ششمین همایش صنایع دریایی
انجمن مهندسی دریایی ایران

بررسی و مقایسه‌ی روش‌های مختلف آنالیز جزرومد

سید علی آزرم‌سا- استادیار دانشگاه تربیت مدرس
sazarmsa@yahoo.com
علی‌رضا مجتهدی- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

مطالعه‌ی جزرومد به دلیل تأثیراتی که در ناوبری دریایی، احداث بنادر، کشاورزی، انتقال شوری، انتقال رسوب و مسائل نظامی در دریا دارد، امری مهم و حیاتی است.
در این مقاله، سعی می‌شود که روش‌های مختلف آنالیز جزرومد شامل روش‌های دینامیکی و نیز روش‌های آنالیز هارمونیک مورد بررسی قرار می‌گیرد و مزایا و معایب هر روش بیان می‌شود

کلمات کلیدی: جزرومد، آنالیز هارمونیک، روش دینامیکی

مقدمه

روش‌های مختلف برای پیش‌بینی جزرومد عبارتند از:

۱)روش‌های دینامیکی

معادلات امواج بلند می‌توانند برای پیش‌بینی جزرومد، استفاده گردند. این معادلات می‌توانند به صورت دو بعدی یا سه بعدی نوشته شوند. یکی از معادلات عمومی که بر سیالات دو بعدی حاکم است می‌تواند برای آب‌های کم‌عمق در سیستم مختصات کارتزی به‌صورت زیر نوشته شود:

$$\frac{\partial}{\partial x}(hu)+\frac{\partial}{\partial y}(hv)=-\frac{\partial z}{\partial t} \quad (۱)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{r}{h}u-fv=-g\frac{\partial z}{\partial x} \quad (۲)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{r}{h}v+fu=-g\frac{\partial z}{\partial y} \quad (۳)$$

که:

$q=(u,v)$ مقدار متوسط سرعت افقی

h عمق نسبت به سطح متوسط دریا[1]

z الویشن سطح بالای سطح متوسط دریا

t زمان در مختصات انتخاب شده

f پارامتر کوریولیس است که در برخی موارد می‌تواند ثابت در نظر گرفته شود، پارامتر کوریولیس برابر با $2\Omega\cos\theta$ است، Ω سرعت زاویه‌ای زمین و θ عرض جغرافیایی است.

g شتاب ناشی از گرانش

r پارامتر اصطکاک بستر(که می‌تواند ثابت در نظر گرفته شود)، و

x وy ارتوگونال‌های مختصات کارتزی می‌باشند.

معادلات ۱،۲ و۳ می‌تواند به عنوان مدل برای انتشار جزرومد در خلیج به‌کار رود، که حرکات تولید شده، واکنشی است به ورودی $\mathrm{Re}\{\zeta_0(x,y)\exp(-i\omega t)\}$ با پریود $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$ ، در امتداد مرزهای باز که $i=\sqrt{-1}$ است.

معادلات با این ورودی‌ها وقتی حل می‌شوند که بخش‌های حقیقی حل برای u,v,z مربوط به الویشن و میدان‌های سرعت در هر لحظه از زمان داده شوند. از آن‌جا که معادلات خطی هستند، به صورت ذیل در می‌آیند:

$$z(x,y)=\zeta(x,y)\exp(-i\omega t) \quad (۴)$$

$$U(x,y)=u(x,y)\exp(-i\omega t) \quad (۵)$$

$$V(x,y)=v(x,y)\exp(-i\omega t) \quad (۶)$$

از آن‌جا که بستگی صریح زمانی در معادلات ۱،۲ و۳ ممکن است حذف شود، معادلات حاکم متغیرهای فضایی حرکت سیال بنابراین به صورت زیر در می‌آید:

$$(-i\omega+\frac{r}{h})u-fv=-g\frac{\partial\zeta}{\partial x} \quad (۷)$$

$$(-i\omega+\frac{r}{h})v+fu=-g\frac{\partial\zeta}{\partial y} \quad (۸)$$

$$\partial(hu)/\partial x+\partial(hv)/\partial y=i\omega\zeta \quad (۹)$$

مبحث شرایط مرزهای باز با $\zeta_u(x,y)$ مشخص شد و برای مرزهای بسته که در جهت‌های S-N و E-W تقریباً روی خطهای راست مرتب شده‌اند:

(۱۰) روی بخش S-N $\quad u(x,y)=0$

(۱۱) روی بخش E-W $\quad v(x,y)=0$

[1] M.S.L

۲) آنالیز هارمونیک جزرومد

در روش‌های آنالیز هارمونیک از این اصل استفاده می‌شود که با توجه به خصلت نسبتاً پریودیک تراز آب در جزرومد، آن‌را می‌توان به‌صورت

$$C_0 + \sum_{j=1}^{M} A_j \cos\left[2\pi\left(\sigma_j t_i - \phi_j\right)\right] \qquad (۱۲)$$

نوشت.آنالیز هارمونیک به دو روش کلی نیمه‌گرافیکی و آنالیز کمترین مربعات صورت می‌پذیرد.

۲-۱) روش‌های نیمه‌گرافیکی:

دو روش نیمه گرافیکی وجود دارد یکی از این روش‌ها برای طول ثبت‌های کوتاه مدت(چند روزه) تراز آب و روش دیگر برای طول ثبت‌های یک‌ماهه تراز آب به‌کار می‌رود.در این روش ابتدا یک پلات از جزرومد، محل مورد مطالعه را رسم می‌کنند و سپس با استفاده از این پلات و فرمول‌هایی طولانی و خسته کننده، اندازه‌ی دامنه و فاز مؤلفه‌ها را مشخص می‌کنند. فرض اصلی در روش‌های نیمه‌گرافیکی این است که گونه‌های مختلف مؤلفه‌های جزرومدی مانند روزانه، نیمروزانه، یک‌سوم روزانه و غیره هیچ تأثیری بر هم ندارند.

۲-۲) روش آنالیز کمترین مربعات:

یکی از روش‌های پردازش معادله‌ی ۱۲ است. اصل کلی در این روش آن است که تراز سطح آب در هر لحظه را از رابطه‌ی ۱۲ کم کنیم و نتیجه‌ی تفاضل را حداقل کنیم.

از حوالی دهه‌ی هفتاد با توسعه‌ی این روش تحول شگرفی در آنالیز هارمونیک جزرومد ایجاد گردید. لاوسن $(Lowson)$ و هانسون $(Hanson)$ به‌صورت کاملی این روش را شرح و گسترش دادند. آن‌ها برای حل معادلات از روش پیراسته‌ی گرام‌اشمیت استفاده کردند.

گودین $(Goodin)$ در ۳ مقاله ضمن گسترش نتایج نویسندگان بالا از نتایج آن‌ها در مبحث جزرومد استفاده کرد. فورمن $(Foreman)$ با استفاده از نوشته‌های گودین، برنامه‌هایی کامپیوتری به زبان فرترن۷۷ $(FORTRAN77)$ برای پردازش جزرومد، به روش آنالیز کمترین مربعات ارائه کرد.

اگر σ_j فرکانس مؤلفه‌ی انتخاب شده باشد و $j = 1,\ldots,M$ باشد(یعنی بخواهیم دامنه و فاز Mمؤلفه را مشخص کنیم)، آن‌گاه مسأله‌ی اصلی ما یافتن دامنه‌های A_j و فازهای ϕ_j در رابطه‌ی ۱۲ است. به‌طوری که بهترین انطباق را با مجموعه مشاهدات $y(t_i)$ (برای $i = 1,\ldots,N$) داشته باشد. در این حالت ما $2M+1$ مجهول خواهیم داشت. با این فرض که $N \rangle\rangle 2M+1$ باشد (یعنی تعداد مشاهدات بسیار بیشتر از تعداد مؤلفه‌هایی باشد که می‌خواهیم دامنه و فاز آن‌ها را حساب کنیم)، در این صورت، می‌توان دید که غیر ممکن است سیستم معادلات

$$y(t_i) = C_0 + \sum_{j=1}^{M} A_j \cos\left[2\pi\left(\sigma_j t_i - \phi_j\right)\right] \quad (۱۳)$$

حل شود، چرا که این معادله، چند جوابی[۱] می‌باشد. بنابراین ضرورت دارد معیاری جهت یافتن مقادیر بهینه‌ی یکتا برای پارامترهای A_j و ϕ_j پیدا شود. برای سادگی اگر رابطه‌ی ۱۲ را به‌صورت

$$\sum_{j=1}^{M}\left[C_j \cos\left(2\pi\sigma_j t_i\right) + S_j \sin\left(2\pi\sigma_j t_i\right)\right] \quad (۱۴)$$

بیان کنیم، آن‌گاه:

$$A_j = \left(C_j^{\ 2} + S_j^{\ 2}\right)^{1/2} \quad (۱۵)$$

$$2\pi\phi_j = \arctan\frac{S_j}{C_j} \quad (۱۶)$$

می‌باشند، در این‌صورت تابع نسبت به پارامترهای S_j و C_j خطی خواهد بود و حل آن بسیار ساده‌تر از قبل می‌شود. اگر $y(t_i)$ را مجدداً به‌صورت y_i بنویسیم، هدف تکنیک حداقل مربعات می‌نیمم کردن عبارت زیر است:

$$T = \sum_{i=1}^{N}\left[y_i - C_0 - \sum_{j=1}^{M}\left(C_j \cos\left(2\pi\sigma_j t_i\right) + S_j \sin\left(2\pi\sigma_j t_i\right)\right)\right]^2 \quad (۱۷)$$

می‌باشد که T بخش باقی‌مانده‌ی سری‌های زمانی است (که ممکن است شامل انواع دیگر مؤلفه‌های هارمونیک باشد). آنالیز کمترین مربعات در واقع روشی است برای حداقل کردن تفاوت‌های T .

حال اگر فرض کنیم که $t_i = i\Delta t$ و $\sigma_j = \dfrac{j}{N\Delta t}$ باشد، در صورت ساعت‌به‌ساعت بودن داده‌ها $\Delta t = 1(h)$ می‌شود و بنابراین $t_i = i$ و $\sigma_j = \dfrac{j}{N}$ خواهد بود.

بنا براین با مشتق جزئی گرفتن از رابطه‌ی ۱۷ نسبت به ضرایب مجهول و مساوی قرار دادن آن‌ها با صفر، $2M+1$ معادله‌ی مشابه برای M مؤلفه خواهیم داشت. و با طی مراحلی معادله‌ای ماتریسی به صورت $Bx = y$ به‌دست می‌آید که به این ترتیب می‌توان مقدار x را با $x = B^{-1}y$ حساب کرد.

$$B = \begin{vmatrix} N & c_1 & c_2 & \dots & c_M & s_1 & s_2 & \dots & s_M \\ c_1 & cc_{11} & cc_{12} & \dots & cc_{1M} & cs_{11} & cs_{12} & \dots & cs_{1M} \\ c_2 & cc_{21} & cc_{22} & \dots & cc_{2M} & cs_{21} & cs_{22} & \dots & cs_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_M & cc_{M1} & cc_{M2} & \dots & cc_{MM} & cs_{M1} & cs_{M2} & \dots & cs_{MM} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_1 & sc_{11} & sc_{12} & \dots & sc_{1M} & ss_{11} & ss_{12} & \dots & ss_{1M} \\ s_2 & sc_{21} & sc_{22} & \dots & sc_{2M} & ss_{21} & ss_{22} & \dots & ss_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_M & sc_{M1} & sc_{M2} & \dots & sc_{MM} & sc_{M1} & ss_{M2} & \dots & ss_{MM} \end{vmatrix} \quad (۱۸)$$

و x و y بردارهای ستونی هستند.

---

[۱] over determined

$$y = \begin{vmatrix} yc_0 \\ yc_1 \\ yc_2 \\ \dots \\ \dots \\ yc_M \\ ys_1 \\ \dots \\ ys_M \end{vmatrix}$$ (۱۹)

و (۲۰) $$x = \begin{vmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ \dots \\ C_M \\ S_1 \\ \dots \\ S_M \end{vmatrix}$$

عناصر x ، ضرایب A_j و B_j ، برای هر مؤلفه‌ی هارمونیک را مشخص می‌کنند که:

$$c_k = \sum_{i=1}^{N} \cos\left(2\pi ki/N\right)$$ (۲۱)

$$s_k = \sum_{i=1}^{N} \sin\left(2\pi ki/N\right)$$ (۲۲)

$$cc_{kl} = cc_{lk} = \sum_{i=1}^{N} \left[\cos\left(2\pi ki/N\right)\cos\left(2\pi li/N\right)\right]$$ (۲۳)

$$ss_{kl} = ss_{lk} = \sum_{i=1}^{N} \left[\sin\left(2\pi ki/N\right)\sin\left(2\pi li/N\right)\right]$$ (۲۴)

$$cs_{kl} = sc_{lk} = \sum_{i=1}^{N} \left[\cos\left(2\pi ki/N\right)\sin\left(2\pi li/N\right)\right]$$ (۲۵)

$$y_{ck} = \sum_{i=1}^{N} y_i \cos\left(2\pi ki/N\right)$$ (۲۶)

$$y_{sk} = \sum_{i=1}^{N} y_i \sin\left(2\pi ki/N\right)$$ (۲۷)

می‌باشند.که k وl شماره‌ی سطر و ستون می‌باشد.

یک مثال محاسباتی از آنالیز هارمونیک

به‌عنوان یک مثال ساده از آنالیز هارمونیک جزرومد به روش کمترین مربعات، داده‌های ساعت‌به‌ساعت ۳۲ ساعته‌ی تراز آب اندازه‌گیری شده در توفینو در بریتیش کلمبیا که در سپتامبر ۱۹۸۶ اندازه‌گیری شده‌اند در جدول زیر ارائه می‌گردد:

جدول۱- مقادیر ساعت‌به‌ساعت تراز دریا، اندازه گیری شده در توفینوی بریتیش کلمبیا با طول جغرافیایی 49^o و $09'$ شمالی و 125^o و $54'$ غربی، شروع داده‌ها ۱۰ سپتامبر ۱۹۸۶

شماره داده	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
تراز به متر	۱/۹۷	۱/۴۶	۰/۹۸	۰/۷۳	۰/۶۷	۰/۸۲	۱/۱۵	۱/۵۸	۲/۰۰	۲/۳۳	۲/۴۸
شماره داده	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
تراز به متر	۲/۴۳	۲/۲۵	۲/۰۲	۱/۸۲	۱/۷۲	۱/۷۵	۱/۹۱	۲/۲۲	۲/۵۴	۲/۸۷	۳/۱۰
شماره داده	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	
تراز به متر	۳/۱۵	۲/۹۴	۲/۵۷	۲/۰۶	۱/۵۶	۱/۱۳	۰/۸۴	۰/۷۳	۰/۷۹	۱/۰۷	

فرض کنید که می‌خواهیم دامنه و فاز مؤلفه‌های K_1 و M_2 را حساب کنیم. با توجه به این‌که می‌دانیم $f(K_1) = 0.0418cph$ و $f(M_2) = 0.0805cph$ [۱] .

با توجه به روابط ۱۸ و ۱۹ خواهیم داشت:

[۱] cph يعني دور در ساعت

$$B=\begin{vmatrix} N & c_1 & c_2 & s & s_2 \\ c_1 & cc_{11} & cc_{12} & cs_{11} & cs_{12} \\ c_2 & cc_{21} & cc_{22} & cs_{21} & cs_{22} \\ s_1 & sc_{11} & sc_{12} & ss_{11} & ss_{12} \\ s_2 & sc_{21} & sc_{22} & ss_{21} & ss_{22} \end{vmatrix} \quad (۲۸)$$

$$=\begin{vmatrix} 32 & 2.476 & -1.836 & 6.183 & 3.420 \\ 2.476 & 14.809 & 1.450 & 1.136 & 2.117 \\ -1.836 & 1.450 & 16.263 & -2.197 & 0.397 \\ 6.183 & 1.136 & -2.1 & 17.191 & 2.163 \\ 3.420 & 2.117 & 0.397 & 2.163 & 15.737 \end{vmatrix} \quad (۲۹)$$

$$y=\begin{vmatrix} yc_0 \\ yc_1 \\ yc_2 \\ ys_1 \\ ys_2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 57.640 \\ 6.514 \\ 6.138 \\ -0.199 \\ -3.335 \end{vmatrix} \quad (۳۰)$$

که عناصر B و y به متر هستند.حل $x=B^{-1}y$ به صورت زیر است.

$$x=\begin{vmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ S_1 \\ S_2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1.992m \\ 0.186m \\ 0.523m \\ -0.574m \\ -0.604m \end{vmatrix} \quad (۳۱)$$

که با توجه به روابط ۱۵ و ۱۶ می‌توان دامنه و فاز را حساب کرد.

به این ترتیب، مقدار سطح متوسط دریـا از رابطـه‌ی $Z_0=\dfrac{A_0}{2}=\dfrac{3.984}{2}=1.992$ بـه‌دسـت مـی‌آیـد. و دامنه‌ی K_1 مقدار۰/۱۸۲ متر و فاز آن °۱۰۷/۹ به‌دست مـی‌آیـد. بـه همـین ترتیـب دامنــه‌ی M_2 مقـدار ۰/۳۱۹ متر و فاز آن °۱۳۰/۹ به‌دست می‌آید.

چگونگی انتخاب مؤلفه‌ها برای آنالیز:

روش حداقل مربعات می‌تواند برای هر ترکیبی از فرکانس‌های جزرومدی به‌کار رود، اما انتخاب منطقـی فرکانس‌های اصلی تابع دو فاکتور زیر است:

۱) توزیع نسبی پتانسیل جزرومد آن‌ها
۲) قابل تشخیص بودن ارتباط آن‌ها با مؤلفه‌های اصلی مجاور آن‌ها

به دیگر بیان، خود مؤلفه‌ها باید یک توزیع قابل توجه در نیروهای مولد جزرومد داشته باشند و داده‌ها تداوم کافی برای جداسازی از فرکانس‌های مجاور را داشته باشند.

به سبب محدودیت‌های ناشی از پارازیت، دامنه‌ی تعدادی از مؤلفه‌ها، خیلی کوچک‌تـر از آن اسـت کـه به‌وسیله‌ی داده‌های اقیانوسی قابل تفکیک باشد، برای تعیین یک مؤلفه‌ی خاص باید فرکانس f_0 مؤلفـه بـا

فرکانس مؤلفه‌ی رایلی مجاور آن f_1 مقایسه شود. یک مؤلفه وقتی می‌تواند تعیین شود که در عبارت زیر صدق کند:

$$|f_0 - f_1|T \geq RAY \tag{۳۲}$$

که T طول‌ثبت مورد نیاز برای داده‌ها و RAY معمولاً یک است (البته به پیش‌زمینه‌ی پارازیت نیز بستگی دارد). به‌عنوان مثال، مؤلفه‌ی اصلی K_1 (با فرکانس $0.0418cph$) می‌تواند با ثبت‌های طولانی‌تر از $24h$ تعیین شود و لذا برای مؤلفه‌ی O_1 (با فرکانس $0.0378cph$)، به طول ثیتی معادل $T\rangle \dfrac{1}{|f(K_1) - f(O_1)|} = 328h$ نیاز است.

جدول۲- طول ثیت مورد نیاز برای مؤلفه‌های با مرتبه‌ی آهسته‌تر از روزانه

دامنه پتانسیل جزرومدی	مؤلفه‌ی مقایسه شده	طول ثبت مورد نیاز(h)	نام مؤلفه
		۱۳	Z.
۱۳۶۹	Z.	۳۵۵	MSF
۸۲۵۴	MSF	۷۶۴	MM
۷۲۸۱	Z.	۴۳۸۳	SSA
۱۵۶۴۷	MSF	۴۳۸۳	MF
۱۵۷۹	MM	۴۹۴۲	MSM
۱۱۵۶	SSA	۸۷۶۶	SA

جدول۳- طول ثبت مورد نیاز برای مؤلفه‌های با مرتبه‌ی روزانه

دامنه پتانسیل جزرومدی	مؤلفه‌ی مقایسه شده	طول ثبت مورد نیاز(h)	نام مؤلفه
۵۳۰۱۱		۲۴	K۱
۳۷۶۹۴	K۱	۳۲۸	O۱
۱۶۲۴	J۱	۶۵۱	OO۱
۹۵۵	Q۱	۶۶۲	۲Q۱
۷۲۱۷	O۱	۶۶۲	Q۱
۲۹۶۴	K۱	۶۶۲	NO۱
۲۹۶۴	K۱	۶۶۲	J۱
۳۱۱	OO۱	۶۶۲	UPS۱
۲۷۸	۲Q۱	۷۶۴	ALP۱
۴۹۳	O۱	۴۳۸۳	TAU۱
۲۷۸	NO۱	۴۳۸۳	BET۱
۱۷۵۴۳	K۱	۴۳۸۳	P۱
۷۵۵	K۱	۴۳۸۳	PHI۱

	OO_1	۴۳۸۳	SO_1
۱۱۵۲	$2Q_1$	۴۹۴۲	SIG_1
۱۳۷۱	Q_1	۴۹۴۲	RHO_1
۵۶۷	NO_1	۴۹۴۲	CHI_1
۵۶۷	J_1	۴۹۴۲	THE_1
۱۰۲۸	P_1	۸۷۶۷	PI_1
۴۱۶	K_1	۸۷۶۷	S_1
۴۲۲	K_1	۸۷۶۷	PSI_1

جدول۴- طول ثبت مورد نیاز برای مؤلفه‌های با مرتبه‌ی نیمروزانه

دامنه پتانسیل جزرومدی	مؤلفه‌ی مقایسه شده	طول ثبت مورد نیاز(h)	نام مؤلفه
۹۰۸۰۹		۱۳	M_2
۴۲۲۴۸		۳۵۵	S_2
۷۳۸۶	M_2	۶۶۲	N_2
۶۴۳	K_2	۶۹۲	ETA_2
۶۷۱	$2N_2$	۷۶۴	EPS_2
۲۷۷۶	N_2	۷۶۴	MU_2
۲۵۹۷	S_2	۷۶۴	L_2
	M_2	۴۳۸۳	MKS_2
۱۱۴۹۸	S_2	۴۳۸۳	K_2
	ETA_2	۴۳۸۳	MSN_2
۲۵۹	EPS_2	۴۹۴۲	Q_2
۲۳۰۱	MU_2	۴۹۴۲	$2N_2$
۳۳۰۲	N_2	۴۹۴۲	NU_2
۶۷۰	L_2	۴۹۴۲	LDA_2
۳۱۳	M_2	۸۷۶۷	H_1
۲۷۷	S_2	۸۷۶۷	H_2
۲۴۷۶	S_2	۸۷۶۷	T_2
۳۵۵	S_2	۸۷۶۷	R_2
۲۷۳	H_1	۱۱۳۲۶	GAM_2

جدول۵- طول ثبت مورد نیاز برای مؤلفه‌های با مرتبه‌ی یک‌سوم‌روزانه

دامنه پتانسیل جزرومدی	مؤلفه‌ی مقایسه شده	طول ثبت مورد نیاز(h)	نام مؤلفه

۱۱۸۸		۲۵	$M_{۳}$
	$MK_{۳}$	۳۵۵	$SK_{۳}$
	$M_{۳}$	۶۵۶	$MO_{۳}$
	$M_{۳}$	۶۵۶	$MK_{۳}$
	$MK_{۳}$	۴۳۴۸	$SO_{۳}$

برای مؤلفه‌های آب‌کم‌عمق طول ثبت با توجه به مؤلفه‌های نجومی که از آن منتج شده‌اند، به‌دست می‌آید:

جدول۶- طول ثبت مورد نیاز برای مؤلفه‌های آب‌کم‌عمق

نام مؤلفه	طول ثبت (h)	نام مؤلفه	طول ثبت (h)
$SO_{۱}$	۴۳۸۳	$MK_{۴}$	۴۳۸۳
$MKS_{۲}$	۴۳۸۳	$S_{۴}$	۳۵۵
$MSN_{۲}$	۴۳۸۳	$SK_{۴}$	۴۳۸۳
$MO_{۳}$	۶۵۶	$۲MK_{۵}$	۲۴
$SO_{۳}$	۴۳۸۳	$۲SK_{۵}$	۱۷۸
$MK_{۳}$	۶۵۶	$۲MN_{۶}$	۶۶۲
$SK_{۳}$	۳۵۵	$M_{۶}$	۲۶
$MN_{۴}$	۶۶۲	$۲MS_{۶}$	۳۵۵
$M_{۴}$	۲۵	$۲MK_{۶}$	۴۳۸۳
$SN_{۴}$	۷۶۴	$۲SM_{۶}$	۳۵۵
$MS_{۴}$	۳۵۵	$MSK_{۶}$	۴۳۸۳
$۳MK_{۷}$	۲۴	$M_{۸}$	۲۶

مقایسه روش‌های مختلف آنالیز جزرومد با یکدیگر

روش‌های دینامیکی به ما دیدی کلی از جزرومد منطقه می‌دهد، اما دقت این روش، چندان زیاد نمی‌باشد. برای این روش به توپوگرافی بستر و ضرایب اصطکاکی بستر و آب دریا نیاز داریم، اما به داده‌های تغییرات تراز آب، اندازه‌گیری شده توسط تایدگیج‌ها نیازی نداریم.

روش‌های آنالیز هارمونیک، تنها برای ایستگاههایی قابل استفاده است که داده‌های تراز آب آن موجود باشد. بنابراین برای آن‌که بتوانیم مانند روش‌های دینامیکی دیدی کلی از جزرومد منطقه را داشته باشیم باید تعداد زیادی ایستگاه داشته باشیم. که هزینه را افزایش می‌دهد، هر چند دقت بسیار بالاتری نیز دارد.

در مورد مقایسه‌ی روش‌های آنالیز هارمونیک با هم نیز، می‌توان گفت که چون در روش نیمه‌گرافیکی، اساس کار بر این است که همه‌ی نیروهای مولد جزرومدی به ۳ دسته‌ی روزانه، نیمروزانه و ربع‌روزانه تقسیم

می‌شود که هر گروه شامل هیچ آلایشی از دیگران نیست، در صورتی که اگر هارمونیک‌های یک‌سوم روزانه (با پریود ۸ ساعت)، نیز در جزرومد باشند، آن‌ها هارمونیک‌های روزانه را می‌آلایند و اگر هارمونیک‌های یک‌ششم روزانه (با پریود ۴ ساعت)در جزرومد باشند، آن‌ها مؤلفه‌های نیمروزانه را می‌آلایند. در محلی که تأثیرات آب‌کم‌عمق محسوس باشد، این مؤلفه‌های یک‌سوم روزانه و یک‌ششم روزانه ممکن است دامنه‌ای حدود $0.01M_2$ داشته باشد. مثلاً اگر دامنه‌ی M_2 ، حدود ۱۰ فوت باشد، ممکن است خطایی حدود ۰/۲ فوت از این آلایش‌ها ایجاد شود. تا جایی که اگر تأثیرات آب‌کم‌عمق واقعاً بزرگ باشد، روش نیمه‌گرافیکی خطایی بسیار در آنالیز هارمونیک خواهد داشت. چنین مشکلاتی در روش آنالیز حداقل مربعات وجود ندارد، حتی از نظر حجم محاسبات نیز، روش نیمه‌گرافیکی بسیار خسته‌کننده تر از آنالیز حداقل مربعات است.

مراجع:

آرفکن، جرج. روش‌های ریاضی در فیزیک، اعظم پورقاضی، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۵، جلد دوم.

Emery,W. and R.Thomson. Data analysis method in physical oceanography, pergamon, U.S.A,۱۹۹۸.

Doodson,A.T The harmonic development of the tide-generating potential., Proc, Roy, Soc, ۱۹۲۱،۲۲۷,pp.۲۲۳-۲۷۹.

Foreman, M.G.G .Manual for tidal heights analysis and prediction, pacific marine scince,۱۹۹۶,pp.۱۰-۷۷

Foreman, M.G.G Manual for tidal currents analysis and prediction, pacific marine science reaport, ۱۹۷۸.

Foreman, M.G.G Tidal analyses based on high and low water observation, pacific marine science reaport ,۱۹۹۶.

Godin,G. The analysis of tides, university of Toronto press,۱۹۷۳

Godin, G. and J.Taylor, A simple method for the prediction of the time and height of high and low water, international hydrographical review, ۱۹۷۳،۲.

Pawlowicz,R. and B. Beardsley Classical tidal harmonic analysis including error estimates in MATLAB using T-TIDE, computers and Geoscience,۲۰۰۲.

. **Hydrographer of Navy** Tide and tidal stream, U.K, ۱۹۶۵

Hydrographer of Navy The Admiralty semi-graphic method of harmonic tidal analysis, U.K, ۱۹۶۶.

Hydrographer of Navy . Harmonic tidal analyses for short period observation, U.K, ١٩٩۶.