلی شبیه سازی نتایج تجربی در امواج منظم تعیین دقیق ضریب برگرداننده بصورت غیرخطی می باشد.
۳. پارامتریک رول با افزایش تغییرات شعاع متانستری افزایش می یابد که شعاع متانستری تابعی از ارتفاع موج و شکل بدنه می باشد.
۴. در شرایط ثابت دریا، کشتی با شعاع متانستری کوچکتر برای رول پارامتریک مستعد تر است.
۵. ارتفاع موج تاثیر بسزائی در بوجود آوردن پارامتریک رول دارد.
۶. طراحی مناسب شکل سینه و پاشنه تاثیر بسزائی در بوجود آمدن پارامتریک رول دارد ولی کماکان متمرکز شدن بر عوامل عملیاتی می تواند راهکار مناسبتری باشد.

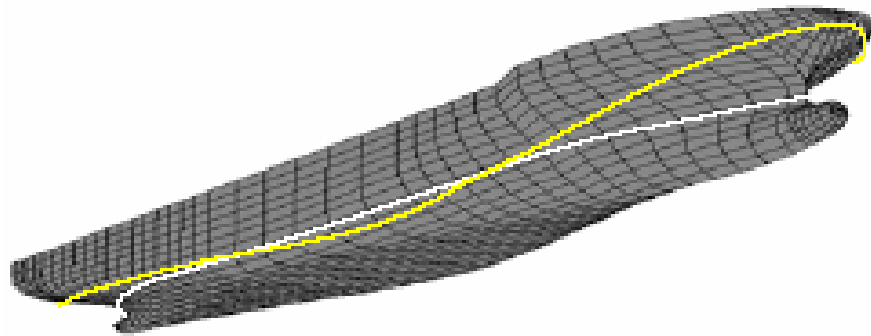


۷. وجود یک روش منطقی برای ارزیابی خطرات احتمالی بوسیله پیش بینی های هواشناسی و انتخاب مناسب سرعت و جهت می تواند خطرات تعادل دینامیک را کاهش دهد.

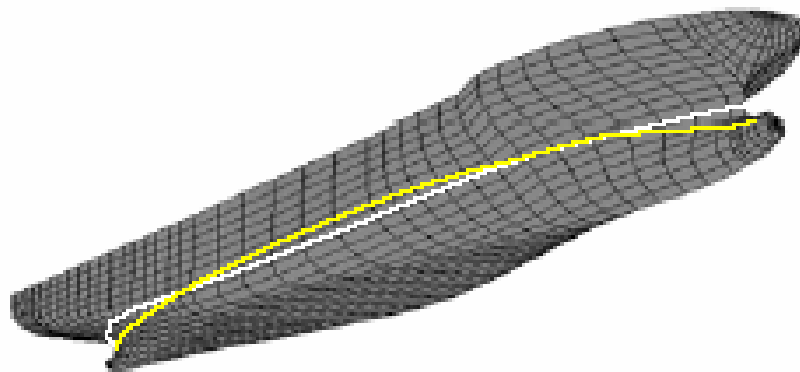
تذکر: حرکات کشتی بصورت خطی در بازه فرکانس نمی تواند این پدیده را مورد تحلیل قرار دهد و در عین حال بررسی این موضوع در بازه زمان برای شرایط مختلف موج و حالت های متعدد بارگیری و انواع کشتیها بوسیله کامپیوترهای معمولی بسیار زمانبر و غیرعملی می باشد.

۸-مراجع

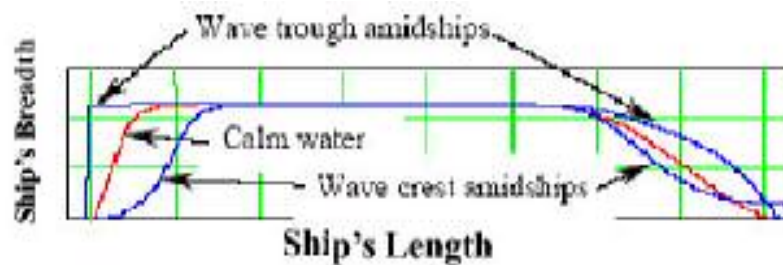
- [۱] دکتر حمید زراعتگر، "جزوه تئوری امواج"، عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی کشتی سازی، دانشگاه صنعتی امیر کبیر، ۱۳۸۲.
- [۲]. William N. France, Marc Levadou, Thomas W. Treakle, J. Randolph Paulling, R. Keith Michel and Colin Moore, "Head sea parametric rolling and its influence on container lashing systems," SLF ۴۵/۶/۷, IMO ۲۰۰۲.
- [۳]. Y.S. Shin, V.L. Belenky, J.R. Paulling, K.M. Weems, W.M. Lin, "Criteria for parametric roll of large containerships in longitudinal seas," American Bureau of shipping & Science Applications International Corporation, ۲۰۰۴.
- [۴]. Rameswar Bhattacharyya, "Dynamics of marine vehicles," John Wiley & Son, ۱۹۷۸.
- [۵]. William N. France, Marc Levadou, Thomas W. Treakle, J. Randolph Paulling, R. Keith Michel and Colin Moore, "An Investigation of Head-Sea Parametric Rolling and its Influence on Container Lashing Systems," SNAME, Annual ۲۰۰۱
- [۶]. Mikael Palmquist, Seaware AB, Christer Nygren, Wallenius Marine AB
"Recordings of head-sea parametric rolling on a PCTC," SLF ۴۷/۶/۶, Submitted by Sweden, ۲۰۰۴.
- [۷]. Alberto Francescutto and Gabriele Bulian, "Nonlinear and Stochastic Aspects of Parametric Rolling Modeling," Department of Naval Architecture, Ocean and Environmental Engineering, University of Trieste, Italy, ۲۰۰۲.



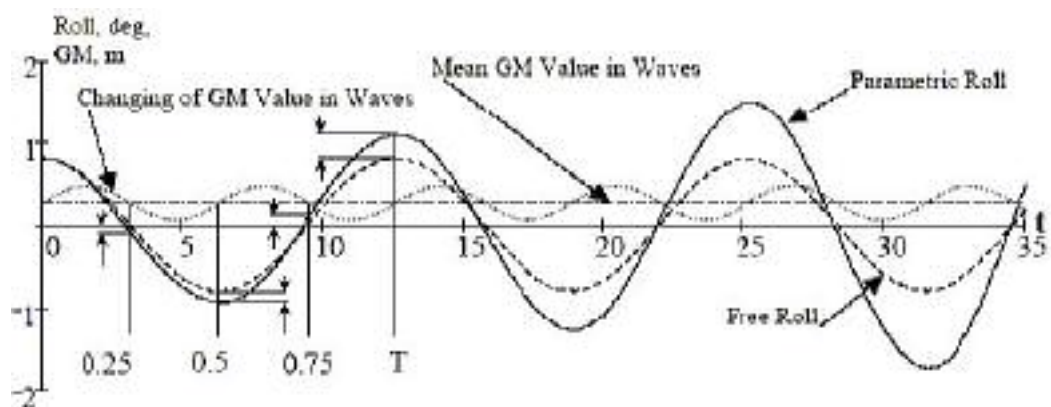
شکل ۱- مقایسه دو خط آب وقتی کشتی در قعر موج و آب آرام قرار دارد [۳].



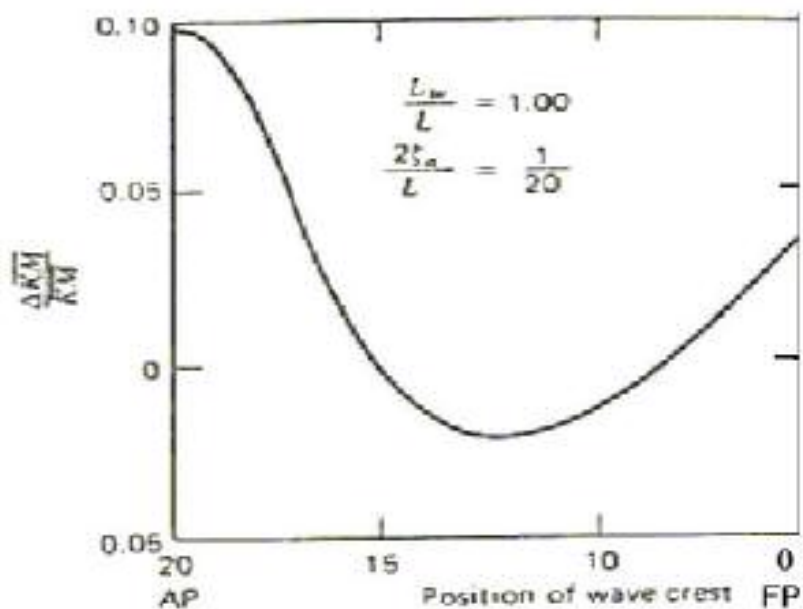
شکل ۲- مقایسه دو خط آب وقتی کشتی در قله موج و آب آرام قرار دارد [۳].



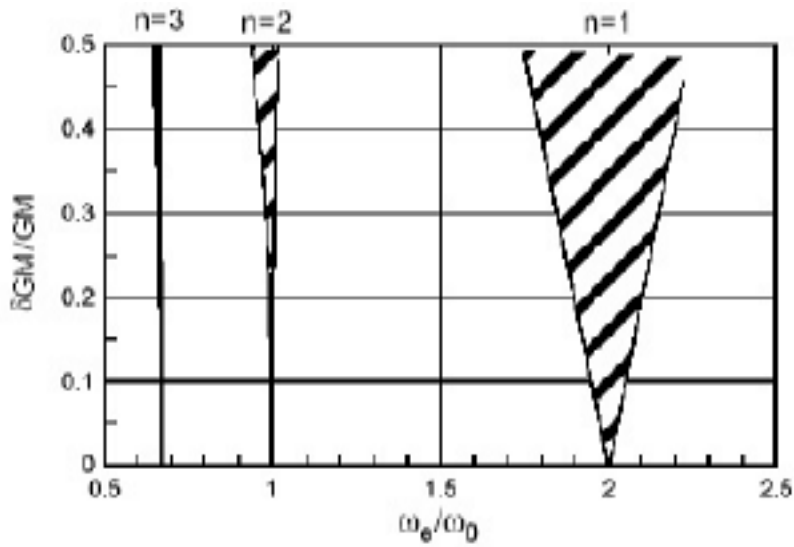
شکل ۳- صفحه خط آب در دریای آرام، قله موج و قعر موج [۳].



شکل-۴ بوجود آمدن رول پارامتریک [۳].

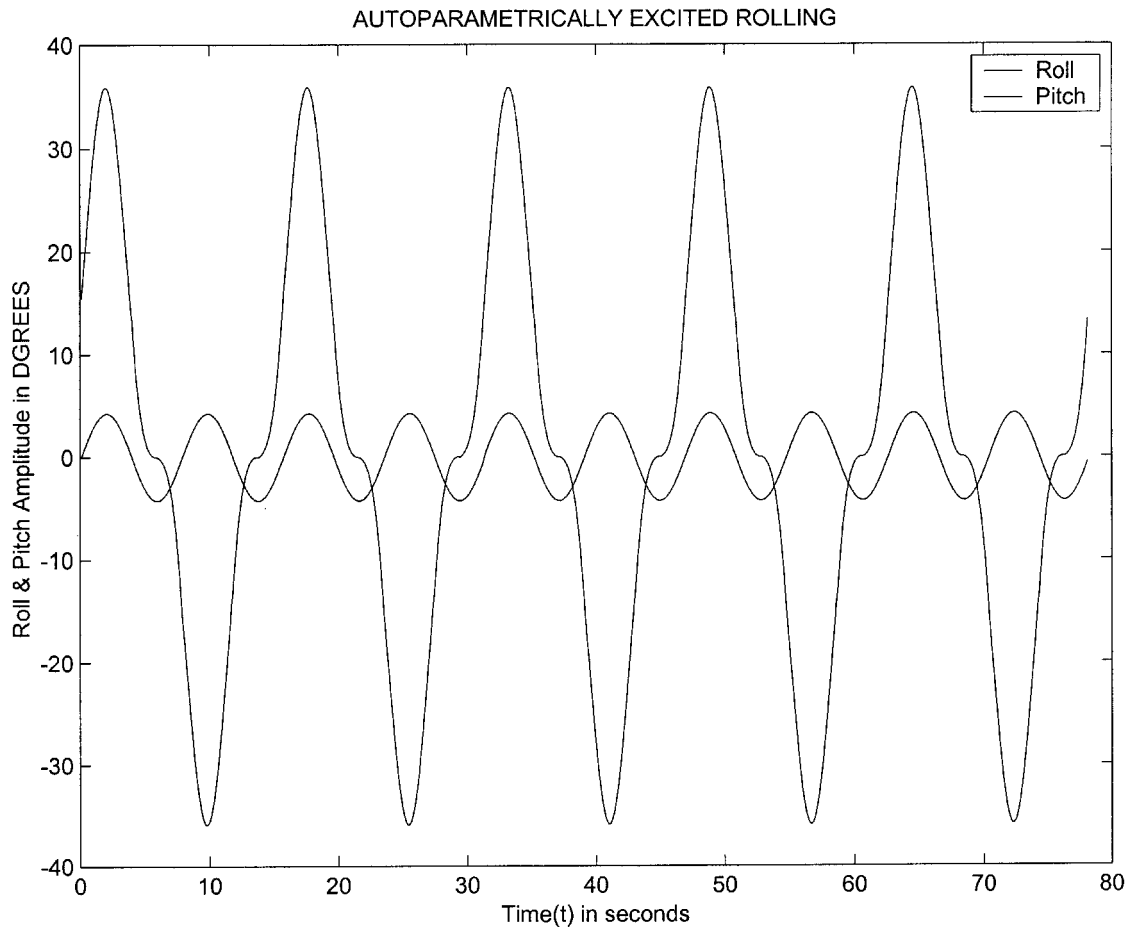


شکل-۵ تغییرات نسبی در شعاع متانستری عرضی [۴].



شکل-۶ مرزهای سه منطقه ناپایدار برای معادله خطی دمپ نشده Mathieu [۷].

آزمایش شماره-۱



این منحنی در شرایطی رسم شده است که احتمال وقوع پارامتریک رول وجود دارد. همانطور که در شکل مشاهده می شود، پریود نوسان پیچ دو برابر پریود نوسان رول است. با توجه به اینکه دامنه پیچ کمتر از ۵ درجه می باشد، دامنه رول به مرز ۳۶ درجه رسیده است که نشاندهنده پدیده پارامتریک رول می باشد.